



Simplex Çözüm Duyarlılık Analizi





Simplex Tablolarının Duyarlılık Analizi

(Ekonomik Yorum için Verilen Örnek)

- Bir mobilya atölyesinde sandalye ve koltuk üretilmektedir. Sandalye üretimi için 3 m³ kereste ile 2 kg boya kullanılırken, koltuk üretimi için 5 m³ kereste ve 3 kg boya kullanılmaktadır. Bir sandalye 25 milyon lira kar bırakırken bir koltuğun sağladığı kar miktarı 32 milyon liradır. Atölyede günlük kullanılabilen toplam kereste miktarı 45 m³, boya miktarı ise 36 kg'dır.

		Kereste	Boya	
Sandalye	(X1)	3	2	25
Koltuk	(X2)	5	3	32
		45	36	

MODEL



Amaç Fonksiyonu :

$$Z_{\max} = 25X_1 + 32X_2$$

Kısıtlılıklar:

$$3X_1 + 5X_2 \leq 45 \quad (\text{Kereste})$$

$$2X_1 + 3X_2 \leq 36 \quad (\text{Boya})$$

$$X_1 \geq 0; X_2 \geq 0$$

SONUÇ TABLOSU



Karar Değişkeni	Çözüm Değeri	Birim Kar	Toplam Katkı	İndirgenmiş Maliyet	İzin Verilen En düşük C_j	İzin Verilen En Yüksek C_j	
Sandalye	15	25	375	0	19,198	$+\infty$	
Koltuk	0	32	0	-9,67	$-\infty$	41,67	
Amaç Fonksiyonu			375				
Kısıtlılık	Sol Taraf Değeri	Yön	Sağ Taraf Değeri	Fazlalık veya Boşluk	Gölge Fiyat	İzin Ver. Min STD	İzin Ver. Max STD
Kereste	45	\leq	45	0	8,33	0	54
Boya	30	\leq	36	6	0	30	$+\infty$

Optimal Tabloda Duyarlılık Analizi



			25	32	0	0
C_i	Çözüm	Miktar	X_1	X_2	X_3	X_4
25	X_1	15	1	5/3	1/3	0
0	X_4	6	0	-1/3	-2/3	1
	Z_j	375	25	41,67	8,33	0
	$C_j - Z_j$		0	-9,67	-8,33	0



Çözümde Olmayan X_2 Değişkeninin (Koltuk) Katsayısı için Duyarlılık Analizi

Bu değişken çözümde değildir!. Demek ki değişkenin amaç fonksiyonundaki katsayısı ($C_2 = 32$) çözüme girmek için yeterli büyüklükte değil (maksimizasyonda)..

32
X_2
5/3
-1/3
41,67
-9,67

SORU: C_2 'nin hangi aralığında bu durum (optimal bileşim) geçerli olarak kalır?

i) Bu katsayının daha da küçültülmesi optimal çözümü değiştirmez, yani X_2 'nin çözüme girmesini sağlamaz. Dolayısıyla alt sınır olarak $-\infty$ 'a kadar küçültülebilir.

ii) Peki hangi değerden sonra çözüme girer? $C_2 - Z_2 = 0$ olduğu noktadan sonra! YANİ C_2 , $(32 - (-9,67)) = 41,67$ den daha büyük bir değer alsaydı, çözüme girerdi..

Dolayısıyla $-\infty < C_2 < 41,67$ aralığında optimal çözüm değişmez!
(C.p.)



Çözümdeki X_1 Değişkeninin (Sandalye) Katsayısı (C_1) için Duyarlılık Analizi

Bu değişken çözümdedir!. Demek ki değişken amaç fonksiyonuna, katsayısı yani potansiyeli kadar katkı yapıyor.. ($C_1 = Z_1 = 25$)

SORU: C_1 'nin hangi aralığında bu durum (optimal bileşim) geçerli olarak kalır?

i) Bu katsayının daha da artırılması optimal çözümü değiştirmez, yani X_1 'nin çözümde kalır. Dolayısıyla üst sınır olarak $+\infty$ 'a kadar artırılabilir.

ii) Peki hangi değere kadar düşerse çözümden çıkar? Bu sorunun cevabı onun yerine çözüme girecek diğer değişkenlerin katkıları ve bunların aralarındaki ikamelere göre verilir.

Bu noktayı hesaplamak için pratik bir yol olarak bu değişkenin katsayısına farkı temsil eden bir Δ ekleyelim ($25+\Delta$) ve optimal çözüm değerini ve diğer değerleri tekrar hesaplayalım. \rightarrow



(C_1) için Duyarlılık Analizi - Devam

			$25+\Delta$	32	0	0
C_i	Çözüm	Miktar	X_1	X_2	X_3	X_4
$25+\Delta$	X_1	15	1	$5/3$	$1/3$	0
0	X_4	6	0	$-1/3$	$-2/3$	1
	Z_j	$375+15\Delta$	$25+\Delta$	$41,67+5/3\Delta$	$8,33+1/3\Delta$	0
	C_j-Z_j		0	$-9,67-5/3\Delta$	$-8,33-1/3\Delta$	0



(C_1) için Duyarlılık Analizi - Devam

Çözümüne giren bir değişken için $C_j - Z_j = 0$ olacağı mantığından yararlanıyoruz;

