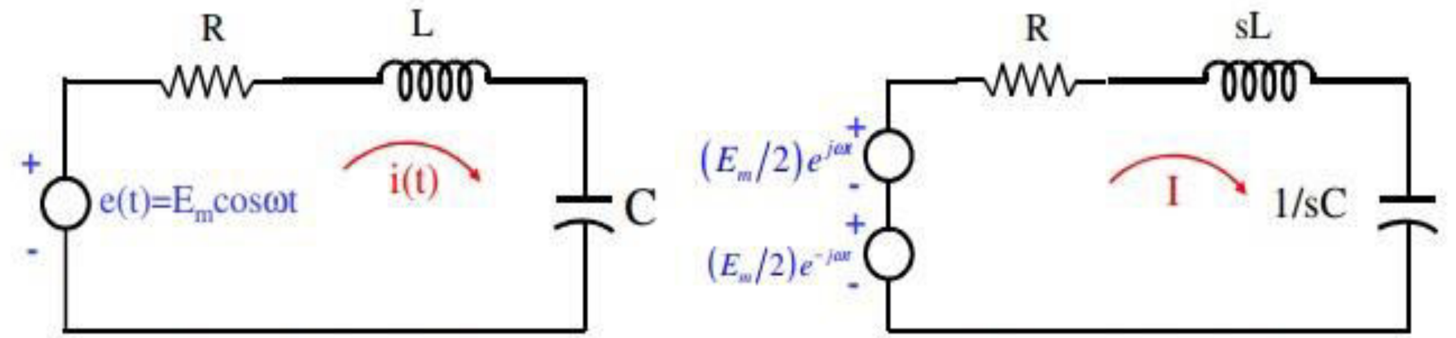
Sinüsel Uyarımla Zorlanmış Tepki

$e(t)= E_m \cos\omega t$ biçimindeki bir kaynak gerilimi ile uyarılan aşağıdaki devreyi düşünelim,

Kaynak gerilimi iki üstel fonksiyonun toplamı olarak tanımlanabilir.



Zaman bölgesinde   Frekans bölgesinde

$$e(t)= E_m \cos(\omega t+\Phi)$$

$$e(t) = \frac{E_m}{2}\left[e^{j(\omega t+\Phi)} + e^{-j(\omega t+\Phi)}\right]$$

$$e(t)= E_1 e^{j(\omega t)} + E_2 e^{-j(\omega t)}$$

$$s_1 = j\omega \quad , \quad s_2 = -j\omega$$

$$E_1 = E_m\, e^{j\Phi} / 2$$

$$E_1 = E_m\, e^{-j\Phi} / 2$$

Frekans bölgesinde,

$$\mathbf{E = (R)I + (sL)I + (1/ sC\ )}$$

$$\boldsymbol{I = \frac{E}{R+j\omega L+\frac{1}{j\omega C}}}$$

Üst üste binme ilkesi kullanılarak zorlanmış tepki hesaplanabilir

$\mathbf{s = j\omega}$	$\mathbf{s= -j\omega}$
$\mathbf{I_1} = \boldsymbol{\frac{E_m/2}{R+j\omega L+\frac{1}{j\omega C}}}$	$\mathbf{I_2} = \boldsymbol{\frac{E_m/2}{R-j\omega L+\frac{1}{-j\omega C}}}$

Frekans bölgesinde bulunan akım denklemlerini üstel şekilde yazıldıktan sonra zaman bölgesine yerine yazıldıktan sonra bulunan çözüm denklemi,

$$\mathbf{i(t)} = \frac{E_m/\,2}{\sqrt{R^2+(\omega L+\frac{1}{\omega C})^2}}\ \mathbf{cos}(\boldsymbol{\omega t}+\Phi) = \mathbf{I_m}\ \mathbf{cos}(\boldsymbol{\omega t}+\Phi)$$

I_m toplam tepki ,Φ evre açısı ile belirtilir.

