MÜHENDİSLİK MEKANİĞİ DERSİ

(Ağırlık Merkezi ve Geometrik Merkez)

Prof. Dr. Berna KENDİRLİ

Ders Planı

HAFTA	KONU
1	Giriş, temel kavramlar, mekaniğin temel ilkeleri
2-3	Düzlem kuvvetler sisteminin bileşkesi
4-5	Rijit cisimlerin dengesi
6	Ağırlık merkezi ve geometrik merkez
7	Düzlem taşıyıcı sistemler, kafes sistemler
8	Arasınavı
9	Düzlem taşıyıcı sistemler, kafes sistemler
10-11	İç kuvvetler ve kesit tesirleri
12	Sürtünme
13-14	Atalet momenti

Yararlanılan Kaynaklar

- 1. Olgun, M. 2016. Mühendislik Mekaniği (Statik) 3. Baskı. Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi Yayın No: 1566, Ders Kitabı: 519, 300 s., Ankara.

- 2. Omurtag, M. H. 2003. Mühendisler İçin Mekanik- Statik. Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş., İstanbul.

Ağırlık Merkezi ve Geometrik Merkez

- Bir rijit cismin ağırlığı, moleküllerinin ağırlıklarının toplamına eşittir. Buna göre dünyanın bir cisme uyguladığı yer çekimi kuvvetine o *cismin ağırlığı* denir. Cismin ağırlık kuvvetinin uygulama noktası ise o cismin *ağırlık merkezini* vermektedir.

- Yüzeysel şekiller veya eğriler cisim olmadıklarından bunlar için ağırlık merkezi ifadesinin kullanılması anlamsız olabilir. Bunlar ancak bir levha veya teli ifade ediyorlarsa, ağırlık merkezi terimi bir anlam kazanabilir. Bu nedenle düzgün ve homojen özellikteki yüzeysel şekillerin ağırlık merkezi *geometrik merkez (sentroid)* terimi ile ifade edilir. Homojen bir levhada veya telde ağırlık merkezi ile geometrik merkez aynı noktadadır.

Ağırlık Merkezi ve Geometrik Merkez

- Düzlem üzerinde bulunan sabit kalınlıkta ve sabit özgül ağırlıkta homojen bir plağı dikkate alalım. Bu plak n sayıda diferansiyel elemente ayrılabilir. Plağın ağırlığını ifade eden W bileşke kuvvetinin büyüklüğü, plağı oluşturan n sayıdaki elementin ağırlıkları toplamına eşittir. Bu aşağıdaki biçimde formüle edilebilir.

$$W = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \ldots\ldots\ldots + \Delta W_n$$

- Bileşke kuvvetin uygulama noktasının diğer bir deyişle ağırlık merkezinin x_G ve y_G koordinatlarını bulmak için bileşke kuvvet W'nin x ve y eksenlerine göre momentleri, elementlerin ağırlıklarının aynı eksenlere göre momentleri toplamlarına eşitlenir. Ağırlık merkezinin x_G ve y_G koordinatları;

$$x_G = \frac{\sum x_i \, \Delta W_i}{\sum \Delta W_i} \qquad y_G = \frac{\sum yi \, \Delta W_i}{\sum \Delta W_i} \quad \text{olur.}$$

Ağırlık Merkezi ve Geometrik Merkez

- Bu durumda, yassı plağı oluşturan elementlerin sayısı artırılır, yani her bir elementin ağırlığı azaltılırsa limitte aşağıda verilen eşitlikler elde edilir.

$$W = \int dW$$

$$x_G \,.\, W = \int x \, dW \qquad y_G \,.\, W = \int y \, dW$$

$$x_G = \frac{\int x \, dW}{\int dW} \qquad y_G = \frac{\int y \, dW}{\int dW}$$

- Diğer taraftan kalınlığı sabit olan bir homojen plağın ağırlık merkezi, yüzey alanı cinsinden aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$x_G = \frac{\sum x_i \, \Delta A_i}{\sum \Delta A_i} \qquad y_G = \frac{\sum y_i \, \Delta A_i}{\sum \Delta A_i}$$

Ağırlık Merkezi ve Geometrik Merkez

- Söz konusu A yüzeyinde bu x ve y koordinatlarının belirttikleri noktaya aynı zamanda A yüzeyinin *geometrik merkezi (setroidi)* adı da verilir.
- Yukarıda verilen eşitliklerde A yüzeyini oluşturan ΔA elementlerinin sayıları artırılır, yani her bir elementin alanı küçültülürse limitte aşağıda verilen eşitlikler yazılabilir.

$$x_C \,.\, A = \int x \; dA \qquad\qquad y_C \,.\, A = \int y \; dA$$

$$x_C = \frac{\int x \; dA}{\int dA} \qquad\qquad y_C = \frac{\int y \; dA}{\int dA}$$

Bileşik şekillerin ağırlık merkezi

- Uygulamada karşılaşılan yassı bir plak, çoğunlukla dikdörtgen, kare, üçgen, yarım daire gibi bilinen geometrik şekillere ayrılabilir. Böyle bir cismin ağırlık merkezi;

$$x_G = \frac{(x_1 \,.\, W_1 + x_2 \,.\, W_2 + \ldots + x_n \,.\, W_n)}{(W_1 + W_2 + \ldots + W_n)}$$

$$y_G = \frac{(y_1 \,.\, W_1 + y_2 \,.\, W_2 + \ldots + y_n \,.\, W_n)}{(W_1 + W_2 + \ldots + W_n)}$$

- Söz konusu plak homojen ve aynı kalınlıkta ise, ağırlık merkezi ile geometrik merkez aynı nokta üzerinde çakışacağından bileşik şeklin alanının geometrik merkezinin x_C ve y_C koordinatları;

$$x_C = \frac{(x_1 \,.\, A_1 + x_2 \,.\, A_2 + \ldots + x_n \,.\, A_n)}{(A_1 + A_2 + \ldots + A_n)}$$

$$y_C = \frac{(y_1 \,.\, A_1 + y_2 \,.\, A_2 + \ldots + y_n \,.\, A_n)}{(A_1 + A_2 + \ldots + A_n)}$$

şeklinde yazılabilir.