4.Bölüm
ÜSTEL UYARIM VE DÖNÜŞMÜŞ DEVRELER

- Uyarımların Üstel Fonksiyonlarla gösterilmesi
- Tek-Öğe Tepkileri
- Üstel Uyarımla Zorlanmış Tepki
- Sinüsel Uyarımla Zorlanmış Tepki
- Dönüşmüş Devre
- Giriş Empedans ve Admittansı
- Dönüşmüş Devre Kullanarak Çözümleme

Uyarımların Üstel Fonksiyonlarla Gösterilmesi

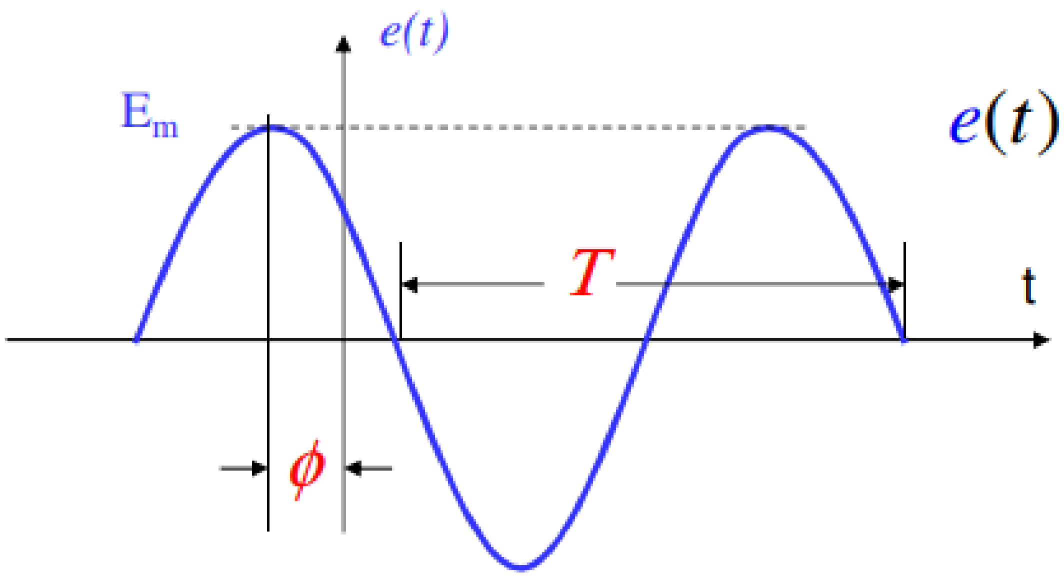
Sinüsel fonksiyonların üstel fonksiyonlarla gösterilmesi Euler eşitliğine dayanır. Bu eşitlik,

$$\epsilon^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

$$\epsilon^{-j\theta} = \cos\theta - j\sin\theta$$

$$\cos\theta = \frac{\epsilon^{j\theta}}{2} + \frac{\epsilon^{-j\theta}}{2}$$

$$\sin\theta = \frac{\epsilon^{j\theta}}{2j} - \frac{\epsilon^{-j\theta}}{2j}$$



$$e(t) = E_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\upsilon$$

ϕ = faz açısı
ω = açısal frekans
T = periyot
ν = frekans

$$e(t) = E_m \cos(\omega t + \phi) \quad \Rightarrow \quad e(t) = \frac{E_m}{2}\left[e^{j(\omega t+\phi)} + e^{-j(\omega t+\phi)}\right]$$

$$e(t) = \frac{E_m}{2} e^{j\phi} e^{j(\omega t)} + \frac{E_m}{2} e^{-j\phi} e^{-j(\omega t)} = \left(\frac{E_m}{2} e^{j\phi}\right) e^{j(\omega t)} + \left(\frac{E_m}{2} e^{-j\phi}\right) e^{-j(\omega t)}$$