İmpedans Z(jω) ve edmitans Y(jω) periyodik uyarım durumunda karmaşık sayılardır.

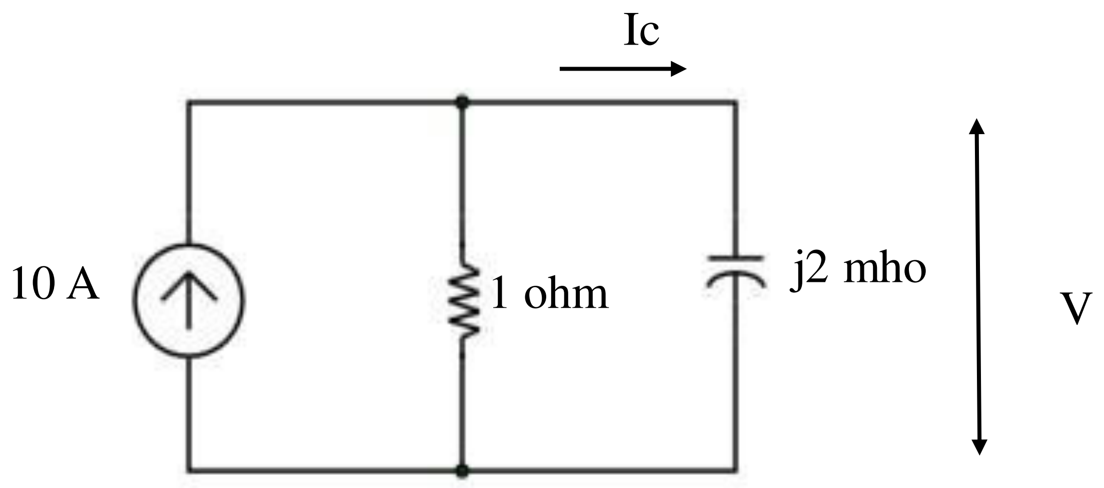
Z= R + j X **Y= G + j B**

R ve G, Z(jω) ve Y(jω)'nin gerçek bileşenleridir ve sırası ile direnç ve iletkenlik olarak adlandırılır.

X ve B, Z(jω) ve Y(jω)'nin sanal bileşenleridir ve sırası ile reaktans ve saseptans olarak adlandırılır.

örnek

$i(t)=10 \cos 2t$ için şekildeki devrede bulunan sığaçtaki akımın zorlanmış bileşenini bulun.



Sinüsel uyarım yerine $10e^{j2t}$ fonksiyonu kullanılır ve edmitansa dayanan s = j2 kullanılarak elde edilmiş dönüşmüş devre şeklide verilmiştir .Kirchhoff akım yasasın kullanılmasıyla V ve I ,

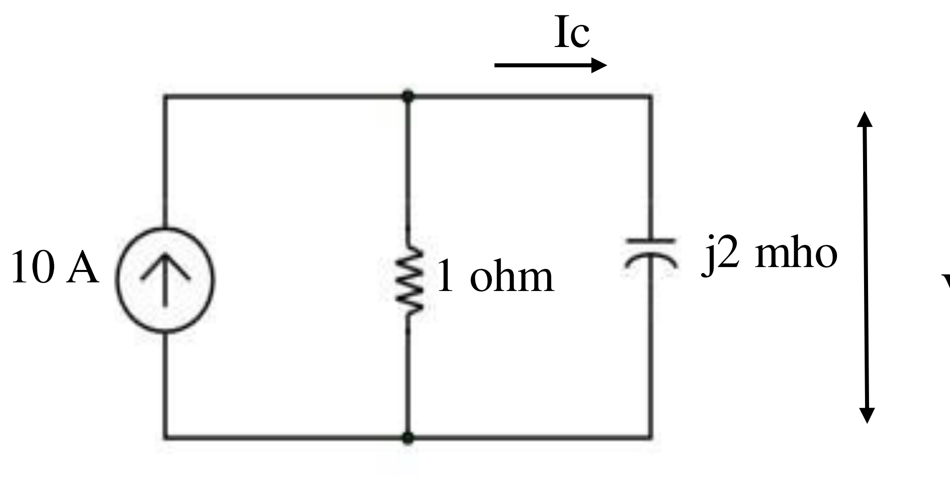
$I = \frac{V}{1} + 2j\, V$ biçiminde verilir. Burada

