

6 Dairesel Hareket

- a) Dairesel harekete Newton yasasının uygulanması
- b) İvmeli dairesel hareket
- c) Direnç kuvvetlerinin varlığında hareket

Dairesel Hareket ve Newton Yasaları

- Bu bölümde dairesel yörüngede dolanan cisimlerin hareketleri, ivmeli gözlem çerçeveleri ve akışkan içindeki cisimlerin hareketlerine Newton yasalarının uygulamaları gösterilecektir.

Düzcün dairesel hareket

Bir cisim sabit bir v süratiyle r yarıçaplı dairesel yörünge üzerinde hareket ediyorsa ivmesi aşağıdaki gibidir:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Bu ivme merkezci ivme (*centripetal acceleration*) olarak isimlendirilir. Çünkü a_c dairenin merkezine doğru yönelmiştir. Ayrıca a_c her zaman v ye diktir. Eğer v ye paralel bir ivme varsa cismin hızı değişecektir.

Newton un ikinci yasasının düzgün dairesel harekete uygulanması



Eşref Apak 2004 Atina olimpiyatlarında çekiç atmada 3ncülük atışını yaparken.

Düzgün dairesel hareket

Newton'un ikinci yasasını radyal doğrultu için uygularsak merkezci ivmeyi oluşturan kuvvet aşağıdaki gibidir :

$$\sum F = ma_c = m \frac{v^2}{r}$$

İpe bağılı top ne kadar hızlı döndürülebilir?

- Kütlesi 0.500 kg olan bir top 1.5 m uzunluğundaki bir ipe tutturulmuştur. Top önceki örnekte olduğu gibi bir düzlem içerisinde dairesel bir yörüngede dönmektedir. İp 50.0 N luk bir kuvvete kadar dayanabilmektedir. Bu durumda topun hızını ipin koptuğu kuvvete hesaplayınız. İp koptuktan sonra topun doğru üzerinde hareket ettiğini kabul ediniz.

İpe bağlı top ne kadar hızlı döndürülebilir?

Merkezcil kuvvet yada ipteki gerilme

$$T = m v^2 / r$$

şeklinde ise

$$50.0 \text{ N} = (0.500 \text{ kg}) (v^2 / 1.5 \text{ m})$$

$v^2 = 150.0$ ve $v = 12.25 \text{ m/s}$ olarak hesaplanır.

Eğer ipin ucundaki top aynı hızda daha uzun bir iple döndürülse idi ipin kopma kuvveti ne olurdu?

İpe bağlı top ne kadar hızlı döndürülebilir?

Merkezcil kuvvetler veya ipteki gerilmeler

$$T_1 = m v^2 / r_1 \quad \text{ve} \quad T_2 = m v^2 / r_2$$

şeklinde ise

$$T_1 / T_2 = (m v^2 / r_1) / (m v^2 / r_2)$$

$$T_1 / T_2 = (r_2 / r_1)$$

$r_2 > r_1$ ise $T_1 > T_2$ olarak bulunur.

Düzenli olmayan dairesel hareket

Daha önce bir parçacığın dairesel yörünge üzerinde hareket ederken sürati değiştiğinde radyal doğrultudaki ivmeye ek olarak dv/dt şeklinde teğetsel bir ivmenin de eklenmesi gerekmektedir. Bu yüzden dairesel yörüngedeki cisme yarıçap doğrultusunda ve teğetsel doğrultuda kuvvet bileşenleri bulunur.

Toplam ivme $a = a_r + a_t$,

Toplam kuvvet $\sum F = \sum F_r + \sum F_t$,

şeklindedir.

$\sum F_r$ vektörü yarıçap doğrultusunda merkeze yönelmişken radyal ivmenin oluşmasına,

$\sum F_t$ vektörü çembere teğet ivmenin oluşmasına neden olur.

Harekete karşı olan kuvvetler

Bazı yüzeyler üzerinde hareket eden cisimlere etkiyen sürtünme kuvvetleri incelenmişti. Şimdi nesnenin üzerinde hareket ettiği yüzey değil içinde bulunduğu gaz veya sıvı ortamı dikkate alalım. Ortam cismin hareketini engelleyen cisim üzerine bir R direnç kuvveti uygulasin. R direnç kuvveti cismin süratine ve hareketin yönüne bağlıdır.