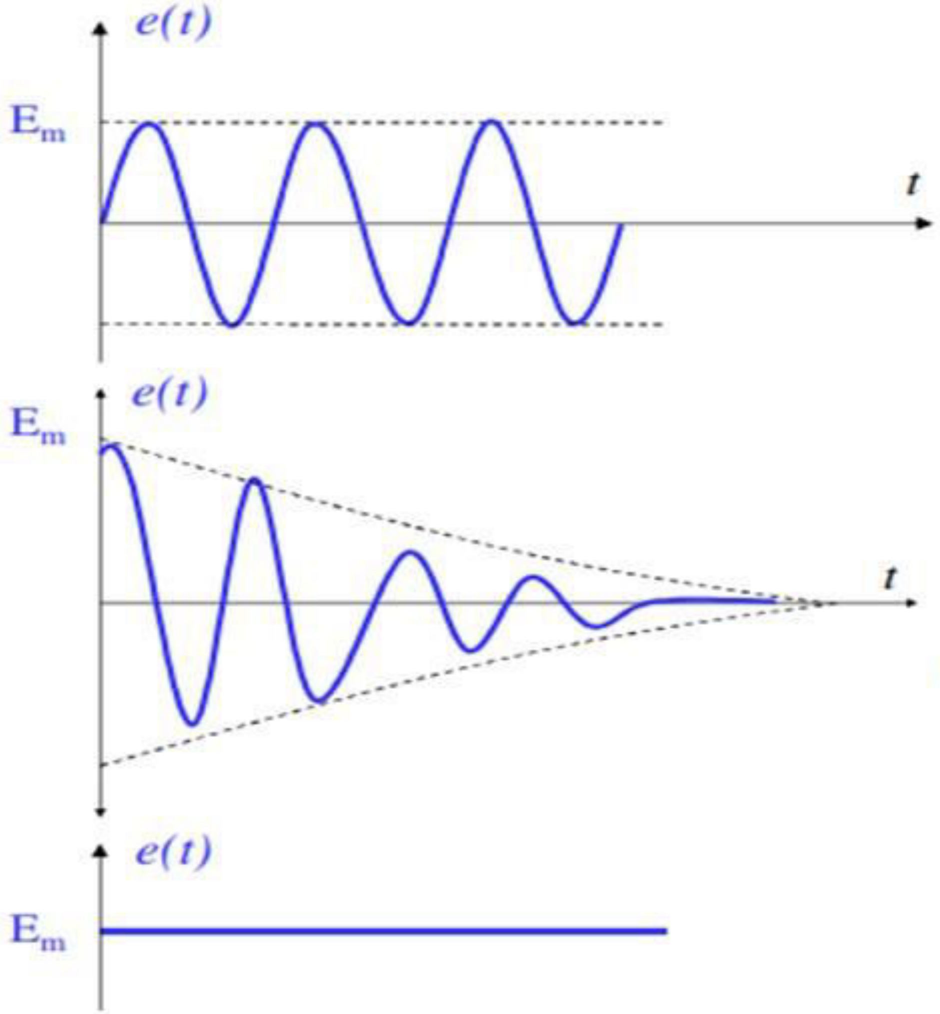
$$\boxed{e(t) = \mathbf{E}_1 e^{j(\omega t)} + \mathbf{E}_2 e^{-j(\omega t)}}$$

Genlikler:

$$\mathbf{E}_1 \equiv \frac{E_m}{2} e^{j\phi} \qquad \mathbf{E}_2 \equiv \frac{E_m}{2} e^{-j\phi}$$

$\mathbf{E}_1$ ve $\mathbf{E}_2$ karmaşık sayılarla gösterilen genliklerdir.

Periyodik bir fonksiyonun üstel fonkiyonlarla ifadesi;



$$e(t) = E_m e^{st}$$

s=0+jb (saf) karmaşık sayı:

$$e(t) = E_m e^{-(0-jb)t} = E_m e^{jbt}$$

$$e(t) = E_m e^{st}$$

s=a+jb karmaşık sayı:

$$e(t) = E_m e^{-(a-jb)t} = (E_m e^{-at})\sin(bt)$$

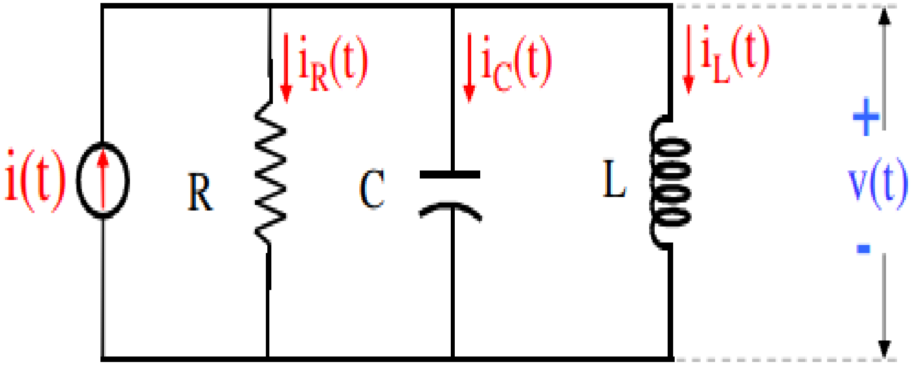
$$e(t) = E_m e^{st}$$

s=0

$$e(t) = E_m e^{-(0)t} = E_m$$

Tek-Öğe Tepkileri

Yandaki devreye $i(t) = Ie^{st}$ şeklinde bir akım uygulanırsa devre elemanlarında $v(t) = Ve^{st}$ bir gerilim görülür.



