



# *SAYISAL YÖNTEMLER DERSİ*

*Giriş: Yönetim Bilimi – Sayısal  
Yöntemler – Matematiksel Modelleme*



*Doç. Dr. Yetkin ÇINAR*



## Yönetim Bilimi,

karar almada bilimsel yaklaşımı uygulayan bir disiplindir.

## Bilimsel Yaklaşım

belirli bir amaç çerçevesinde hipotez ve model kurmayı, modelin çözümü ve hipotezlerin testini ve sonuçların yorumlanmasını kapsar.

## Yönetim Biliminde,

Karmaşık iş dünyası problemleri (yönetimsel karar durumları) analiz edilerek *matematiksel modelleri* oluşturulur, *bilgisayar destekli* olarak bu modeller çözümlenir, gerekirse iyileştirilir.

Kar amaçlı olan/olmayan tüm örgütlerin genel amacı, kıt kaynakların kullanımını optimize etmektir.

**Yönetim Bilimi de** kıt kaynakların en etkin şekilde örgütün faaliyetlerine tahsisi ile uğraşır.

# Yönetim Bilimi genel olarak aşağıdaki karar durumlarında uygulanır:



- Yeni faaliyet ve süreçlerin dizaynı ve uygulanması,
- Devam eden faaliyet ve süreçlerin değerlendirilmesi,
- İstenmeyen sonuçlar üreten faaliyet ve süreçler için düzeltici hareket tarzlarının belirlenmesi ve uygulanması

# Yönetim bilimi, aşağıdaki unsurları kapsar:



- Karmaşık durumların **matematiksel modellenmesi** sanatı,
- Bu **modellerin** çözümünde kullanılacak **çözüm yöntemlerinin geliştirilmesi** bilimi,
- Elde edilen **sonuçların karar vericiye** etkin bir biçimde **sunulması** kabiliyeti.

# Sayısal Yöntemler (Kantitatif Teknikler) Kavramı

- İşletme yöneticisinin karar verme fonksiyonuna yardımcı olmak amacıyla bilimsel yaklaşımın bir uzantısı olarak “**kantitatif teknikler**” geliştirilmiştir.
- Bu teknikler karar ortamının **matematik- istatistik veya benzeşim (simülasyon) modelini kurmak** ve model üzerinde işlem yapmayı kapsar.
- Karar almaya yardımcı olmak amacıyla kullanılan kantitatif **model kurma-uygulama süreci** belirli başlıklar altında toplanabilir:

# Karar vermede model kurma ve uygulama süreci

1. Karar probleminin belirlenmesi,
2. Problemin formüle edilmesi,
3. Model kurma,
4. Bilgi derleme,
5. Modelin çözümü,
6. Modelin geçerliliğini araştırma ve duyarlılık analizi,
7. Sonuçların yorumu,
8. Karar verme, uygulama ve kontrol

Bu aşamalar “Bilimsel Yöntem” olarak adlandırılır.

Yani bilimsel yöntemde, karar verme bu aşamalardan sonra gerçekleştirilir.

# Temel Sayısal Yöntemler – Yönetim Bilimi

## Teknikleri



- Doğrusal Programlama,
- Tam sayılı Programlama,
- Şebeke Optimizasyonu,
- Hedef Programlama,
- Doğrusal Olmayan Programlama
- Proje Yönetimi Teknikleri,
- Karar Analizi Teknikleri
- Öngörü Teknikleri
- Stok Yönetimi Modelleri
- Kuyruk Teorisi Modelleri
- Simülasyon Teknikleri

Bu ders kapsamında ilk konu (Doğrusal ve Tam sayılı programlama modelleri ve çözümlene algoritmaları incelenecektir.)





---

# Model Kavramı

## Matematiksel Model



# Model Kavramı

**Model**, kısaca, “*gerçek sistemlerin temsili*” olarak tanımlanabilir.

Bu tanımda, “*gerçek*” ifadesi hem şu anda *mevcut* sistemleri hem de şu anda mevcut olmayan ancak *gelecekteki olası* sistemler için kullanılır.

Mevcut bir sistem için model geliştirmenin amacı: sistemin performansını geliştirmek iken, gelecekteki olası sistemler modellenirken amaç, kurulacak sistemin ideal yapısını tanımlamaktır.