R direnç kuvveti cismin sürati arttıkça artmaktadır. Yani direnç kuvveti süratle doğru orantılıdır (sıvı içinde düşen cisimler veya havadaki toz parçacıkları).

R direnç kuvveti süratin karesi ile orantılıdır (hava sörfçüleri, uçaklar gibi büyük cisimler).

Cismin süratiyle orantılı kuvvetler

Eğer bir cisim sıvı veya gaz ortamı içinde hareket ediyorsa cisme

$$\mathbf{R} = - b\mathbf{v}$$

şeklinde hareketini engelleyici (sürtünme kuvveti gibi) bir kuvvet etki eder.

Denklemdaki \mathbf{v} cismin hızını, b ise ortamın (gaz veya sıvı) özelliklerine bağlı bir değerdir. Eğer cisim r yarıçaplı bir küre şeklinde ise b değeri r ye bağlı olarak yazılabilir. Eşitlikteki negatif işaret hareket yönüne yani \mathbf{v} hızına ters etkiyi göstermektedir. m kütleli bir cisim bir sıvı içine bırakıldığını kabul edelim. Cisme etki eden düşey doğrultudaki kuvvetler Newton yasasından yazılabilir:

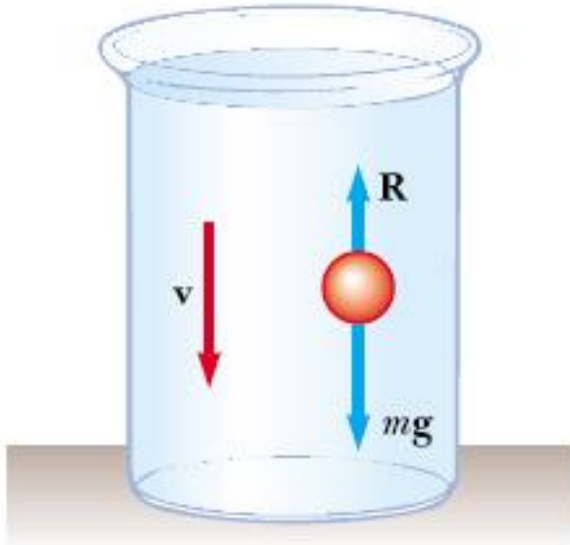
$$\Sigma F_y = mg - bv$$

$$mg - bv = ma = m \frac{dv}{dt}$$

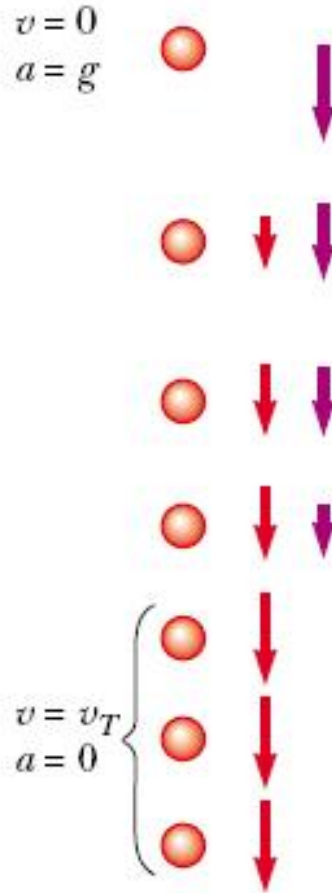
$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v$$