$$i_R(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{V}{R}e^{st} = I_R e^{st}$$

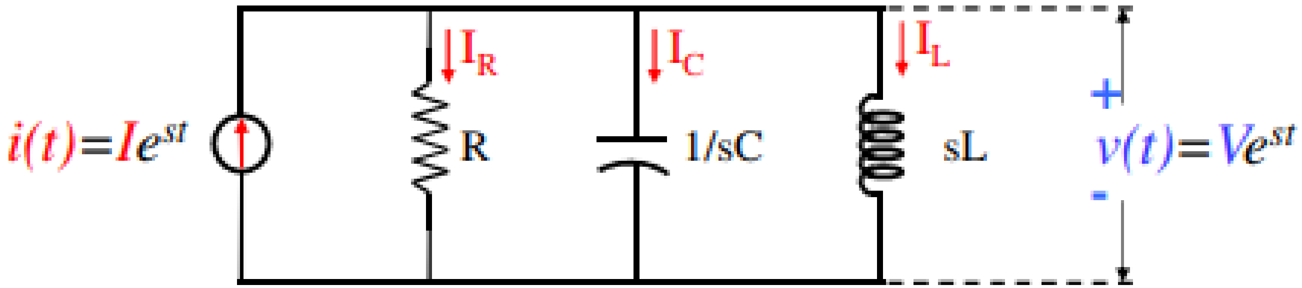
$$i_C(t) = C\frac{dv(t)}{dt} = CsVe^{st} = I_C e^{st}$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int v(t)dt = \frac{1}{sL}Ve^{st} = I_L e^{st}$$

$$I_R = \frac{V}{R} \Rightarrow \frac{V}{I_R} = R = R_R = \frac{1}{G}$$

$$I_C = CsV \Rightarrow \frac{V}{I_C} = \frac{1}{sC} \equiv R_C$$

$$I_L = \frac{1}{sL}V \Rightarrow \frac{V}{I_L} = sL \equiv R_L$$



Her terim akımın gerilime göre oranı olduğu için G, C_s ve $1/L_s$ nicelikleri 1/ohm boyutuna sahiptir. G terimi iletkenliği gösterir. Burada (s) uyarıcının frekansı belirttiği için;

- R_R frekansdan etkilenmiyor,
- R_C frekans ile azalır
- R_L frekans ile artar

Kaynak akımını bulmak için i(t) , Kirchhoff akım yasası uygulanmasıyla belirlenebilir , böylece denklem;

$$i(t) = (G + sC + 1/L_s) V\epsilon^{st} = I\,\epsilon^{st}$$ şeklini alır .

Üstel Uyarımla Zorlanmış Tepki

Zorlanmış tepkinin oluşturduğu zamana bağlı akımmı bulmak için aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

1. Uyarım $A\epsilon^{st}$ biçiminde tanımlanır.
2. Gerekli devre devre dönüşü yapılır.
3. Uygun Kirchhoff yasası denklemleri yazılır ve frekans bölgesindeki tepki bulunur.
4. 3 şıkta bulunan frekans- bölgesindeki tepki ϵ^{st} ile çarpılarak zaman fonksiyonuna dönüştürülür. Kullanılan ‘’s’’ değeri (1) de verilem uyarımın ‘’s’’ değeridir.

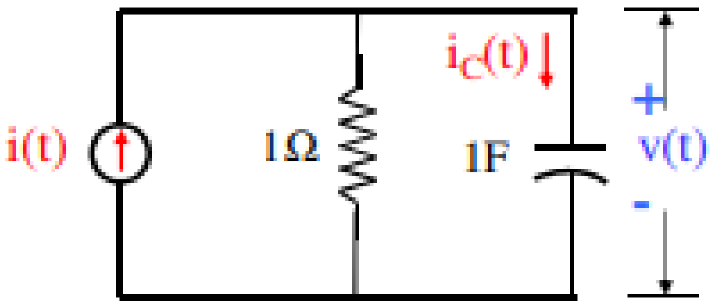
$$i(t) = Ie^{st} = \frac{E}{R + sL + (\frac{1}{sC})} \; e^{st}$$

