Dikdörtgen Dalga Kılavuzlarında TE dalgalar

$\downarrow$

320 MHz - 333 GHz'e kadar çeşitli boyutlarda

(TE wave = H wave)

TE dalga ; yayılım yönü $z \Rightarrow E_z = 0$ ama $H_z \neq 0$

$$\bar{\nabla}_t^2 H_z + k_c^2 H_z = 0$$

$\underbrace{H_z(x,y)}_{\text{x'e ve y'ye bağlı bir fonksiyon}}$

$k_c = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + k_c^2 H_z = 0$$

$$\frac{\partial^2 H_z(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z(x,y)}{\partial y^2} + k_c^2 H_z(x,y) = 0$$

fonksiyon

$$\frac{\partial^2 H_z(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z(x,y)}{\partial y^2} + k_c^2 H_z(x,y) = 0$$

Değişkenlere Ayrıştırma $H_z(x,y) = f(x)\,g(y)$

$$\frac{\partial^2 [f(x)g(y)]}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 [f(x)g(y)]}{\partial y^2} + k_c^2 f(x)g(y) = 0$$

$$g(y)\frac{d^2 f(x)}{dx^2} + f(x)\frac{d^2 g(y)}{dy^2} + k_c^2 f(x)g(y) = 0$$

Sağlı sollu $f(x)g(y)$'ye bölsek

$$\underbrace{\overbrace{\frac{1}{f(x)}\frac{d^2 f(x)}{dx^2}}^{-k_x^2}}_{\text{sabit bir terim veya } x\text{'e } \cancel{\text{bağlı bir}} \text{ fonksiyon}} + \underbrace{\overbrace{\frac{1}{g(y)}\frac{d^2 g(y)}{dy^2}}^{-k_y^2}}_{\text{sabit bir terim veya } y\text{'ye } \cancel{\text{bağlı bir fonksiyon}}} + \underbrace{k_c^2}_{\text{sabit bir terim}} = 0 \Rightarrow k_c^2 = k_x^2 + k_y^2$$

$$\frac{1}{f(x)}\frac{d^2 f(x)}{dx^2} + k_x^2 = 0 \quad (*)$$

$$\frac{1}{g(y)}\frac{d^2 g(y)}{dy^2} + k_y^2 = 0 \quad (**)$$

$$\frac{1}{f(x)}\frac{d^2 f(x)}{dx^2} + k_x^2 = 0 \Rightarrow \frac{d^2 f(x)}{dx^2} + k_x^2 f(x) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 g(y)}{dy^2} + k_y^2 g(y) = 0$$

$$\sin(k_x x) \longrightarrow \frac{d}{dx}\left[\sin(k_x x)\right] = k_x \cos(k_x x)$$

$$\frac{d}{dx}\left[k_x \cos(k_x x)\right] = -k_x^2 \sin(k_x x)$$

$$\cos(k_x x) \longrightarrow \frac{d}{dx}\left[\cos(k_x x)\right] = -k_x \sin(k_x x)$$

$$\frac{d}{dx}\left[-k_x \sin(k_x x)\right] = -k_x^2 \cos(k_x x)$$

⊗'in genel çözümü

$$f(x) = A_1 \cos(k_x x) + A_2 \sin(k_x x)$$

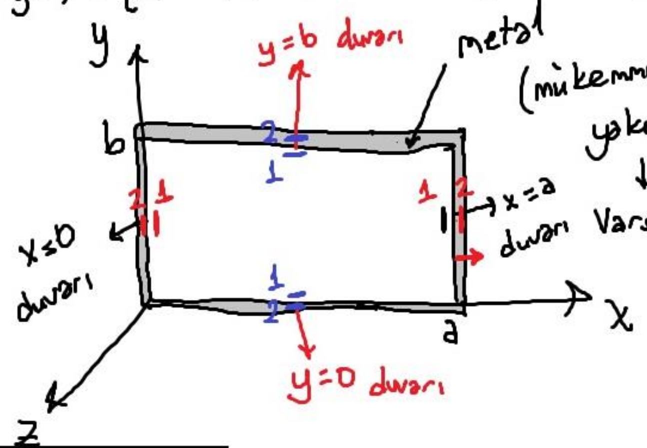
Benzer şekilde

⊗'in genel çözümü

$$g(y) = B_1 \cos(k_y y) + B_2 \sin(k_y y)$$

$H_z(x,y) = f(x)g(y)$

$$H_z(x,y) = f(x)\,g(x) = \left[A_1 \cos(k_x x) + A_2 \sin(k_x x)\right]\left[B_1 \cos(k_y y) + B_2 \sin(k_y y)\right]$$



Varsayım: mükemmel iletken

$\sigma \to \infty$

Metalik yapının içerisinde

$\bar{E} = 0$

$\bar{H} = 0$

Hatırlatma:

İki ortam sınırında

$\bar{E}_{t_1} = \bar{E}_{t_2}$

$\bar{B}_{n_1} = \bar{B}_{n_2}$

$\mu_1 \bar{H}_{n_1} = \mu_2 \bar{H}_{n_2}$

$\mu_1 = \mu_2$ ise $\bar{H}_{n_1} = \bar{H}_{n_2}$

$x=0$ ve $x=a$ duvarlarında

$$\underbrace{\frac{\partial H_z}{\partial x}}_{\bar{H}_{n_1}} = \underbrace{0}_{\bar{H}_{n_2}} \quad x = \begin{matrix} a \\ 0 \end{matrix} \text{ duvarında}$$

