Başlangıç Koşulları

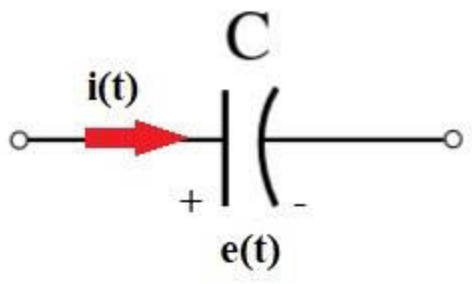
- Başlangıç koşullarını bulmada Kirchhoff yasaları ve sığa gerilimi ve indüktans akımının sürekliliği ilkesidir. Sonuçlar doğal tepki terimlerinin katsayılarını hesaplamada kullanılır.
- Anahtarlamanın yapıldığı anı t=0 olarak kabul edilirse, anahtarlamadan hemen önceki an (0^-); hemen sonraki an ise (0^+) olarak gösterilecektir.

- Sığa üzerindeki akım,

$$i = C\frac{dv_f(t)}{dt}$$

- Sığada depo edilen enerji

$$W_c = \frac{1}{2}\,C\,v_c^2$$



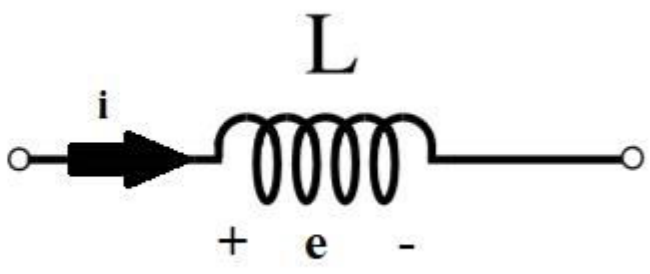
- Sığa akımı gerilimindeki anlık değişmeye (yani dvC/dt=∞) sonsuz bir akım eşlik etmesi gerektiğini gösterir.
- Sonsuz büyüklükte bir akım verilmedikçe bir sığanın uçlarındaki gerilim ansızın değiştirilemez.

$$v_c(0^-) = v_c(0^+)$$

İndüktans başlangıç koşulları için,

- İndüktans üzerindeki gerilim

$$v_l = L\frac{di(t)}{dt}$$



- Depolanan enerji

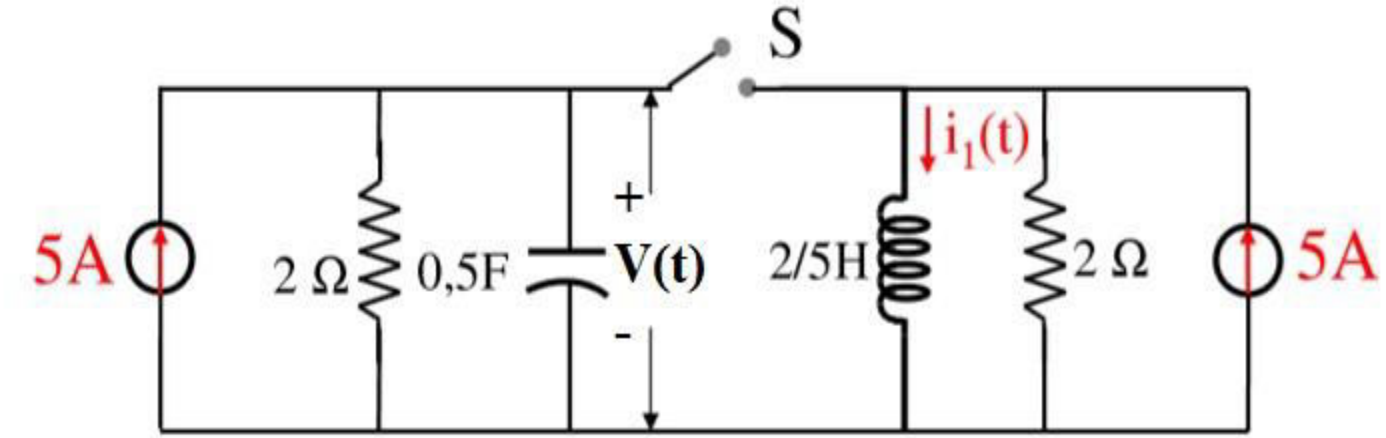
$$W_L = \frac{1}{2}\,L\,i^2$$

- Sığa akımı gerilimindeki anlık değişmeye (yani diL/dt=∞) sonsuz bir akım eşlik etmesi gerektiğini gösterir.
- Sonsuz büyüklükte bir gerilim uygulanmadıkça bir indüktansdaki akım birdenbire değiştirilemez.