Cismin süratiyle orantılı direnç kuvvetleri

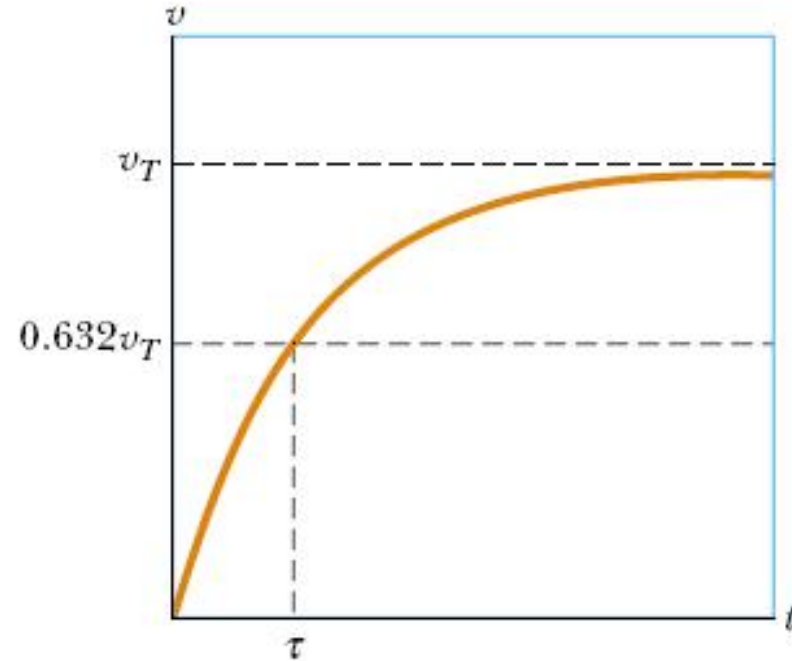
(a) Küçük bir küre sıvı içinde aşağıya doğru düşmektedir. (b) Cismin düşerkenki hareket diyagramı. (c) Sürat-zaman grafiği. Küre bir maksimum V_T süratine ulaşmaktadır. Zaman sabiti süratin $0.632V_T$ maksimuma ulaştığı zaman aralığıdır.



(a)



(b)



(c)

Cismin süratiyle orantılı direnç kuvvetleri

Yukarıdaki denklem bir *diferensiyel denklem* dir ve bu denklemi çözmek için çeşitli yöntemler kullanılır. Cismin başlangıç hızı $v = 0$ ise direnç kuvveti bv de sıfırdır. İvme yani dv/dt ise basitçe g ye eşittir. Zaman ilerledikçe yani t büyüdükçe direnç kuvveti artarken cismin ivmesi azalır. Kürenin ağırlığı ortamın direnç kuvvetine eşit olduğunda yani ivme bir süre sonra sıfır olur. Bu durumda cismin ulaşabileceği son sürati (terminal speed) v_T olur. Gerçekte bu sürata hiçbir zaman ulaşamaz.

