Hilbert uzayındaki bir $|\psi\rangle$ vektörü

$$|\psi\rangle = \sum |j_1, j_2, m_1, m_2\rangle\langle j_1, j_2, m_1, m_2|\psi\rangle \qquad \text{(i)}$$

olarak veya

$$|\psi\rangle = \sum |j_1, j_2, j, M\rangle\langle j_1, j_2, j, M|\psi\rangle \qquad \text{(ii)}$$

olarak seriye açılabilir.

$|\psi\rangle = |j_1, j_2, m_1, m_2\rangle$ olarak alınırsa (ii) bağıntısından,

$$|j_1, j_2, m_1, m_2\rangle = \sum |j_1, j_2, j, M\rangle\langle j_1, j_2, j, M|j_1, j_2, m_1, m_2\rangle$$

açılımı elde edilir.

$|\psi\rangle = |j_1, j_2, j, M\rangle$ olarak alınırsa (i) bağıntısından,

$$|j_1, j_2, j, M\rangle = \sum |j_1, j_2, m_1, m_2\rangle\langle j_1, j_2, m_1, m_2|j_1, j_2, j, M\rangle$$

açılımı elde edilir.

Bu açılımdaki $\langle j_1, j_2, m_1, m_2 | j_1, j_2, j, M \rangle$ katsayılarına Clebsch-Gordon katsayıları adı verilir. Buna göre Clebsch-Gordon katsayıları bu iki baz arasındaki geçiş katsayılarıdır.

Clebsch-Gordon Katsayılarının Hesaplanması :

Kısaltma: $|j_1, j_2, j, M\rangle \equiv |j, M\rangle$ $\quad |j_1, j_2, m_1, m_2\rangle \equiv |m_1, m_2\rangle$

Ortak j_1 ve j_2 kuantum sayıları yazılmaz!

İki spin 1/2 parçacık ($s_1=1/2=s_2$)

$m_1=+1/2$, $-1/2$

$m_{2=}=+1/2$, $-1/2$

$M= m_1+m_2$

Toplam açısal momentum kuantum sayısı j=1,0 olabilir!

$j=1 \rightarrow M= 1, 0, -1$ (Triplet durumlar)

$j=0 \rightarrow M= 0$ (Singlet Durum)

Triplet durumlar:

$$\left|1,1\right\rangle \equiv \left|\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\right\rangle$$

$$\left|1,0\right\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\right\rangle + \left|-\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\right\rangle\right)$$

$$\left|1,-1\right\rangle \equiv \left|-\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\right\rangle$$

Singlet Durum:

$$\left|0,0\right\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\right\rangle - \left|-\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\right\rangle\right)$$

Toplam açısal momentum j=1, M=0 ile verilen durumda

m_1=1/2 ve m_2=-1/2 olasılığı : $\left|\frac{1}{\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{1}{2}$ %50

m_1=-1/2 ve m_2=1/2 olasılığı : $\left|-\frac{1}{\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{1}{2}$ %50

KAYNAKLAR:

*Kuantum Mekaniği Temel Kavramlar ve Uygulamaları,

T. Dereli ve A. Verçin, Türkiye Bilimler Akademisi Ders Kitapları, Türkiye 2014.

*Quantum Physics, S. Gasiorowicz , Wiley, New York 1976.

*Mathematical Physics- A Modern Introduction to Its Foundations- S. Hassani, Springer-Verlag, New York 1999.