$$i_L(0^-) = i_L(0^+)$$

Örnek

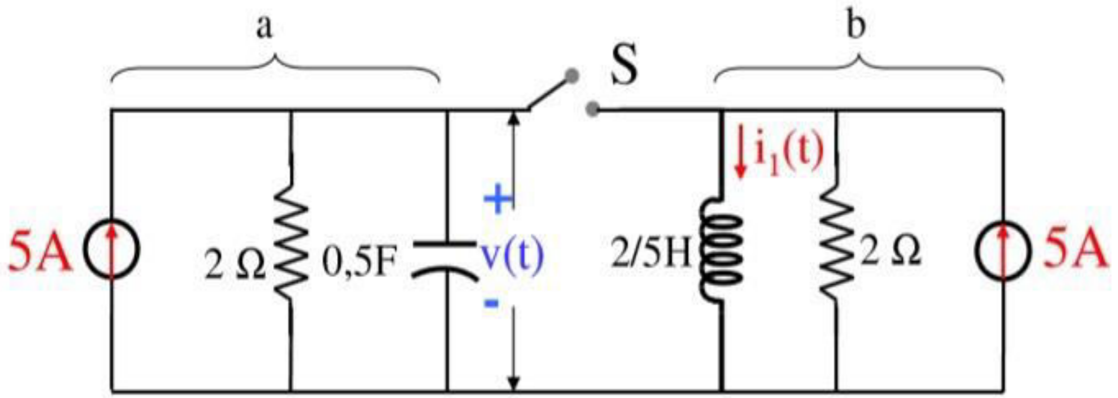
Aşağıdaki devrede S anahtarı t=0 zamanından önce uzun zaman açık tutulmuştur ve t=0 anında kapatılmıştır. Anahtar kapandıktan hemen sonra $t=0^+$ anında v, dv/dt, i_L ve di_L/dt yi bulunuz.



Çözüm:

t=0 anındaki v(t) sığa geriliminin ve iL(t) indüktans akımının belirlenmesi ve anahtar kapalı iken bu fonksiyonlara süreklilik ilkesinin ve devreye de Kirchhoff yasalarının uygulanması ile bulunur.

Anahtar kapanmadan önce devrenin a ve b kısımları birbirinden bağımsızdır. Her iki devrede doğru akımla uzun zaman beslendiklerinden zorlanmış tepkileri sabittir ve



$$v(0^-) = v(0^+) = 10\text{ V}$$

$$i_L(0^-) = i_L(0^+) = 5\text{ A}$$

Eğer $v(0^+)$= 10 V ve indüktans gerilimi 10 V ise

$$10=\frac{2}{5}\frac{di_l(0^+)}{dt} \quad \text{veya} \quad \frac{di_l(0^+)}{dt}=25 \text{ A/s}$$

dv/dt ‘nin değeri t=0 anında Kirchhoff akım yasasının uygulanması ile bulunur .

$$5-\frac{1}{2}v(0^+)-dv(0^+)-i_l\ (0^+)-\frac{1}{2}\ v(0^+)+5=0$$

$$\frac{dv(0^+)}{dt}=-10\ \frac{V}{s} \quad \text{bulunur}$$

- Tam Tepki

Doğal ve Zorlanmış tepkilerin bir arada olduğu durum ile ilgilenilecektir. Bir devrenin tam tepkisini sistematik olarak incelemek için aşağıdaki adımlar sırası ile izlenecektir.

1. Devre için direfansiyel denklem yazılır. Eğer devrede integralli terimler bulunuyorsa denklemin türevi alınarak basitleştirilir. Denklem, bağımsız kaynakları içeren terimleri eşitliğin bir tarafında, devre parametrelerini ve bağımlı kaynakları içeren terimleri eşitliğin diğer tarafında toplanır.

2. Zorlayıcı etkiler yazılır ve bunlardan belirtgen denklem ve kökleri (s_1, s_2, s_3) kökler hesaplanır. Tepkinin doğal bileşeninin biçimi $K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t} + K_3 e^{s_3 t} + \dots$

