

KONU 6: ÇOK AMAÇLI KARAR VERME YÖNTEMLERİ – II (Devamı)

Önsel Tercih Bilgisinin Kullanıldığı Yöntemler (Hedef Programlama)

iii. Öncelikli Çok Hedefli Programlama

Öncelikli hedef programlama yönteminde ulaşılması gereken hedeflerin hiyerarşik bir yapıda tanımlanması gerekir. Karar verici tercihlerini kullanarak hedeflerinin en önemli olandan daha az önemli olana doğru sıralamasını yapar. Bu sıralama işlemi, sayısal ya da sözel olabilir.

1. öncelikli hedef tam olarak gerçekleştirilmeden, 2. öncelikli hedefe; 2. hedef gerçekleştirilmeden 3. öncelikli hedefe geçilemez. Öncelikler arasındaki ilişki matematiksel olarak, $P_1 \gg P_2 \gg P_3 \gg \dots \gg P_q$ biçiminde ifade edilir. Erişim fonksiyonu,

$\min Z = P_1 d_1^+ + P_2 d_2^- + P_3 d_3^+$ biçiminde yazılabilir. Çözüm için Simpleks algoritması kullanılır.

Öncelikli çok hedefli programlama Simpleks algoritması (minimum problem için):

Adım 1: Başlangıç Simpleks tablosu oluşturulur. Bilinen Simpleks tablosundaki tek amaç satırı yerine her bir amaç için ayrı satır açılmıştır. P_1 önceliğine sahip amaç fonksiyonu satırından başlanır ve ikinci adıma geçilir.

Adım 2: P_1 öncelikli hedef satırındaki $Z_j - c_j$ değerleri kontrol edilir. Pozitif değerli $Z_j - c_j$ değerleri yok ise, Adım 6'ya, aksi halde Adım 3'e geçilir.

Adım 3: En büyük pozitif $Z_j - c_j$ değerine sahip değişken temele alınır ve Adım 4'e geçilir.

Adım 4: Temelden çıkacak değişken için bilinen ölçüt kullanılır ve Adım 5'e geçilir.

Adım 5: Bilinen pivot işlemleri uygulanarak yeni Simpleks tablo oluşturulur. Adım 2'ye geçilerek, daha düşük öncelikli hedeflerin sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilir.

Adım 6: En iyilik ölçütü kontrol edilir. Tüm $Z_j - c_j$ değerleri negatif ise optimal çözüme ulaşılmıştır. Ancak, düşük düzeyli bir öncelik satırında pozitif $Z_j - c_j$ değeri var ise o değer altında bulunan yüksek öncelik düzeyindeki $Z_j - c_j$ değeri/değerleri negatif ise, düşük öncelik düzeyli satırda $Z_j - c_j$ değeri pozitif olmasına rağmen temele alınmaz. Bu durumda çözüm yine optimaldir. Eğer bu değişken temele alınırsa daha öncelikli olan hedeflerden sapmalar ortaya çıkar. Dolayısıyla bundan kaçınmak gerekir.

Örnek: “Tek Hedefli Programlama” örneğinde, firma yöneticisi önceliklerini aşağıdaki gibi belirlemiştir.

P_1 : Firmanın günde en az 2400 TL lik kazanç elde etmesi

P_2 : En az 15 tane B türü cihaz üretmek

P_3 : En az 5 tane A türü cihaz üretmek

$P_1 \gg P_2 \gg P_3$ öncelik sırasına göre problemi modelleyiniz.

Çözüm:

Öncelikli çok hedefli programlama modeli

$$\begin{aligned} \min Z &= P_1 d_1^- + P_2 d_2^- + P_3 d_3^- \\ 4X_1 + 2X_2 &\leq 80 \\ 2X_1 + 2X_2 &\leq 60 \\ 100X_1 + 150X_2 + d_1^- - d_1^+ &= 2400 \quad (100X_1 + 150X_2 \geq 2400) \\ X_2 + d_2^- - d_2^+ &= 15 \quad (X_2 \geq 15) \\ X_1 + d_3^- - d_3^+ &= 5 \quad (X_1 \geq 5) \\ X_1, X_2, d_1^\mp, d_2^\mp, d_3^\mp &\geq 0 \end{aligned}$$

biçimindedir.

$$\begin{aligned} \min Z &= P_1 d_1^- + P_2 d_2^- + P_3 d_3^- \\ 4X_1 + 2X_2 + X_3 &= 80 \\ 2X_1 + 2X_2 + X_4 &= 60 \\ 100X_1 + 150X_2 + d_1^- - d_1^+ &= 2400 \\ X_2 + d_2^- - d_2^+ &= 15 \\ X_1 + d_3^- - d_3^+ &= 5 \\ X_1, X_2, X_3, X_4, d_1^\mp, d_2^\mp, d_3^\mp &\geq 0 \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 100 & 150 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 80 \\ 60 \\ 2400 \\ 15 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Tablo-I			0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
C_B	T_V	X_B	y_1	y_2	y_3	y_4	d_1^-	d_1^+	d_2^-	d_2^+	d_3^-	d_3^+
0	X_3	80	4	2	1	0	0	0	0	0	0	0
0	X_4	60	2	2	0	1	0	0	0	0	0	0
1	d_1^-	2400	100	150	0	0	1	-1	0	0	0	0
1	d_2^-	15	0	1	0	0	0	0	1	-1	0	0
1	d_3^-	5	1	0	0	0	0	0	0	0	1	-1
	P_3	5	1	0	0	0	-1	0	-1	0	0	-1
	P_2	15	0	1	0	0	-1	0	0	-1	-1	0
	P_1	2400	100	150	0	0	0	-1	-1	0	-1	0

