

• Daha Karmaşık Düzeneklerin Doğal Tepkisi

Bu bölümde enerji depo edici birden fazla devre elemanı içeren devrelerin doğal tepkileri incelenecektir. Yandaki devreye KGY gerilim yasası uygulanırsa ,

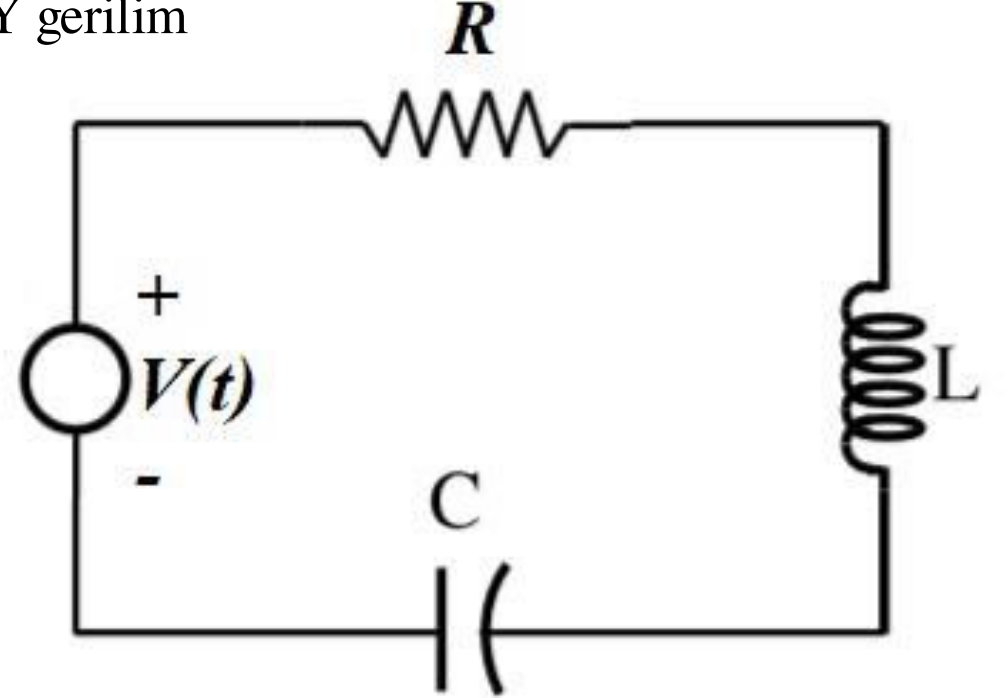
$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt = v_s(t)$$

İkinci türev alınırsa

$$L \frac{d^2i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = \frac{V_s(t)}{dt}$$

devrenin doğal tepkisi $i_n(t)$ $V_s(t) = 0$ durumunda

$$L \frac{d^2i_n(t)}{dt^2} + R \frac{di_n(t)}{dt} + \frac{1}{C} i_n(t) = 0$$



Devrenin doğal tepkisi $i_n(t)$

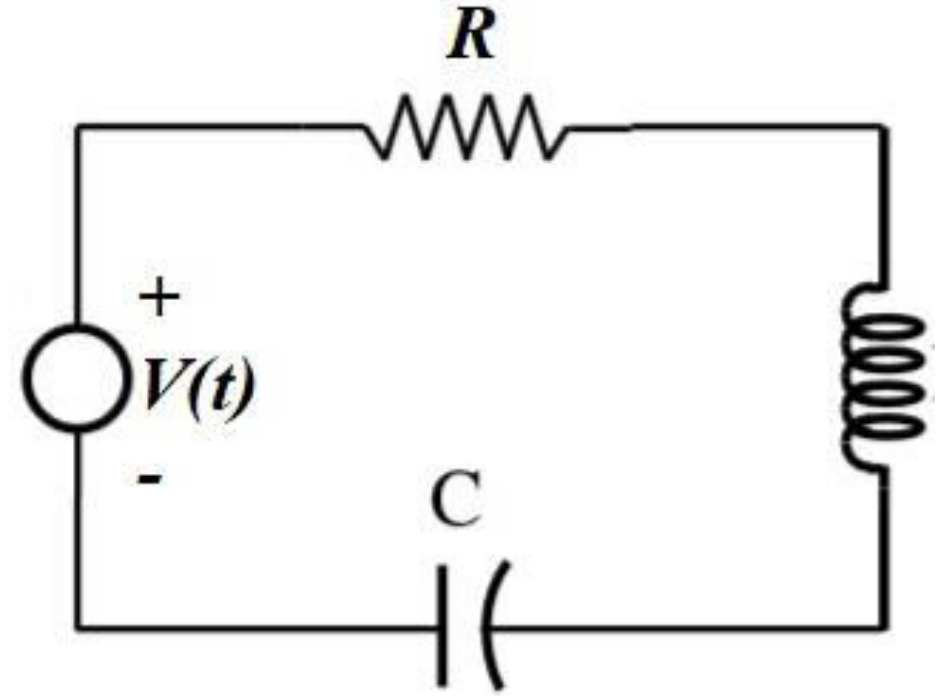
$$L \frac{d^2 i_n(t)}{dt^2} + R \frac{di_n(t)}{dt} + \frac{1}{C} i_n(t) = 0$$

