Bell-CHSH (Clauser-Horne-Shimony-Holt) Eşitsizliği:

Bir gizli değişken teorisi düşünelim öyle ki A ve B noktalarındaki spin ölçüm sonuçları $A(\lambda,n_A)$ ve $B(\lambda,n_B)$ ile verilmiş olsun. Burada λ gizli değişkendir.

A'daki ölçüm sonucu n_A ekseninin seçimine bağlı fakat n_B ekseninin seçimine bağlı değildir. B'daki ölçüm sonucu n_B ekseninin seçimine bağlı fakat n_A ekseninin seçimine bağlı değildir. Bu **lokallik hipotezi** olarak bilinir.

Gizli değişken teorisi çerçevesinde korelasyon katsayısı

$$C(A,B) = \frac{4}{\hbar^2}\int A(\lambda,n_A)B(\lambda,n_B)\,p(\lambda)d\lambda$$

olarak tanımlanır. Burada $p(\lambda)$, λ değişkenine bağlı

$$p(\lambda) > 0 \qquad \forall\lambda$$

ve

$$\int p(\lambda)d\lambda = 1$$

olacak şekilde bilinmeyen bir olasılık dağılımıdır.

Öneri: Verilen $\vec{n}_A, \vec{n}'_A, \vec{n}_B, \vec{n}'_B$ eksenleri için

$$A(\lambda, n_A)B(\lambda, n_B) + A(\lambda, n_A)B(\lambda, n'_B) + A(\lambda, n'_A)B(\lambda, n'_B)$$
$$- A(\lambda, n'_A)B(\lambda, n_B) = \pm \frac{\hbar^2}{2}$$

eşitliği mevcuttur.

Teorem (Bell-CHSH eşitsizliği):

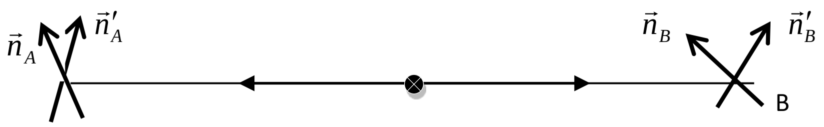
Gizli değişken teorisi için

$$S = C(A,B) + C(A,B') + C(A',B') - C(A',B)$$

niceliğini tanımlayalım. S niceliği

$$|S| \leq 2$$

eşitsizliğini sağlar.



Kuantum mekaniği bu eşitsizliğe uyar mı ?

$$S_Q = -\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha - \beta') - \cos(\alpha' - \beta') + \cos(\alpha' - \beta)$$

$$\theta_1 = \alpha - \beta$$
$$\theta_2 = \beta' - \alpha$$
$$\theta_3 = \alpha' - \beta'$$

olarak tanımlarsak

$$S_Q = -\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) - \cos(\theta_3) + \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

Ekstremum şartı empoze edilirse,

$$S_Q = -3\cos(\theta_1) + \cos(3\theta_1) \qquad ; \ \sin(\theta_1) - \sin(3\theta_1) = 0$$

elde edilir.

$\theta_1 = 0, \pi/4, 3\pi/4, \pi$ açı değerleri S_Q'yu ekstremum yapar.

$$S_Q(0) = -2$$
$$S_Q(\pi/4) = -2\sqrt{2}$$
$$S_Q(3\pi/4) = 2\sqrt{2}$$
$$S_Q(\pi) = 2$$

$S_Q(\pi/4)$ ve $S_Q(3\pi/4)$ eşitsizliğe uymaz!

1982 yılında Alain ASPECT ve çalışma arkadaşları Bell eşitsizliklerini sınamak amacıyla çok hassas deneyler gerçekleştirdiler. Ancak deneylerinde spin-1/2 parçacıklar kullanmak yerine spin-1 fotonlar kullandılar.

A ve B noktalarında polarizasyon eksenleri $\vec{n}_A, \vec{n}'_A, \vec{n}_B, \vec{n}'_B$ olan polarizatörler bulunsun. Fotonların, polarizasyon ekseninin yönelimine bağlı olarak, polarizatörden geçme ve soğrulma olasılıkları vardır.

ASPECT ve çalışma arkadaşları yaptıkları deneylerle Bell eşitsizliklerinin ihlal edildiğini ve kuantum mekaniği öngörülerinin deney sonuçlarıyla uyumlu olduğunu ispatlamışlardır. Böylece kuantum mekaniği kuramının yerini alabilecek, yukarıdaki incelememizde ele alındığı biçimdeki bir lokal gizli değişken kuramının olmadığı ispatlanmıştır.

KAYNAKLAR:

*The Einstein, Podolsky and Rosen Paradox in Atomic, Nuclear and Particle Physics, A. Afriat and F. Selleri Springer-Verlag, 1999.

*The Quantum Mechanics Solver, Jean-Louis Basdevant & Jean Dalibard, Springer-Verlag, 2000.

*Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics, J.S. Bell, Cambridge University Press, 1997.