$a = dv/dt = 0$ alınırsa

$$mg - bv_T = 0 \quad \text{veya} \quad v_T = \frac{mg}{b}$$

$t = 0$ da $v = 0$ alınırsa

$$v = \frac{mg}{b} (1 - e^{-bt/m}) = v_T (1 - e^{-t/\tau})$$

$e = 2.718\ 28$ doğal logaritma

$\tau = m/b$ zaman sabiti

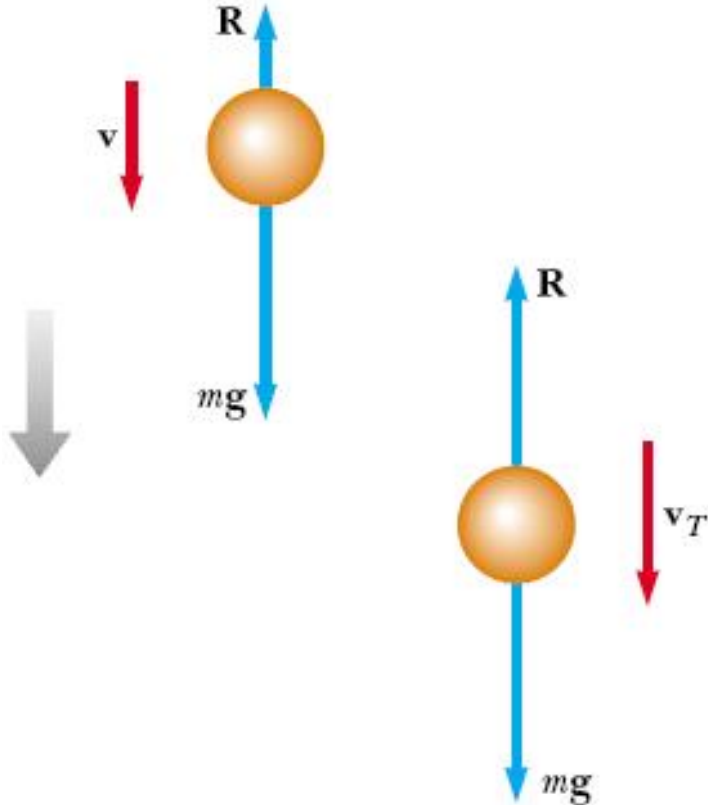
$t = \tau$ durumunda $v = 0.632v_T$

Yüksek süratlerde havada sürüklenme

Hava içinde yüksek süratlerde hareket eden örneğin uçaklar, hava sörfçüleri, arabalar, tenis topu ve futbol topu gibi cisimler hızlarının karesi ile orantılı direnç kuvvetine maruz kalırlar. Bu durumda direnç kuvveti şu şekilde yazılabilir:

$$R = \frac{1}{2}D\rho Av^2$$

ρ – havanın yoğunluğu,
 A – cismin kesit alanı (hızına dik)
 D – deneysel bir sabit – sürüklenme sabiti (*drag coefficient*).
Sürüklenme sabiti küresel cisimler için 0.5, şekli olmayan cisimler için ise 2 civarındadır



Yüksek süratlerde havada sürüklenme

Cisme etki eden iki kuvvet vardır: ağırlığından dolayı yerçekimi kuvveti ve hava direnç kuvveti.

$$\sum F = mg - \frac{1}{2}D\rho Av^2$$

Newton yasasından ivme aşağıdaki gibi bulunur:

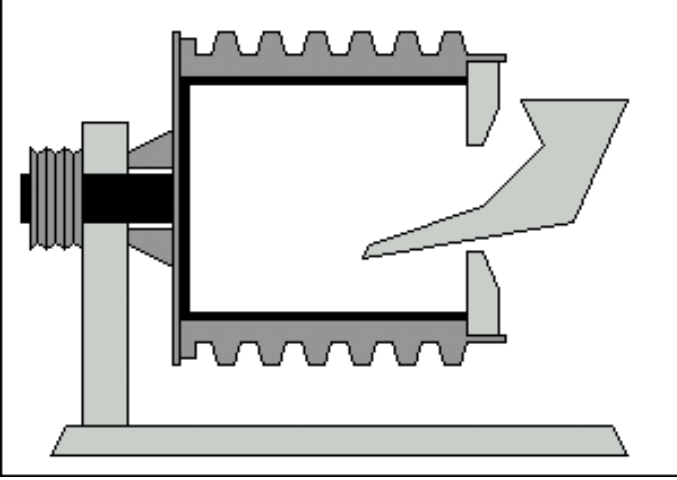
$$a = g - \left(\frac{D\rho A}{2m} \right) v^2$$

limit hız durumunda $a = 0$ dır.