$i_n(t) = K e^{st}$ çözüm önerisinde bulunursak,

$$K e^{st} (s^2 L + sR + \frac{1}{C}) = 0 \quad s^2 L + sR + \frac{1}{C} = 0$$

$$i_n(t) = K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t}$$

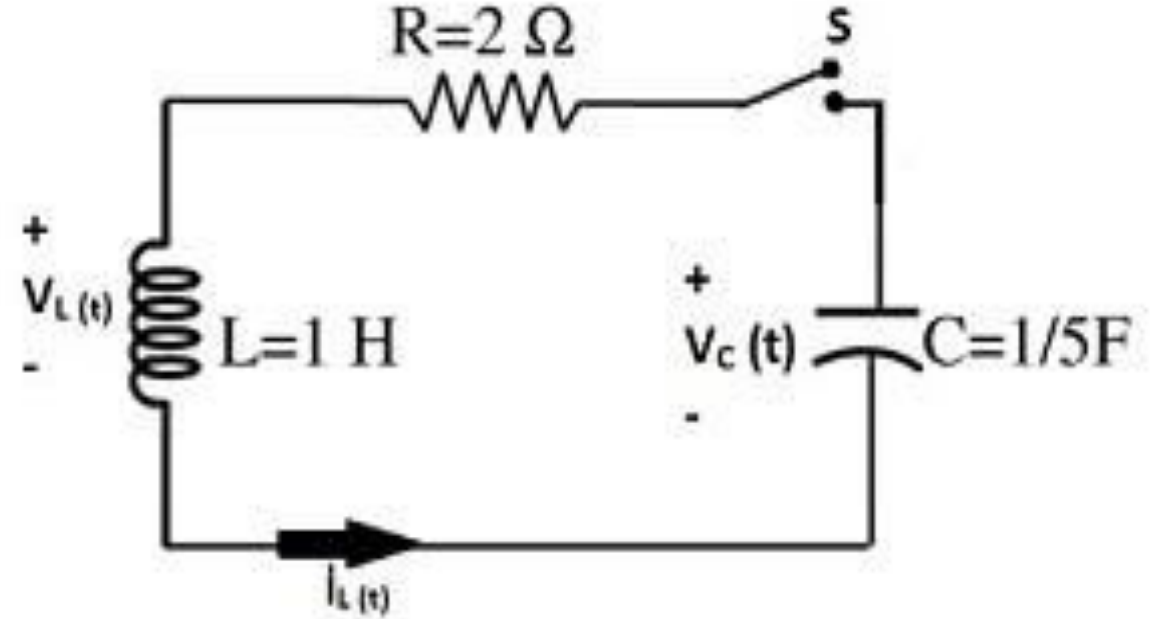
burdan s_1 ve s_2 için iki kök bulunur.



Örnek

Yandaki devrede buluna $1/5$ F 'lık sığa $t=0$ zamanından önce ikinci bi devre ile yüklenmiştir. Yüğü olduğu $t < 0$ için

$V_C = 10$ V' dur . $T = 0$ 'da S anahtarı kapanıyor
 $T > 0$ değeri için devredeki $i(t)$ akımını bulunuz .