- X_1 'in Çözümünden Çıkması ve X_2 'nin Çözümüne Girmesi İçin;

$$-9,67 - (5/3)\Delta = 0$$

$$\Delta = -5,802 \quad [C_1 = 19,198]$$

- X_1 'in Çözümünden Çıkması ve X_3 'nin Çözümüne Girmesi İçin;

$$-8,33 - (1/3)\Delta = 0$$

$$\Delta = -24,99 \quad [C_1 = 0,01]$$

X_1 'den sonra ilk olarak çözüme girecek değişkenle ilgileniyoruz. Bu da bu değerlerden (-) büyük olan Δ veya C_1 'lerden (+) büyük olanla ilişkili X_2 değişkenidir. SONUÇTA →

DUYARLILIK ANALİZİ



SONUÇ: C_1 aşağıdaki değerler arasında kaldıkça optimal çözüm bileşimi değişmez...

$$19,198 < C_1 < +\infty$$

Sağ Taraf Değerlerinin Duyarlılık Analizi



- Kaynak kısıtlarının optimal çözümü geçersiz kılan değişme alanını arıyoruz..
- Yani yanıt aradığımız SORULAR:
Kısıtlılıkların sağ taraf değerleri (bi'ler) değişirse ne olur?
Amaç fonksiyonunun değeri ne kadar değişir? (Gölge fiyat).
Ve bu hangi aralıkta geçerlidir?
- Kısıtların sağ taraflarındaki değişme her kısıta (kaynağa) ilişkin olan boş değişkenlerin (burada X3 ve X4) çözümdeki durumuna bağlıdır...

Eğer bir kaynağa ilişkin boş değişken çözümde ise (X_4)

0
X_4
0
1
0
0

- X_4 değişkeni -6 değeri ile- çözümde! O halde bu değişkenin temsil ettiği kaynak olan boyada 6 kg fazlalık var. (ve Gölge fiyat=0). Dolayısıyla kaynak daha fazla artırılırsa çözüme etki etmez. Sonsuza kadar artırılabilir. ($b_2 < +\infty$)

- Azaltma yapılırsa;

İlgili kısıtın sağ taraf değerinden (kaynaktan) -bu değişkenin çözümdeki değerinden daha az bir azaltma-yapılırsa çözüm değişmez.

Ancak bundan çok bir azaltmada boş değişken çözümden çıkar ve çözüm değişir. →

Duyarlılık Analizi



$$X_4 = 6 \text{ (ÇÖZÜM DEĞERİ)}$$

$$30 + X_4 = 36$$

$$30 < b_2 < +\infty$$

Çözümde olmayan boş değişken (X_3) için



Duyarlılık Analizi

25

32

0

0

C_i	Çözüm	Miktar	X_1	X_2	X_3	X_4
25	X_1	15	1	5/3	1/3	0
0	X_4	6	0	-1/3	-2/3	1
	Z_j	375	25	41,67	8,33	0
	$C_j - Z_j$		0	-9,67	-8,33	0



X_3 değişkeni çözümde değil! O halde bu değişkenin temsil ettiği kaynağın (tahta) tamamı kullanılıyor, darboğaz söz konusu. (ve Gölge fiyat = 8,33). Bu durum hangi aralıkta geçerli olacaktır?

Diyelim ki X_3 değişkeni çözüme girecek olsun;

- $C_3 - Z_3 = -8,33$ olan X_3 değişkenini çözüme almak yani 1 m³ X_3 (tahta) artırmak için, 1/3 tane X_1 (sandalye) üretiminden vazgeçmemiz ve 2/3 kg boya (X_4) artırmamız gerektiğini biliyoruz.
- Buna göre X_3 çözüme girer ve X_1 çözümden çıkarsa; $\theta = 15 / (1/3) = 45$ kadar tahta fazlalığı olacaktır. (Yani X_3 bu değerle çözüme girer). O halde, X_3 'e ilişkin kaynak (tahta) 45 birimden fazla azaltılırsa X_1 çözümden çıkar X_3 girer. (Sandalye üretilmez onun yerine 45 m³ tahta boşa çıkar).
- X_3 çözüme girmesi için X_4 sırasında; $\theta = 6 / (-2/3) = -9$ kadar tahta darboğazı vardır. Yani, X_3 'e ilişkin kaynak (tahta) 9 birimden fazla artırılırsa X_4 çözümden çıkar X_3 girer.

Buna göre optimal çözüm alanı $(b_1 + 9) < b_1 < (b_1 - 45)$ arasındadır.

Bu da $(45 + 9) > b_1 > (45 - 45) = 54 > b_1 > 0$ hesaplanır. →

C_1 (Kereste) kaynağına ilişkin gölge fiyat (8,33) şu aralıkta geçerlidir:

$$0 < b_1 < 54$$

SONUÇ TABLOSU



Karar Değişkeni	Çözüm Değeri	Birim Kar	Toplam Katkı	İndirgenmiş Maliyet	İzin Verilen En düşük C_j	İzin Verilen En Yüksek C_j	
X_1	15	25	375	0	25	$+\infty$	
X_2	0	32	0	-9,67	$-\infty$	41,67	
Amaç Fonksiyonu			375				
Kısıtlılık	Sol Taraf Değeri	Yön	Sağ Taraf Değeri	Fazlalık veya Boşluk	Gölge Fiyat	İzin Ver. Min STD	İzin Ver. Max STD
C_1	45	\leq	45	0	8,33	0	54
C_2	30	\leq	36	6	0	30	$+\infty$