*Model*

*karardan elde edilecek sonuçların ve karar durumunun olası değişimlerinde bu sonuçların da nasıl değişeceğinin gösterilmesini sağlayarak*

*Karar Vericiye Kararında Yardımcı olur.*

Modeller, çeşitli şekillerde sınıflandırılırlar.

Bu sınıflandırmalardan;

- yansıtıkları gerçek sistemi temsil etmede kullandıkları yöntem,
- kullanım amaçlarına ve
- çözümlenmelerinde kullanılan tekniklere göre yapılan sınıflandırmalar için

bkz. Kitabınızın s. 21 – 24 arası..

# Matematiksel Model



Yönetim Biliminin temelinde matematiksel model yatmaktadır.  
Matematiksel model bir gerçek hayat probleminin sayısal olarak matematiksel ifadelerle (sembollerle) gösterimidir.

Yani matematiksel modeller, gerçeği sembolik olarak temsil eden ve sayısal (özel sonuçlar bulan) ya da analitik (genel sonuç bulan) çözüm teknikleri ile çözümlenen modellerdir.

Günümüzde genellikle bilgisayar destekli olarak çözümlenirler.  
Bilgisayar diliyle ifade edilebilir olmalarından dolayı bilgisayar programlamanın da temelini oluştururlar.

Matematiksel model içindeki değişkenler ölçülebilir yani kantitatif olarak ifade edilebilir olmalıdır.

# (Matematiksel) Modelin Yararları

Matematik model geliştirilirken göz önünde tutulan belli başlı amaçlar (bu modellerin **yararları**) şunlardır:

- Matematik model çoğu kez *zamandan tasarruf* sağlar, hızlıca çözümlenebilir.
- Matematik model *kolayca anlaşılır*, yani problemin ve ilişkilerin anlaşılmasını ve anlatılmasını kolaylaştırır; böylece daha sağlıklı kararlar alınmasını sağlar.
- *Gerekirse hemen düzeltilebilir, yeniden çözümlenebilir*; durum değişmelerine, kriz ve ani durumlara hızla tepki verilmesini sağlar.

# Model ne zaman geliştirilir?



Karşılaşılan her karar durumunda matematiksel model geliştirilmesi yarardan çok zarara yol açabilir.

Matematiksel modele duyulan ihtiyaç,

1. Alınacak kararın önemi arttıkça,  
(Geri kazanımı mümkün olmayan kaynaklar kullanılacaksa – bu kaynakların en önemlisi ? **ZAMAN** / Sonuçlar kritik önemde ise)
2. Karar verme faaliyetine katılan kişi (Karar Verici) sayısı arttıkça,  
(Nihai karar için tartışmalar yapılırken ortak bir terminoloji kullanabilmek için model çok faydalıdır.)
3. Değişken, yani kararı etkileyecek faktör sayısı arttıkça  
(Karmaşık durumlar, değişken sayısı model yardımı ile azaltılır, aralarındaki ilişkiler belirgin hale getirilir)  
**artar.**

# Matematiksel Modellerin Türleri



Amaçlarına göre:

**Optimizasyon Modelleri**: Maksimize ya da minimize edilerek ulaşılmak istenen bir –optimal- amaç (kar, etkinlik vb. maksimizasyonu veya maliyet, zaman vb. minimizasyonu) ve bu amaca ulaşılmasını sınırlayan kısıtlar içeren modeller. (Sonuçlandırıcı)

**Tahmin Modelleri**: Bir amaca ulaşmak yerine bulunulan durum belli şartlar altında tahmin edilmeye ya da açıklanmaya çalışılır. (Açıklayıcı)  
**Örn.** Geçmiş satış verileri ile gelecek satış verilerinin tahmini..

İçerdiği Belirsizliklere göre:

**Deterministik Modeller**: modeli oluşturan tüm parametreler kesin olarak bilinmektedir.

**Olasılıklı (Stokastik) Modeller**: Bazı parametrelerin değerleri bilinmemekte ancak bu parametreler olasılık dağılımları ile açıklanabilmektedir.