≤ 0 olmalı

Tablo-II			0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
C_B	T_V	X_B	y_1	y_2	y_3	y_4	d_1^-	d_1^+	d_2^-	d_2^+	d_3^-	d_3^+
0	X_3	50	4	0	1	0	0	0	-2	2	0	0
0	X_4	30	2	0	0	1	0	0	-2	2	0	0
1	d_1^-	150	100	0	0	0	1	-1	-150	150	0	0
0	X_2	15	0	1	0	0	0	0	1	-1	0	0
1	d_3^-	5	1	0	0	0	0	0	0	0	1	-1
	P_3	5	1	0	0	0	-1	0	-1	0	0	-1
	P_2	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	-1	0
	P_1	150	100	0	0	0	0	-1	-151	150	-1	0

≤ 0 olmalı

Tablo-III			0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
C_B	T_V	X_B	y_1	y_2	y_3	y_4	d_1^-	d_1^+	d_2^-	d_2^+	d_3^-	d_3^+
0	X_3	48	8/3	0	1	0	-2/150	2/150	0	0	0	0
0	X_4	28	2/3	0	0	1	-2/150	2/150	0	0	0	0
1	d_2^+	1	2/3	1	0	0	1/150	-1/150	-1	1	0	0
0	X_2	16	2/3	0	0	0	1/150	-1/150	0	0	0	0
1	d_3^-	5	1	0	0	0	0	0	0	0	1	-1
	P_3	5	1	0	0	0	-1	0	-1	0	0	-1
	P_2	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	-1	0
	P_1	1	0	0	0	0	-1	0	-1	0	-1	0

≤ 0 olmalı

≤ 0

≤ 0

Tablo-IV			0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	
C_B	T_V	X_B	y_1	y_2	y_3	y_4	d_1^-	d_1^+	d_2^-	d_2^+	d_3^-	d_3^+	
0	X_3	44	0	0	1	0	-2/50	2/50	4	-4	0	0	
0	X_4	27	0	0	0	1	-1/50	1/50	1	-1	0	0	
0	X_1	3/2	1	0	0	0	1/100	-1/100	-3/2	3/2	0	0	
0	X_2	15	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	
1	d_3^-	7/2	0	0	0	0	-1/100	1/100	3/2	-3/2	1	-1	
	P_3	7/2	0	0	0	0	-101/100	1/100	1/2	-3/2	0	-1	≤ 0 olmalı
	P_2	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	-1	0	≤ 0
	P_1	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	-1	0	≤ 0

Tablo-IV' e göre, P_1 ve P_2 önceliklerine ilişkin en iyileme sağlandığından, P_3 önceliğine ilişkin en iyileme ölçütünün sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilmelidir.

$\max \left\{ \frac{1}{100}, \frac{1}{2} \right\} = \frac{1}{2}$ olduğundan, d_2^- temele alınmalı. Fakat, d_2^- ' ye karşılık gelen P_1 ve P_2

önceliklerine ait $Z_j - c_j$ değerleri negatiftir. Eğer, d_2^- temele alınırsa sapmalarda bozulmalar meydana gelir. P_1 ve P_2 önceliklerinin en iyilikleri bozulur. Bu nedenle d_1^+ temele alınır. d_1^+ ' ya ilişkin P_1 ve P_2 önceliklerinde $Z_j - c_j$ değerleri sıfırdır.

Tablo-V			0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	
C_B	T_V	X_B	y_1	y_2	y_3	y_4	d_1^-	d_1^+	d_2^-	d_2^+	d_3^-	d_3^+	
0	X_3	30	0	0	1	0	0	0	-2	2	-4	4	
0	X_4	20	0	0	0	1	0	0	-2	2	-2	2	
0	X_1	5	1	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	
0	X_2	15	0	1	0	0	0	0	1	-1	0	0	
0	d_1^+	350	0	0	0	0	-1	1	150	-150	100	-100	
	P_3	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	-1	0	≤ 0
	P_2	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	-1	0	≤ 0
	P_1	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	-1	0	≤ 0

$X_1 = 5$ (5 tane A türü cihaz üretimi yapılmıştır),

$X_2 = 15$ (15 tane B türü cihaz üretimi yapılmıştır),

$X_3 = 30$ (30 sa kullanılmayan elektrik bağlantı süresi bulunmaktadır),

$X_4 = 20$ (30 sa kullanılmayan test süresi bulunmaktadır),

$d_1^+ = 350$ (2400 TL lik hedef 350 TL'lik sapma ile gerçekleştirilmiştir).

Burada, $d_1^- = 0$, $d_2^+ = 0$, $d_3^+ = 0$ dir.