Örnek

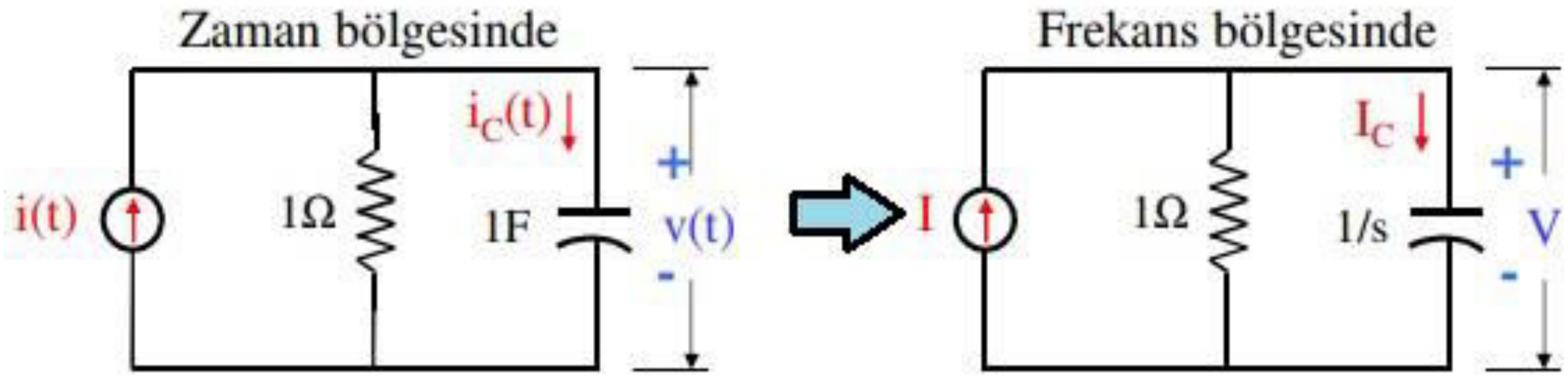
Şekildeki devrede i(t) akınımın;

a) $10\epsilon^{-2t}$

b) 10 A değerleri için sığaçtan geçen akımın zorlanmış bileşenini bulun .



Çözüm :



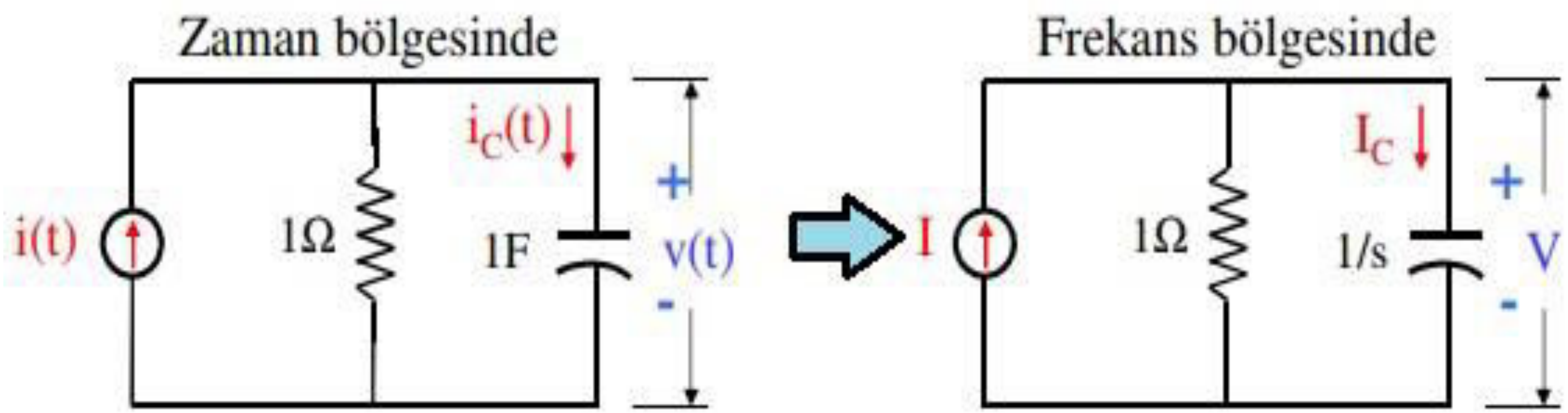
a) **$I = (1\text{mho})V + sV$ $\quad V = I / 1 + s$**

Sığaçtan geçen akım $\quad I_c = sV = (s / 1 + s)\, I$

$i(t) = 10\, e^{-2t} = I\, e^{-2t} \qquad I = 10 \;, \quad s = -2$

$I_c = (s / 1+s)\, I = (-2 / 1-2)\, 10 = 20 \quad \boxed{I_c(t) = 20\, e^{-2t}}$

b) i(t) = 10 A



I= (1mho)V + sV **V = I / 1+ s**

Sığaçtan geçen akım $I_c = sV = (s / 1+ s)\ I$

$i(t) = 10\ e^{-2t} = I\ e^{-2t}$ $I = 10\ ,\ \ s = 0$

$I_c = (s / 1+s\ )\ I = 0$ $\boxed{I_c\ (t) = 0}$

❖ Sığaç, kararlı durumda açık devre gibi davranır (s=0 için impedansı sonsuza gider)