# Örnek Bir Matematiksel Modelin Temel Bileşenleri

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Maksimize } 2.5 X_1 + 3 X_2 + 2 X_3$$

Kısıtlar:

$$2.5 X_1 \leq 30$$

$$3 X_2 \leq 40$$

$$3 X_2 \geq 10$$

$$X_3 \leq 30$$

$$X_3 \geq 10$$

$$X_1 + X_2 + X_3 \leq 16$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

Değ.ler arası ilişkiler

Parametreler

Karar Değişkenleri

#5



# Matematiksel Modelin Temel Bileşenleri



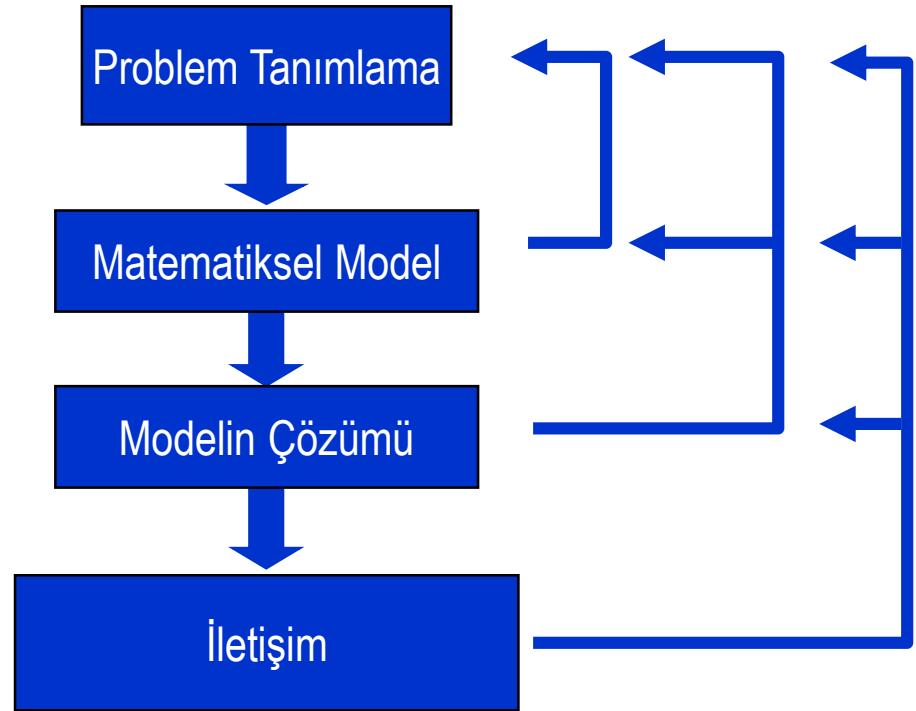
- Karar Değişkenleri: Amaca ulaşmak için **kontrol edilen** faktörler
- Amaç Fonksiyonu: Ulaşılmak istenen amacın karar değişkenlerinin fonksiyonu olarak matematiksel ifadesi
- Kısıtlar: Karar değişkenlerin alabileceği değerler üzerindeki sınırlama ya da gereksinimler. Kısıtlar da amaç fonksiyonu gibi karar değişkenlerinin içerildiği matematiksel fonksiyonlar olarak ifade edilir.
- Parametreler: Modeli etkileyen ancak **karar vericinin kontrol edemediği** faktörler.
- Varsayımlar: Model oluşturulurken doğru oldukları kabul edilen olgular.

# Matematiksel Modelleme Süreci ve Geri Bildirim Mekanizması



Matematiksel Modellemeyi temel alan Yönetim Bilimi Sürecini aşağıdaki biçimde özetleyelim ve aşamalara daha yakından bakalım:

1. **Problemi belirleme ve tanımlanma,**
2. **Matematiksel Modelleme:**  
Amaçların, değişkenler ve kısıtların analizi  
Değişkenler arası ilişkilerin tanımlanması  
Formülasyon (Sembolleştirme),  
Modelin seçimi veya geliştirilmesi,
3. **Modelin çözümü ve test edilmesi,**
4. **Sonuçların sunumu ve uygulanması,**



Her aşamada daha önceki aşamalara dönüşü gerektirebilecek geri bildirim (feedback) mekanizmaları yer almaktadır. (Özellikle 3. aşamadan önce)

1. aşama:

## PROBLEMİN BELİRLENMESİ ve TANIMLANMASI

En Önemli Aşamadır!! Çünkü;

*“Doğru Soruya verilen yanlış yanıt ölümcül değildir, çünkü düzeltmeler yapılabilir veya alternatifler yaratılabilir ama yanlış soruya verilen doğru yanıt bir felaket olabilir”.*

*Problemin kendisi ile belirtileri (semptom) aynı şey değildir. Gerçek problemin tespiti gereklidir.*