$V = \frac{I}{1+2j}$ elde edilir. Sığaçtan geçen akım Ic akımı

$I_c = 2jV = \frac{2j}{1+2j}\, I$ olur burdan I=10 değeri konularak ,

$I_c = 4\sqrt{5}\, e^{j26,6^0}$ olur .

$I_c(t) = 4\sqrt{5}\cos(2t + 26,6^0)$ olduğunu belirtir.

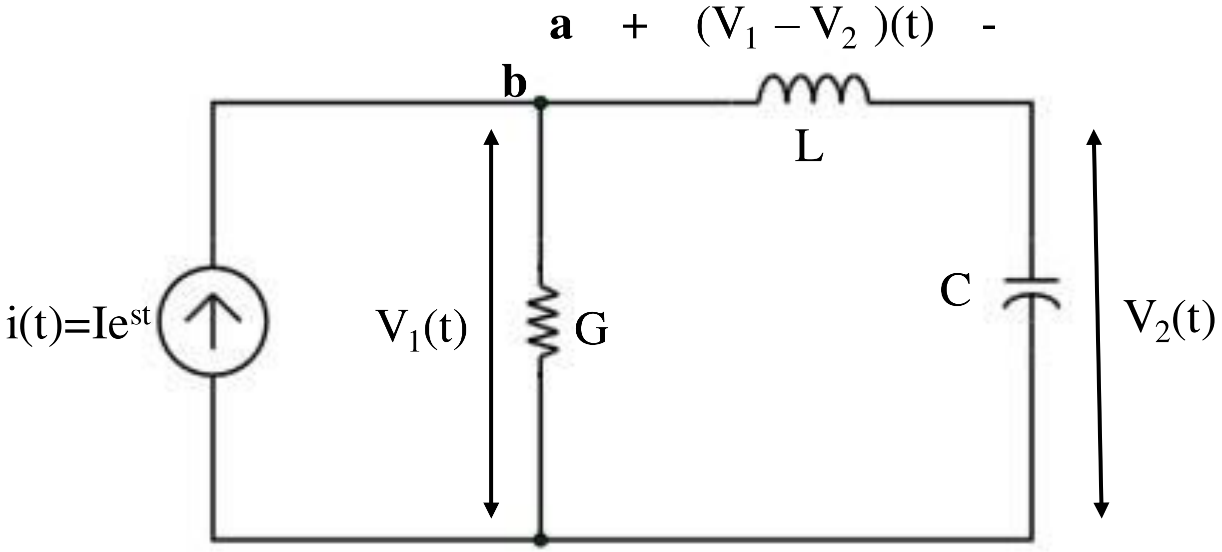


Dönüşmüş Devre

Şekildeki GLC devresinde ,

$\boldsymbol{i(t) = I\, \epsilon^{st}}$

C sığası üzerindeki $\boldsymbol{V_2\,(t)}$ gerilimin istenilen tepkisidir. Deyimin. üç düğüm noktası olduğundan, çözüm için iki düğüm noktası denklemi gereklidir. Bunlar; a düğüm noktasında,



$$\mathbf{G}\boldsymbol{v_1}\,\mathbf{(t)} = \frac{1}{L}\int (v_1 - v_2)(t)dt = i(t) = Ie^{st}$$