ÇÖZÜM

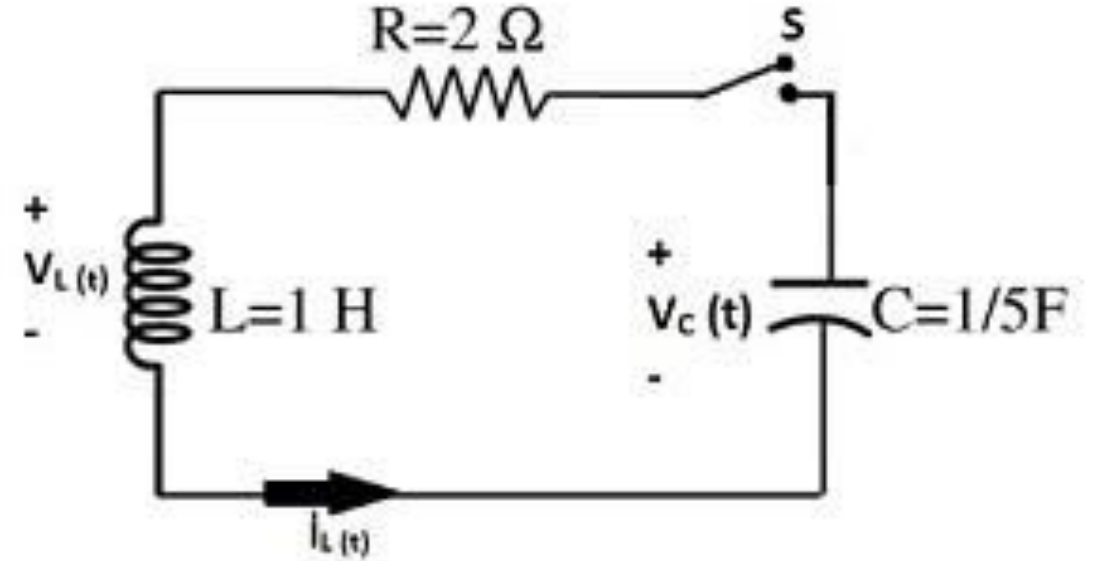
$t = 0$ anında devrenin tepkisi doğal tepkidir.

Devrenin doğal tepkisi $V_s(t) = 0$ için KGY,

$$1 \frac{di(t)}{dt} + 2i(t) + 5 \int i(t)dt = 0$$

İntegralden kurtarmak için bir kez türev alınırsa

$$d^2 \frac{i(t)}{dt^2} + 2 \frac{di(t)}{dt} + 5i(t) = 0$$



Çözüm için $i(t) = K e^{st}$

$$\rightarrow K e^{st} (s^2 + 2s + 25) = 0 \rightarrow s^2 + 2s + 25 = 0 \rightarrow s_1 = -1 + j2, s_2 = -1 - j2$$

$$i(t) = K_1 e^{(-1+j2)t} + K_2 e^{-(1+j2)t}$$

K_1, K_2 katsayılarını bulmak için $t = 0$ anını kullanmak gerekir

$$i(t) = K_1 e^{(-1+j2)t} + K_2 e^{-(1+j2)t}$$

$$i(t) = e^{-t} (K_1 e^{+j2t} + K_2 e^{-j2t})$$

Burada euler eşitliğini kullanırsak,

$$e^{\pm i\theta} = \cos \theta \pm j \sin \theta$$

$$\rightarrow i(t) = e^{-t} [K_1(\cos 2t + j \sin 2t) + K_2(\cos 2t - j \sin 2t)]$$

$$\rightarrow i(t) = e^{-t} [A \cos 2t + B \sin 2t]$$

$$A \cong K_1 + K_2 \quad B \cong j(K_1 - K_2)$$

1. Sınır koşulu $i(t=0) = 0$

$$i(t=0) = 0 = e^0 (A \cos 2 \cdot 0 + B \sin 2 \cdot 0) = A \quad A = 0$$

2. sınır koşulunda B katsayısı bulunur,

$$\frac{di(t=0)}{dt} = -e^0 [-2A \sin 2(0) + 2B \cos 2(0)] = -2B$$

$t = 0$ da KGY eşitliği ,

$$1 \frac{di(t)}{dt} + 2i(t=0) - v_c(t=0) = 0, \quad i(t=0) = 0 \quad v_c(t=0) = 10 \text{ V} \quad \text{yerine yazılırsa}$$