# PROBLEM NE?: BİR ÖRNEK



*Siparişler Geç Ulaştırılıyor.. SORUN NE?*

*Siparişlerin geç ulaştırılması problemin kendisi değil, belirtisidir.*

*Problem, talep tahminlerinde, stok kontrolü ve yönetiminde, üretim planlamasında, dağıtım kanallarında vb. olabilir.*

# PROBLEM NE?: BİR DİĞER ÖRNEK



*10 ürün üreten bir işletmede 3 numaralı ürünün toplam karı diğer ürünler içinde düşük.. SORUN NE?*

*Olası Alternatifler:*

- 1. Üründen yeterli üretim yapılmıyor.. Eğer böyleyse çözüm: bu ürünün üretimini artırmak*
- 2. Bu ürün için yüksek maliyetli girdiler kullanılıyor.. Sorun buysa çözüm: ürünün üretimini kısmak*

*Eğer sorun gerçekte 2. iken 1. olarak tanımlanır ve çözülmeye çalışılırsa toplam kar artmak yerine düşebilir..*

# PROBLEMİN DOĞRU BELİRLENMESİ



## *Bunun için*

- *yeterince ve doğru bilgi toplamak için yeterli zaman ve emeğin harcanması*
- *Karar verici ile Analistin (Modelci) anlaşması (problemi aynı biçimde algılamaları)*

*gereklidir.*

## *Bu noktada,*

- *Problemin içeriği – değişkenler*
  - *Dışsal etkiler – sınırlamalar*

*doğru bir biçimde belirlenmeli ve probleme konulmalıdır.*

# PROBLEMİN TANIMLANMASI



## Problemin içeriği:

**Sınırlamalar:** Değişkenlerin alabilecekleri değerleri ve limitleri gösterirler (olabilirlik / kabul edilebilirlik)  
Sistemin içinden veya dışından olabilirler.

**Sabitler:** Çözümlememez ve parçalara ayıramaz sınırlamalar, zaman içinde değişmeyen ölçümler, katsayılardır.

**Değişkenler:** Problemin faktörlerinin etkileşimlerini yansıtır, çözüm sırasında farklı değerler alabilirler.

*Bunların ölçü birimlerinin ve probleme ne ölçüde dahil edileceklerinin tespiti gereklidir. Problemin özelliğine göre gereksiz faktör ve ilişkiler modele alınmamalı, ama önemli hiçbir unsur unutulmamalıdır.*

## 2. Aşama: MATEMATİKSEL MODELLEME

Bu Süreç;

- Karar Değişkenlerinin Belirlenmesi
- Amaç ve Kısıtlılıkların Belirlenmesi
- Formülasyon
- Uygun modelin seçimi veya geliştirilmesi



# Karar Değişkenleri



- Bir değişkenin karar değişkeni olup olmadığını belirlemek için “**bu değişkenin değerini değiştirebilir miyim?**” sorusuna yanıt aramak yeterlidir.
- Eğer cevap evet ise karar değişkenidir.
- Ek sorular:
  - “**Bu değişkenin çözüm sonunda alacağı değer karar vermem gereken şey mi?**”
  - “**Bu değişkeni hem amacımı hem kısıtları ifade ederken aynı anda kullanabilir miyim?**”

# Amaç Fonksiyonu: Optimizasyon modellerinde Amacın İfade Edilmesi

- **Amaç**, ulaşılması ve gerçekleştirilmesi için uğraşılan şeydir ve genellikle **karar değişkenlerinin veya bunların bir fonksiyonunun değerinde meydana gelmesi istenen gelişmenin yönünü** gösterir.
- Amaç fonksiyonlarında ya **fayda maksimize** edilmek ya da **külfet minimize** edilmek istenir.
- Hangi performans kriterinin baz alınacağı belirlenerek bu kriter doğrultusunda amaç fonksiyonu yazılmalıdır.

# Kısıtlılıkların İfadesi



1. Sınırlayıcı Durumu kelimelerle ifade edin;

{Gereken kaynak miktarı} <ilişki> {kullanılabilir kaynak miktarı}

2. İlişkinin sağındaki ve solundaki birimlerin eşit olduğundan emin olun.

