

# DİNAMİK

## TEMEL DİNAMİK DENKLEMLERİ



**Yrd. Doç. Dr. Mehmet Ali Dayıođlu**  
**Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi**  
**Tarım Makinaları ve Teknolojileri Mühendisliđi Bölümü**

# **TEMEL DİNAMİK DENKLEMLERİ**

# KİNEMATİK

## Parçacık Doğrusal Hareket

*Değişken a*

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$v = \frac{ds}{dt}$$

$$v \, dv = a \, ds$$

*Sabit a = a<sub>c</sub>*

$$v = v_0 + a_c t$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$$

## Parçacık Eğrisel Hareket

*x, y, z Koordinatları*

$$v_x = \dot{x} \quad a_x = \ddot{x}$$

$$v_y = \dot{y} \quad a_y = \ddot{y}$$

$$v_z = \dot{z} \quad a_z = \ddot{z}$$

*r, θ, z Koordinatları*

$$v_r = \dot{r} \quad a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$$

$$v_\theta = r\dot{\theta} \quad a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$$

$$v_z = \dot{z} \quad a_z = \ddot{z}$$

*n, t, Koordinatları*

$$v = \dot{s} \quad \left| \begin{array}{l} a_t = \dot{v} = v \frac{dv}{ds} \\ a_n = \frac{v^2}{\rho} \quad \rho = \left| \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{d^2y/dx^2} \right| \end{array} \right.$$

*Bağıl Hareket*

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A} \quad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$$

**Sabit Eksen Etrafında Rijit Cisim Hareketi***Değişken  $\alpha$* *Sabit  $\alpha = \alpha_c$* 

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha_c t$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha_c t^2$$

$$\omega d\omega = \alpha d\theta$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha_c(\theta - \theta_0)$$

*P Noktası İçin*

$$s = \theta r \quad v = \omega r \quad a_t = \alpha r \quad a_n = \omega^2 r$$

**Bağıl Genel Düzlemsel Hareket – Ötelenen Eksenler**

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A(\text{pin})} \quad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A(\text{pin})}$$

**Bağıl Genel Düzlemsel Hareket – Ötelenen ve Dönen Eksen**

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A} + (\mathbf{v}_{B/A})_{\text{rel}}$$

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r}_{B/A} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A}) + 2\boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{v}_{B/A})_{\text{rel}} + (\mathbf{a}_{B/A})_{\text{rel}}$$

## Hareket Denklemleri

<i>Parçacık</i>	$\Sigma \mathbf{F} = m \mathbf{a}$
<i>Rijit Cisim (Düzlemsel Hareket)</i>	$\Sigma F_x = m(a_G)_x$ $\Sigma F_y = m(a_G)_y$ $\Sigma M_G = I_G \alpha \quad / \quad \Sigma M_P = \Sigma (\mathcal{M}_k)_P$

## İş ve Enerji İlkesi

$$T_1 + U_{1-2} = T_2$$

## Kinetik Enerji

<i>Parçacık</i>	$T = \frac{1}{2} m v^2$
<i>Rijit Cisim (Düzlemsel Hareket)</i>	$T = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$

## İş

Değişken kuvvet

$$U_F = \int F \cos \theta \, ds$$

Sabit kuvvet

$$U_{F_c} = (F_c \cos \theta) \Delta s$$

Ağırlık

$$U_W = -W \Delta y$$

Yay

$$U_s = -\left(\frac{1}{2} k s_2^2 - \frac{1}{2} k s_1^2\right)$$

Moment

$$U_M = M \Delta \theta$$

**Güç ve Verim**

$$P = \frac{dU}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \quad \varepsilon = \frac{P_{giriş}}{P_{çıkış}} = \frac{U_{giriş}}{U_{çıkış}}$$

**Enerjinin Korunumu Teoremi**

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

**Potansiyel Enerji**

$$V = V_g + V_e, \text{ burada } V_g = Wy, V_e = +\frac{1}{2}ks^2$$

**Açısal Lineer ve Momentum İlkesi**

<i>Parçacık</i>	$m\mathbf{v}_1 + \Sigma \int \mathbf{F} dt = m\mathbf{v}_2$
<i>Rijit Cisim</i>	$m(\mathbf{v}_G)_1 + \Sigma \int \mathbf{F} dt = m(\mathbf{v}_G)_2$

**Lineer Momentumun Korunumu**

$$\Sigma(\text{syst. } m\mathbf{v})_1 = \Sigma(\text{syst. } m\mathbf{v})_2$$

$$\text{Geri Dönme Katsayısı} \quad e = \frac{(v_B)_2 - (\dot{v}'_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1}$$

### Açısal İmpuls ve Momentum İlkesi

Parçacık	$(\mathbf{H}_O)_1 + \Sigma \int \mathbf{M}_O dt = (\mathbf{H}_O)_2,$ <p style="text-align: right;"><i>burada <math>H_O = (d)(mv)</math></i></p>
Rijit Cisim (Düzlemsel Hareket)	$(\mathbf{H}_G)_1 + \Sigma \int \mathbf{M}_G dt = (\mathbf{H}_G)_2,$ <p style="text-align: right;"><i>burada <math>H_G = I_G \omega</math></i></p> $(\mathbf{H}_O)_1 + \Sigma \int \mathbf{M}_O dt = (\mathbf{H}_O)_2,$ <p style="text-align: right;"><i>burada <math>H_O = I_G \omega + (d)(mv_G)</math></i></p>

### Açısal Momentumun Korunumu

$$\Sigma(\text{syst. } \mathbf{H})_1 = \Sigma(\text{syst. } \mathbf{H})_2$$

## **Ders Kitabı:**

- Hibbeler, 2014. Mühendislik Mekaniği – Dinamik, Literatür Yayıncılık, İstanbul  
Çevirenler: Ayşe Soyuçok, Özgün Soyuçok,  
Orijinal isimi: Engineering Mechanics SI Metric Edition, Dynamics.

## **Kullanılan Kaynaklar:**

- Ferdinand Beer, Phillip Cornwell, E. Russell Johnston 2014. Mühendisler için Vektör Mekaniği Dinamik Literatür Yayıncılık, İstanbul, Çevirmen: Osman Kopmaz, Ömer Gündoğdu.  
Orijinal isimi: Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
- Hibbeler, R. C., 2015. Engineering Mechanics: Dynamics, 14th Edition, Prentice Hall, New Jersey USA.
- Meriam, J. L. , Kraige, L. G. 2012. Engineering Mechanics: Dynamics, John Wiley & Sons, USA