$$B = 5 \text{ olarak bulunur}$$

$$i(t) = 5 e^{-t} \sin 2t \text{ amper}$$

• Zorlanmış Tepki

➔ Yandaki devrenin KGY uygulanırsa,

$$L \frac{di_f(t)}{dt} + R i_f(t) = v_s(t)$$

➔ $i_f(t) = Bt$ olduğu durumda

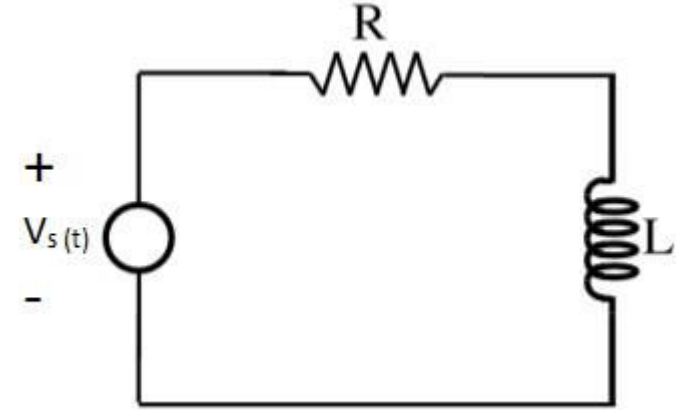
$$L + RBt = At$$

$$L \frac{d}{dt} (Bt + C) + R (Bt + C) = At$$

➔ Doğal tepki sıfır olacağından denklem,

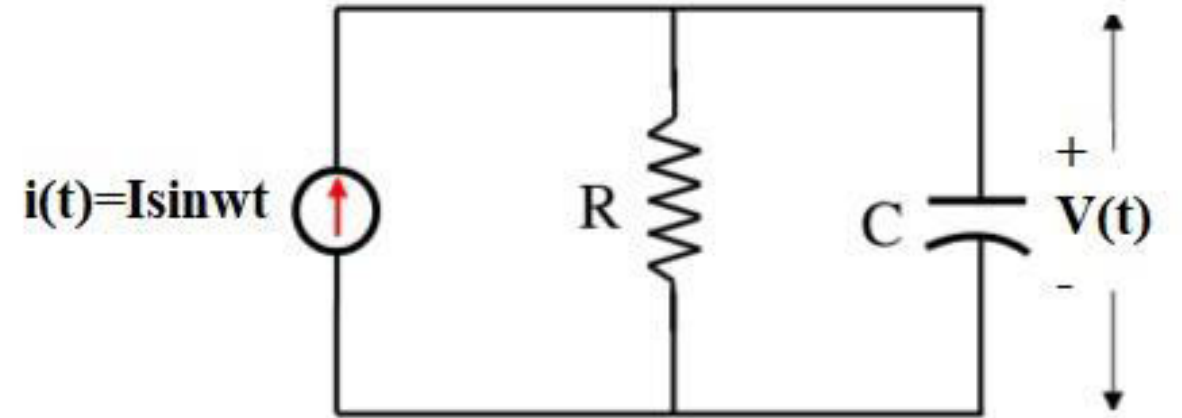
$$BL + RBt + RC = At \quad BL + RC = 0, \quad RB = A \quad B = A/R, \quad C = -AL/R^2$$

$$i_f(t) = \frac{A}{R} t - \frac{AL}{R^2}$$



Örnek

Yandaki devreni sinüsel akıma tepkisinin zorla bileşenini bulunuz. ($V_f(t)$)



çözüm

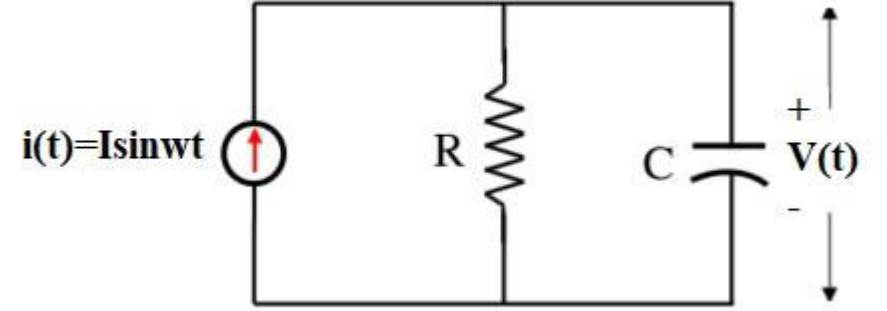
Devre için KAY uygulanırsa

$$C \frac{dV_f(t)}{dt} + \frac{1}{R} V_f(t) = I \sin \omega t$$

$V_f(t)$ zorlanmış tepkisi için

$$V_f(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad \text{yazabiliriz .}$$

$$C (\omega A \cos \omega t - \omega B \sin \omega t) + 1/R (A \sin \omega t + B \cos \omega t) = I \sin \omega t \quad \text{şekline dönüşür.}$$



$$\rightarrow \left(CwA + \frac{B}{R} \right) \cos wt + \left(\frac{A}{R} - CwB \right) \sin wt = I \sin wt$$

$$\rightarrow AwC + B/R = 0, \quad A/R - BwC = I \quad \text{ve } G = 1/R \text{ ise,}$$