3. Kelimeleri bilinen veya tahmin edilen değerleri kullanarak matematiksel hale dönüştürün.

4. Denklemini sol tarafında bütün karar değişkenleri ve sağ tarafında da sadece bir sabit kalacak şekilde düzenleyin.

# Değişkenler arası ilişkiler ve Formülasyon



- Amaç, sınırlamalar ve değişkenler analiz edildikten sonra, **formülasyon aşamasında**; tüm bunlar semboller yardımı ile tanımlanır ve aralarındaki ilişkiler belirlenir, gerekiyorsa ayrıştırılırlar.

ÖRNEK:

**İlişki:** Satış geliri (G), satış hacmi (Q) ve birim fiyata (P) bağlıdır.

**Matematiksel İfade:**  $SG = P \times Q$

**Ayrıştırma:** Birim Fiyat (P) : Maliyet (M) artı Kar (K) Yöntemine göre hesaplanıyorsa,

$$P = M + K$$

**O halde:**  $SG = (M + K) \times Q$

**Ayrıştırma işleminin fazlalığı modelin karmaşıklığını artıran diğer unsurdur!**

*Modeli her zaman karmaşıklık (gerçeğe yakınlık) - basitlik (anlaşılır ve çözümlenebilir olma) arasında konumlandırmak gerekir. Basit bir model geliştirip denedikten sonra karmaşıklığı artırmak iyi bir yol olabilir.*

# Model Seçimi veya geliştirilmesi



- **Model seçiminde esas olan;** problemin bir model tipine uydurmaya çalışmak yerine, probleme uygun modelin seçimidir. Bu tüm araçları tanıyarak, ifade edilen amaca göre uygun aracı kullanmak (çivi çakmak amaç ise çekiç, tahta kesmek amaç ise testere kullanmak gibi) demektir.
- **Model geliştirilirken;** formülasyon aşamasında geliştirilmiş ilişkiler, modelin amacı doğrultusunda (bu modelle neyi maksimize edeceğiz, neyle neyi tahmin edeceğiz vb.), temel elemanlar elde edilmek üzere birleştirilir ve model kurgulanır.

## 3. Aşama: MODELİN ÇÖZÜMÜ

1. Uygun bir çözüm yönteminin belirlenmesi
2. Çözümün gerçekleştirilmesi
3. Çözümün test edilmesi ve geçerliliğinin araştırılması
4. Eğer sonuçlar uygun değilse modelleme aşamasına dönüş
5. "Eğer... olursa, ... ne olur" (What if) analizleri

## İki Soru:

1. Model gerçek dünyayı doğru temsil ediyor mu?
2. Model kullanıcının ihtiyaçlarını karşılamaya uygun mu?

## Bunun için,

- Analitik Uygunluk: Bir ilişki içinde kullanılan değişkenlerin boyutlarının ve ölçü birimlerinin uygunluğunun,
- Özet – Synoptic Uyg.: Modelin sonuçlarının gerçekleşen verilerle uyumunun (kabul edilebilirliğinin) ve modelin diğer modellere göre performansının uygunluğunun **test edilmesi gerekir**. (bkz. Syf.31-33)

# 4. Aşama: SONUÇLARIN SUNUMU ve UYGULAMA



- Bir Şirket Raporunun Yazılması
- Uygulama Sonuçlarının İzlenmesi

## Şirket Raporunun İçeriği:

1. Giriş, Problemin Ortaya Konması
2. Varsayımların Açıklanması
3. Çözüm yöntemi ve Bilgisayar Programı
4. Sonuçlar – Sunum ve Analiz
5. "Eğer... olursa, ... ne olur" (What if) analizleri
6. Öneriler
7. Ekler



# MODELLEME İLKELERİ



İşletmede ortaya çıkan her yeni fikir uygulanırken maliyet ve riske yol açar. Model geliştirmenin amacı da buradadır.

Bu amacın sağlanması içinse; **modelin gerçeği temsil etme gücü ile karmaşıklık derecesinin dengeli olması gerekir.**

**Kullanılacak değişkenlere göre modelleme kararı alınmalıdır:**

Değişkenlerin ölçülmesi zor (soft) ise ve değişkenler arası ilişkiler açıkça tanımlanabilir değilse modele katkıları azalır.

**Modelin Kullanılması Sağlanmalıdır!!** Bunun için iki şart vardır:

1. Yönetim ve örgüt geliştirilen modele güvenmeli
2. Model kullanıcının işini kolaylaştırmalı, karara gerçek bir destek sağlamalıdır.