ve b düğüm noktasında ,

$$-\frac{1}{L}\int (v_1 - v_2)(t)dt + C\frac{dv_2(t)}{dt} = 0$$

- Denklemlerin türevlerini alınıp zolanmış bileşenleri yerine yazılırsa

$$sGV_1 \ \epsilon^{st} + \frac{1}{L}(V_1 + V_2)\,\epsilon^{st} = s\,I\,\epsilon^{st}$$

ve

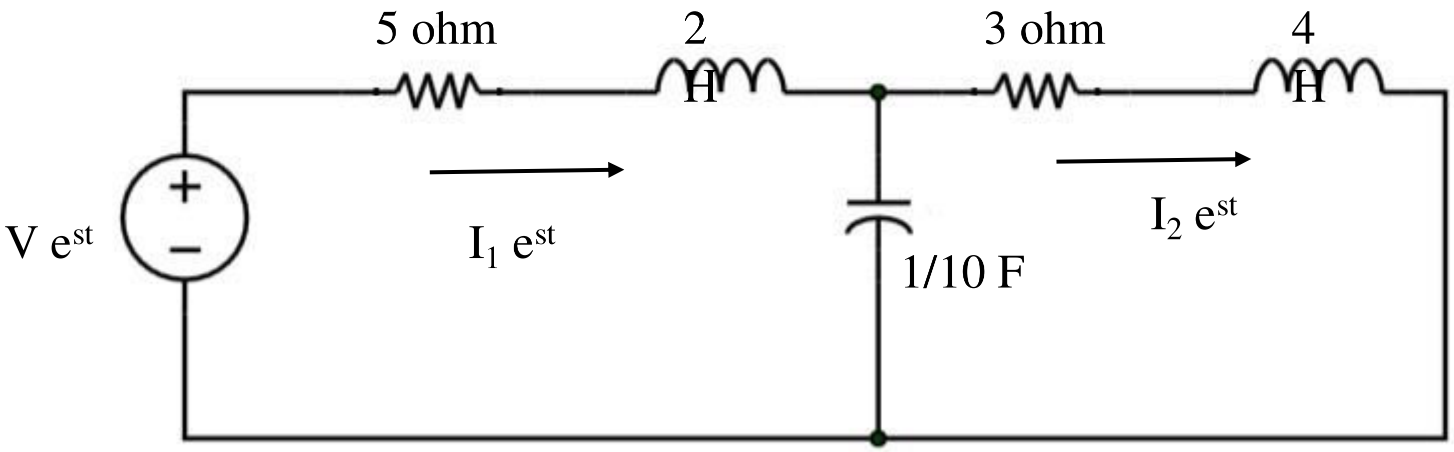
$$-\frac{1}{L}\,(V_1 - V_2)\,\epsilon^{st} + s^2\,C\,V_2\epsilon^{st} = 0$$ denklemleri elde edilir.

- $\frac{V_2}{I}$ için ortak çözüm için zorlanmış bileşeni , V_{2f} (t)

$$V_{2f}\ (\mathrm{t}) = \frac{I\,\epsilon^{st}}{s^2\ LCG + sC + G}$$

örnek

İmpedans parametrelerini kullanarak şekildeki devre dönüşümünü yapın. Dönüşümü yapılmış devre üzerinde ilmek-akımı yöntemi kullanılarak bir aktarım fonksiyonu olarak isimlendirilen I_2/V oranını bulun.



Çözüm

Dönüşmüş devre ve impedans değerleri aşağıdaki devrede gösterilmektedir. İlmek akım denklemleri,

$$I_1\left(5+2s+\frac{10}{s}\right)-I_2=V \quad \text{ve} \quad -I_1\,\frac{10}{s}+I_2\left(3+4s+\frac{10}{s}\right)=0 \quad \text{olur}$$

I_2/V için bu denklemlerin ortak çözümü ,

$$\frac{I_2}{V}=\frac{10}{8s^3+26s^2+75s+80} \quad \text{olur}$$