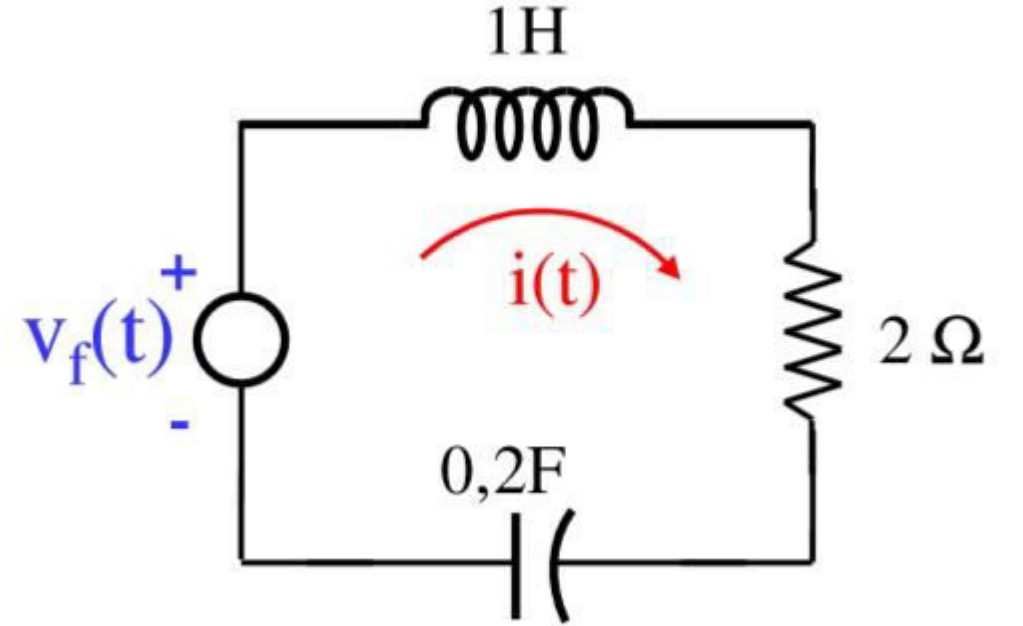
$$\rightarrow A = I \frac{G}{G^2 + (wC)^2} \quad B = I - \frac{wC}{G^2 + (wC)^2} \quad \text{olur.}$$

sonuç olarak yerlerine A ve B katsayılarını yerlerine yazarsak

$$V_f(t) = I \left(\frac{G}{G^2 + (wC)^2} \sin wt - \frac{wC}{G^2 + (wC)^2} \cos wt \right)$$

örnek

Yandaki devrede $t=0$ anında $V_f(t) = 5t^2$ V ise $i_f(t)$ zorlanmış bileşeni nedir?

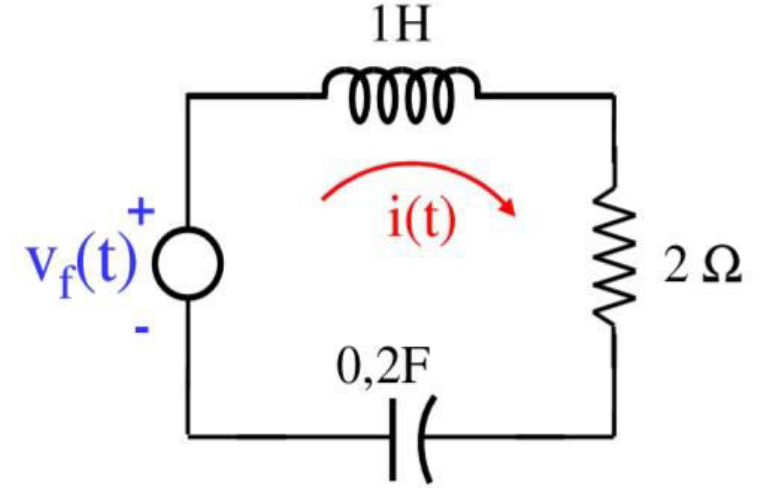


Çözüm:

Devre için Kirchhoff gerilim yasası (KGY) uygulanırsa ,

$$1 \frac{di(t)}{dt} + 2i(t) + 5 \int i(t) dt = v(t)$$

$$\frac{d^2i(t)}{dt^2} + 2 \frac{di(t)}{dt} + 5i(t) = \frac{dv(t)}{dt}$$



Zorlanmış tepki için aşağıdaki verilen denklem sağlamış olması gerekmektedir.

$$i_f(t) = At^2 + Bt + C$$

Biçininde t^2 fonksiyonunu ve tüm türevlerini içerecek biçimdedir

$$2A + 2(2At + B) + 5(At^2 + Bt + C) = 10t$$

$$(5A)t^2 + (4A + 5B)t + (2A + 2B + 5C) = 10t \quad \text{buradan , } A = 0 , B = 2 , C = -0,8 \quad \text{olur}$$

Zorlanmış tepki

$$i_f(t) = 2t - 0,8 \text{ amper}$$