Fark ve Diferensiyel Operatörleri Arasındaki Benzerlikler

Ankara Üniversitesi

Fark analizi ile diferensiyel analiz arasında bazı farklar ve benzerlikler vardır. Bu kesimde bu farklar ve benzerliklerden bahsedilecektir.

Aşağıdaki teorem, sürekli analizdeki kısmi integrasyon formülünün fark analizindeki benzerini ifade eder.

Teorem

$$\sum_{i=0}^{n-1} y(i)\Delta x(i) = x(n)y(n) - \sum_{i=0}^{n-1} x(i+1)\Delta y(i) + c, \ c \text{ keyfi sabittir.}$$

Teorem

$$\sum_{i=0}^{n-1} y(i+1)\Delta x(i) = x(n)y(n) - \sum_{i=0}^{n-1} x(i)\Delta y(i) + c, \ c \text{ keyfi sabittir.}$$

Benzer şekilde, belirli toplamlar için aşağıdaki sonuçları verebiliriz.

Sonuç

$$\sum_{i=0}^{n-1} y(i)\Delta x(i) = [x(i)y(i)]_0^n - \sum_{i=0}^{n-1} x(i+1)\Delta y(i).$$

Sonuç

$$\sum_{i=0}^{n-1} y(i+1)\Delta x(i) = [x(i)y(i)]_0^n - \sum_{i=0}^{n-1} x(i)\Delta y(i).$$

Belirli toplamlar için sürekli analizdeki temel teoreme benzer bir teorem aşağıdaki şekilde verilebilir.

Teorem

$a, b \in \mathbb{Z}$ *ve* $\Delta F(n) = f(n)$ *olsun. O halde*

$$\sum_{i=a}^{b} f(i) = F(b+1) - F(a)$$

dır.

Örnek

$f(i) = 2^i$ nin belirsiz toplamı $F(i) = 2^i$ olduğuna göre

$$\begin{aligned} \sum_{i=3}^{15} 2^i &= F(16) - F(3) \\ &= 2^{16} - 2^3 \\ &= 65528 \end{aligned}$$

Fark Analizi

- $\Delta x(n) = x(n+\epsilon) - x(n)$

Diferensiyel Analiz

- $Dx(t) = \lim_{\epsilon \to 0} \dfrac{\Delta x(t)}{\epsilon}$

Fark Analizi

- $\Delta cx(n) = c\Delta x(n)$

Diferensiyel Analiz

- $Dcx(t) = cDx(t)$

Fark Analizi

- $\Delta(xy) = y\Delta x + (Ex)\Delta y$
- $\Delta \dfrac{x}{y} = \dfrac{y\Delta x - x\Delta y}{yEy}$

Diferensiyel Analiz

- $D(xy) = yDx + xDy$
- $D\dfrac{x}{y} = \dfrac{yDx - xDy}{y^2}$