$$g - \left(\frac{D\rho A}{2m} \right) v_T^2 = 0$$

$$v_T = \sqrt{\frac{2mg}{D\rho A}}$$

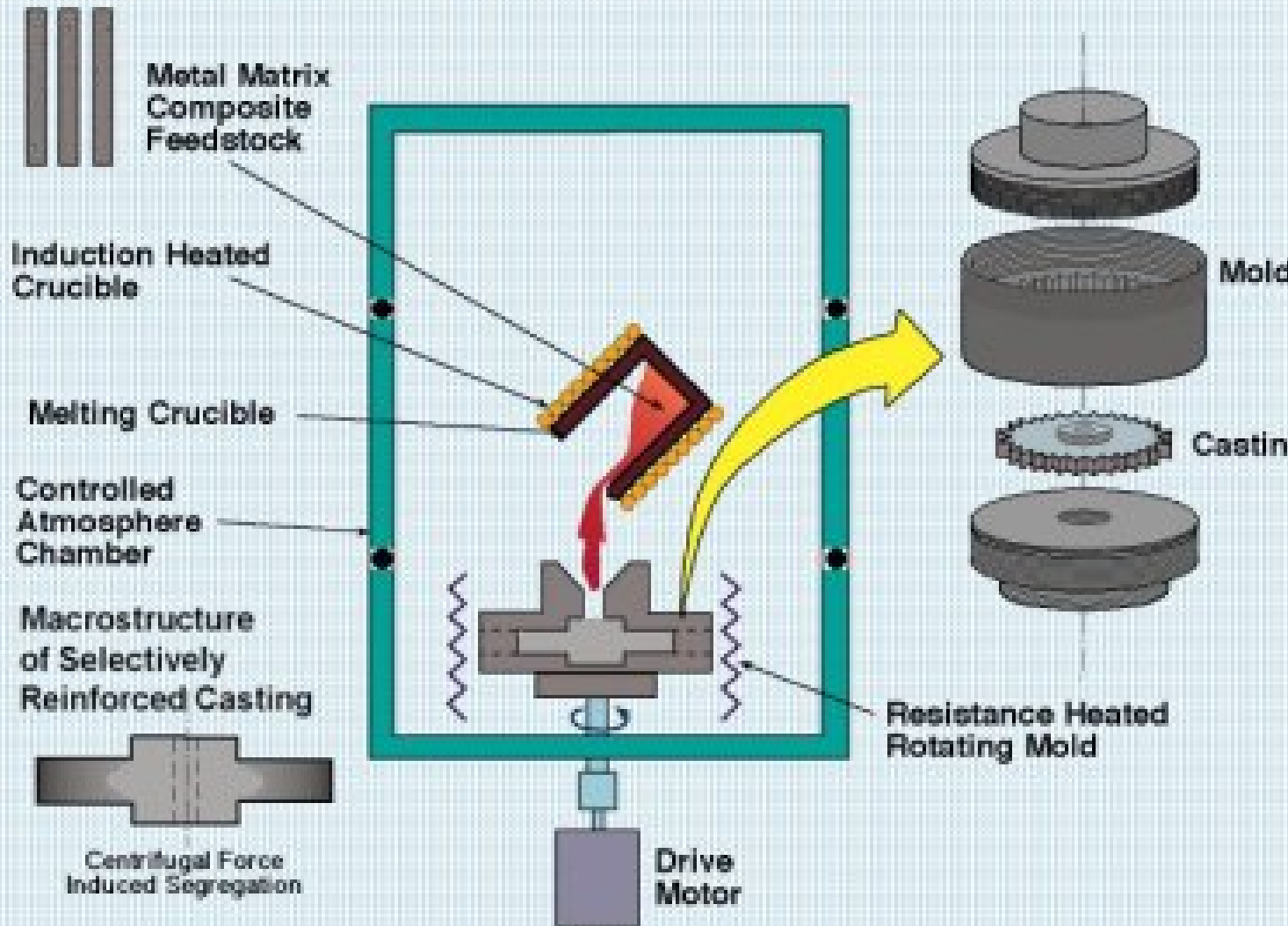
Merkezkaçla kalıp dökme



<http://www.gfmco.com/centrifugal.htm>

Kalıplama (casting) plastik veya sıvı malzemelerin (erimiş demir veya çelik) belirli şekillere sahip olması için kalıpların içinde katılaşmasını sağlamaktır. Sıvı malzeme soğudukça katılaşır, büzülür ve içinde istenmeyen boşluklar oluşur. Bu boşluklar malzemeden ek sıvılar geçirilerek yok edilmeye çalışılır. Erimiş metalin üst kısımlarında boşaltılma (pouring) işlemi esnasında oluşan bu boşluklar ek sıvılar geçirilerek azaltılmaya çalışılır. Kalıbın temizlenmesi fazladan sıvının eklendiği kapılar ve askılar kaldırılarak yapılır.