$\bar{H}_{n_2}$ ← Metalin içerisinde $\bar{H}=0$ olmak zorunda

$\bar{H}_{n_2} = 0$

$$\underbrace{\frac{\partial H_z}{\partial y}}_{\bar{H}_{n_1}} = \underbrace{0}_{\bar{H}_{n_2}} \quad y = \begin{matrix} 0 \\ b \end{matrix} \text{ duvarlarında}$$

$\bar{H}_{n_2}$ ← Metalin içerisinde $\bar{H}=0$ olmak zorunda

$\bar{H}_{n_2} = 0$

$$H_z(x,y) = f(x)\,g(x) = \{A_1 \cos(k_x x) + A_2 \sin(k_x x)\}\,\underbrace{\left[B_1 \cos(k_y y) + B_2 \sin(k_y y)\right]}_{\Delta}$$

$$\frac{\partial H_z(x,y)}{\partial x} = \left[-k_x A_1 \sin(k_x x) + k_x A_2 \cos(k_x x)\right]\cdot \Delta$$

$$\left.\frac{\partial H_z(x,y)}{\partial x}\right|_{x=0} = \left[-k_x A_1 \underbrace{\cancel{\sin(0)}}_{0} + k_x A_2 \underbrace{\cos(k_x 0)}_{1}\right]\Delta = 0$$

$$\Rightarrow k_x A_2 \Delta = 0 \quad \Rightarrow A_2 = 0$$

$$\left.\frac{\partial H_z(x,y)}{\partial x}\right|_{x=a} = \left[-k_x A_1 \underbrace{\sin(k_x a)}\right]\Delta = 0$$

$=0$ olması demek

$k_x a$'nın $0, \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi, \ldots$ olması demek

Benzer şekilde

$$\Rightarrow k_x = \frac{n\pi}{a} \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

$$\left.\frac{\partial H_z(x,y)}{\partial y}\right|_{y=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad B_2 = 0$$

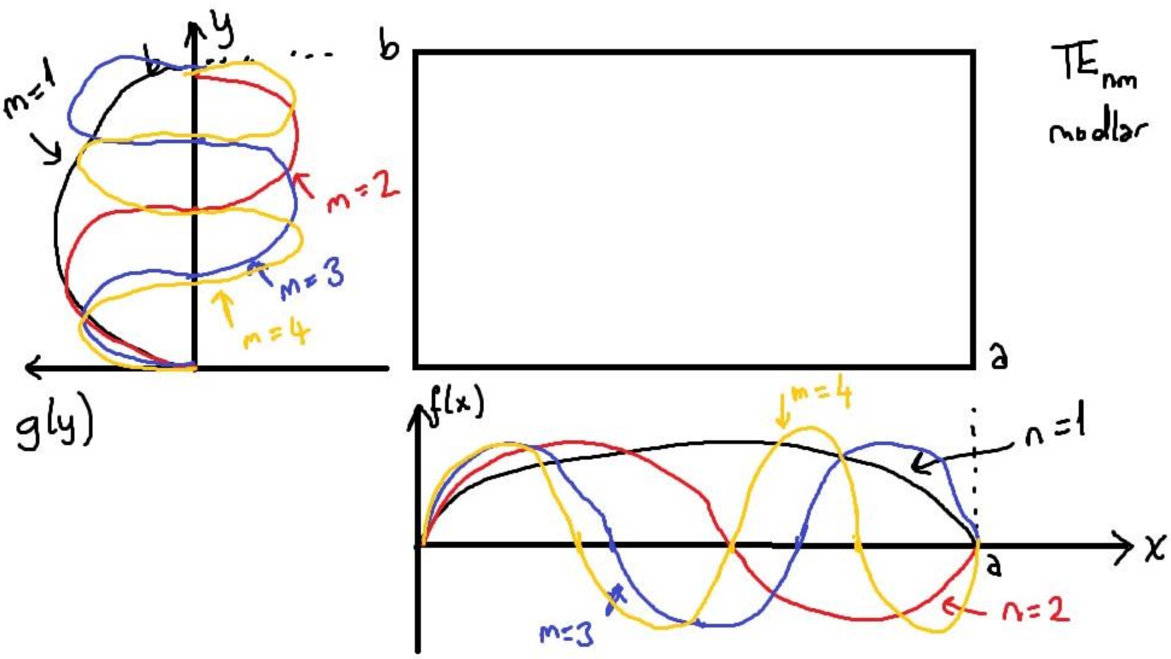
$$\left.\frac{\partial H_z(x,y)}{\partial y}\right|_{y=b} = 0 \quad \Rightarrow \quad k_y b\text{'nin } 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \ldots \text{ olması demek}$$

$$\Rightarrow k_y = \frac{m\pi}{b} \qquad m = 0, 1, 2, \ldots$$

Sonuç olarak:

$$H_z(x,y) = A_1 B_1 \underbrace{\cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right)}_{\cos(k_x x)} \underbrace{\cos\left(\frac{m\pi y}{b}\right)}_{\cos(k_y y)} \qquad \begin{array}{l} n = 0, 1, 2, \ldots \\ m = 0, 1, 2, \ldots \end{array}$$

$$H_z(x,y) = f(x)\,g(x) = \{A_1 \cos(k_x x) + \cancel{A_2 \sin(k_x x)}\}\,\underbrace{\left[B_1 \cos(k_y y) + \cancel{B_2 \sin(k_y y)}\right]}_{\Delta}$$



TE
nm
modlar
y
b
b
a
g(y)
f(x)
x
a
m=1
m=2
m=3
m=4
m=4
m=3
n=1
n=2