3. Zorlanmış tepki bulunur.

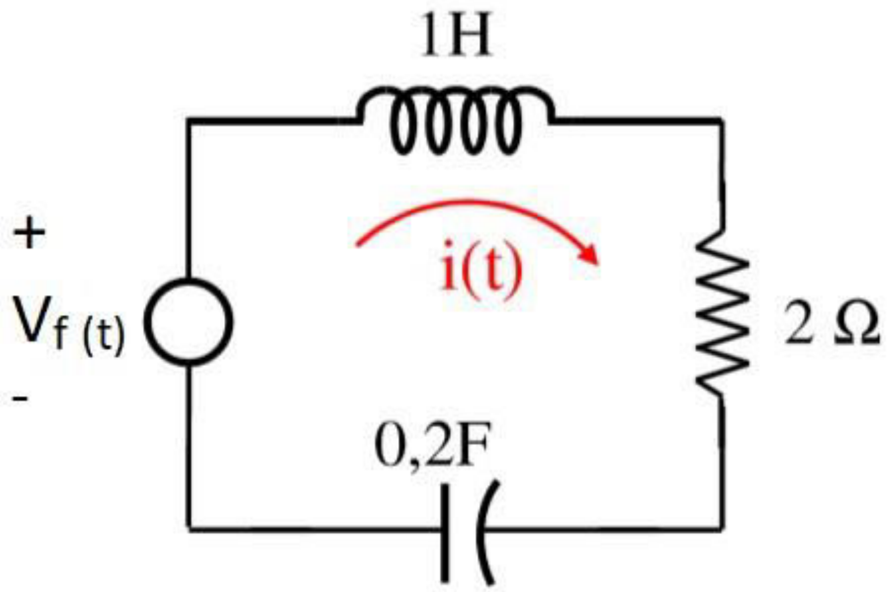
4. Zorlanmış ve doğal bileşenler toplanır. Bunların toplamı tam tepkidir. Ama doğal tepkinin K_1, K_2, K_3 vb katsayıları şimdilik bilinmemektedir.

5. Başlangıç koşulları belirlenir. Genel olarak gerekli başlangıçkoşullarının sayısı belirtgen denklemin köklerinin sayısı ile belirlenir. Belirtgen denkleminin bir kökü varsa fonksitonun t=0 anındaki değeri, iki kökü varsa fonksiyonun kendisinin ve birinci türevinin t=0 anındaki değeri bulunmalıdır.

6. Başlangıç koşulları kullanılarak K katsayılarının değeri bulunur. Bu adımda tam tam tepki biçimi kullanılmalıdır.

Örnek

Devrede eğer $t < 0$ için $v(t) = 0$ ve $t > 0$ için $v(t) = 10e^{-4t}$ volt ise $t > 0$ için $i(t)$ nin tam tepkisi nedir ?



Çözüm

1. Devre için KGY uygulanır

$$1\frac{di(t)}{dt} + 2i(t) + 5\int i\,(t)\,dt = V_f\,(t) = 10\,e^{-4t}$$

Türev alınırsa

$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + 2\frac{di(t)}{dt} + 5i\,(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -40\,e^{-4t}$$

2 . Doğal tepki (zorlayıcısız eşitlik)

$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + 2\frac{di(t)}{dt} + 5i\,(t) = 0 \qquad \textbf{kökler} \Rightarrow \boxed{s = -1 \pm j2}$$

$$\boxed{i_n\ (t) = e^{-t}\ (A\cos 2t + B\sin 2t)}$$

3. Tepkinin zorlanmış bileşeni üstel Ie^{-4t} biçiminde olacaktır, bu çözüm KGY eşitliğinde kullanıldığında,

$$(-4)^2 Ie^{-4t} + 2(-4) Ie^{-4t} + 5 Ie^{-4t} = -40 Ie^{-4t}$$

Sadeleştirme yapılıp denklem çözülürse **$I = -3{,}08$** olur. Burada zorlanmış tepki ,

$$\boxed{i_f(t) = -3{,}08\, e^{-4t}}$$

4 . Tam tepki

$$i(t) = i_n(t) + i_f(t) = -3{,}08\, e^{-4t} + e^{-t}\,(A\cos 2t + B\sin 2t)$$

5. -İki başlangıç koşuluna gerksinim vardır. $i(0^+)$ ve $di(0^+) / dt$. t=0'dan önce v(t)kaynak gerilimi, uzun zamandır sıfırdır, bu nedenle tüm akım ve gerilimler sıfıra gidecek biçimde devre durgun durumdadır.

$i(0^-) = 0$, $v_c(0^-) = 0$ ve $i(0^+) = 0$, $v_c(0^+) = 0$ olmalıdır . KGY eşitliği kullanılarak ,

$$\frac{di(0^+)}{dt} + 2i\,(0^+) + v_c\,(0^+) = v_c\,(0^+) = 10$$

$$\frac{di(0^+)}{dt} = 10$$

6 . $i(0^+) = 0$ koşulundan

$$\mathbf{i(0^+) = 0 = -3{,}08 + A} \qquad \boxed{\mathbf{A = 3{,}08}}$$ buradan

$$\mathbf{i(t) = -3{,}08\, e^{-4t} + e^{-t}\, (\, 3{,}08 \cos 2t + B \sin 2t\,)}$$

B katsayısı için , $di(0^+) / dt = 10$ koşulu kullanılırsa,

$$\frac{di(0^+)}{dt} = 10 = 12{,}32 + 2B - 3{,}08 \qquad \boxed{\mathbf{B = 0{,}38}}$$ bulunur

sonuç olarak tam tepki :

$$\boxed{\mathbf{i\,(t) = -3{,}08\, e^{-4t} + e^{-t}\, (\, 3{,}08 \cos 2t + 0{,}38 \sin 2t\,)\ \text{amper}}}$$