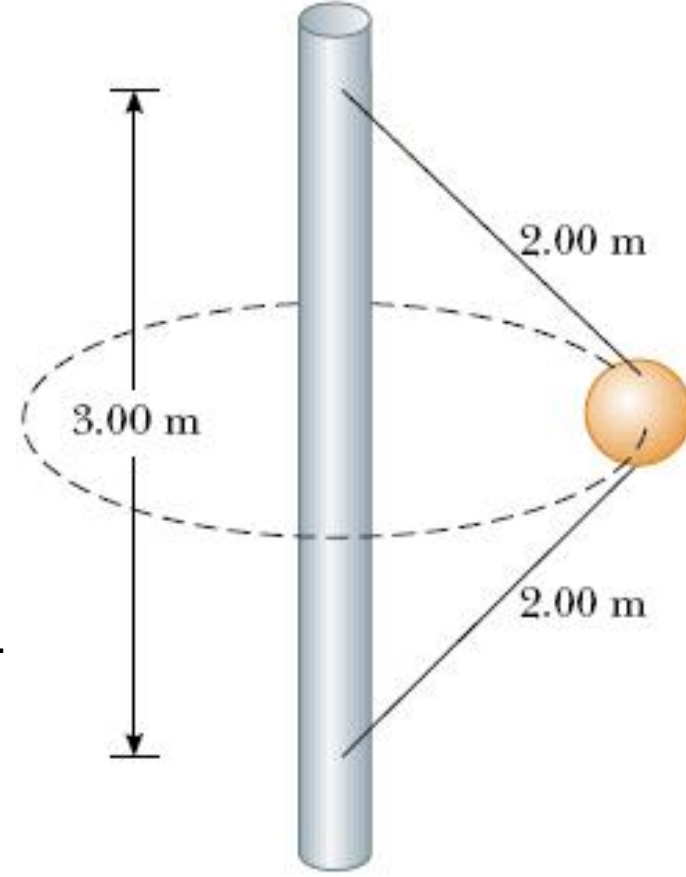
Centrifugal Casting Process



Merkezkaçla Kalıp

Endüstriyel uygulamaların çoğunda erimiş metallerin kalıplanması önemlidir. Merkezci kalıplama (*Centrifugal casting*) boruların, mil yataklarının ve birçok malzemenin üretiminde kullanılmaktadır. Bu şekildeki karmaşık kalıplama tekniklerinden biriside aşağıdaki şekilde verilmektedir. Silindirik bir kutu hızla ve durdurulmadan eksenini etrafında döndürülmektedir. Erimiş metal dönen silindir içine boşaltılır ve soğur yani kullanıma hazır hale getirilir.

Silindirin bu yüksek hızlarda dönmesi metalin dış kısımlarının daha çok katılaşmasına neden olur. Erimiş metal içindeki hava kabarcıkları eksene doğru giderek istenmeyen boşlukların oluşması engellenir. Mil yatakları oluşturulurken bu yöntemler erimiş bileşikler için kullanılır. Burada sağlam bir çeliğin dış yüzeyine doğru akış sağlanmakta ve iç kısımları ise sürtünmesinin az olacağı bir astarla kaplanmaktadır. Korozyona dirençli çok sert metaller bazı uygulamalarda önemlidir. Merkezci kalıplama metalin yüzeyleri arasında kuvvetli bağların oluşmasını sağlar.



Merkezkaçla Kalıplama

İç yarıçapı 2.10 cm ve dış yarıçapı 2.20 cm olan silindirik bakır bir kalıbı dikkate alalım. Dökülecek eriyik içindeki hava kabarcıklarını ve safsızlıkları yok etmek için değeri 100g olan merkezci ivmeden yararlanılmaktadır. Bu durumda dakikadaki dönme miktarını hesaplayınız.

$$a_c = v^2 / r \text{ denkleminde } r = \sqrt{(2.2^2 - 2.1^2)} = 1.32 \text{ m}$$

$$100g = v^2 / 1.32 \text{ hız değeri } v = \sqrt{(132g)} = 36 \text{ m/s elde edilir.}$$

Çizgisel hız ile açısal hız arasındaki bağıntıdan

$$v = 2\pi f r \text{ den}$$

$$f = v / (2 \pi r) = 4 \text{ devir / saniye}$$