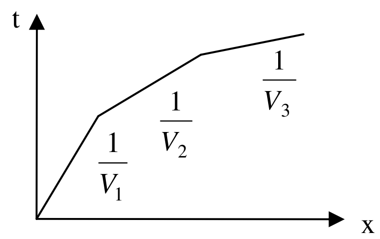
Bölüm 4

SİSMİKTE HIZ

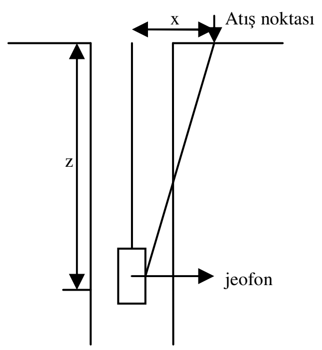
Değişik jeofizik metodlar, yer küresini oluşturan meteryallerin bir fizik parametresinin değişimini esas alarak geliştirilmiştir. Sismik prospeksiyonda da bu parametre hızdır. Onun için sismik, yeraltının yapısını belirlemeye çalışırken hızdan yararlanır. Ancak burada sözü konusu olan hız elastik ortamda yayılan iki hacim dalgasından P dalgasına ait olanıdır. Sismik hız ya arazide doğrudan ölçüm yoluyla ya da verilerin analizinden elde edilir.

4.1. ARAZİDE SİSMİK HIZ TAYİNİ

Arazide sismik hız tayini, belli bir ölçüde, daha önce gördüğümüz refraksiyon atışları ile yapılabilir. Tabakaları yatay ve yataya yakın kabul edersek şekilde görüldüğü gibi hız tayini mümkün olur. Eğimli durum için iki taraflı atışlardan yararlanabiliriz. Ancak düşük hızlı tabaka var ise bu refraktör olarak gözükemeyeceğinden, refraksiyon etüdü ile bütün tabakalardaki hız dağılımını görmek mümkün olmaz.



Arazide açılmış bir kuyuda sismik karottaj yoluyla da hız tayini yapılır. Bu yöntemde jeofon değişik derinliklere indirilerek kuyuya uzak olmayan bir noktadan her jeofon derinliği için bir atış yapılır. Jeofon için seçilen derinlikler mümkün olduğu kadar sık ve jeolojik formasyon sınırlarına denk gelecek şekilde seçilir.



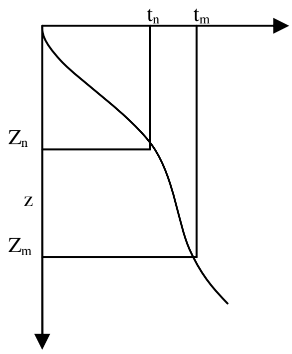
Düşey zaman:

$$t = \frac{Z}{\sqrt{z^2 + x^2}}$$

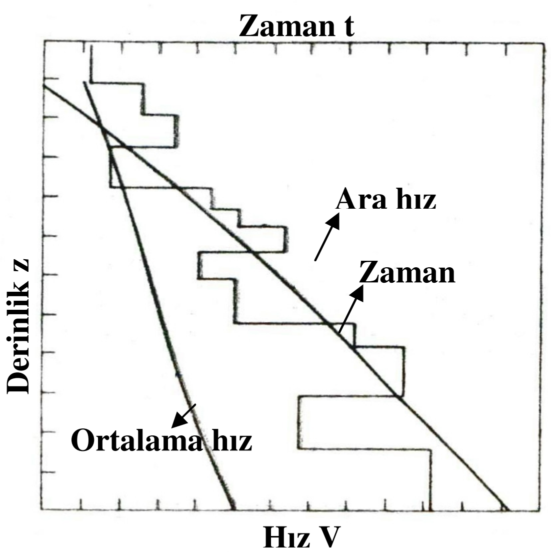
formülünden bulunur. Ölçüm derinlikleri arası ara hızlar;

$$V = \frac{Z_m - Z_n}{t_m - t_n}$$

formülünden bulunur.



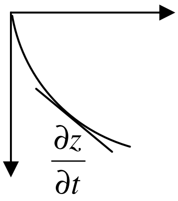
Zaman derinlik verisinden ortalama hız ve ara hızlar aşağıdaki grafikte görüldüğü gibi elde edilir.



Sondaj kuyularında hız bilgisine ulaşmak için diğer bir olanak da kuyularda alınan **sonik log**lardır. Bu konuda detaylı bilgi kuyu logları dersinde verilecektir.

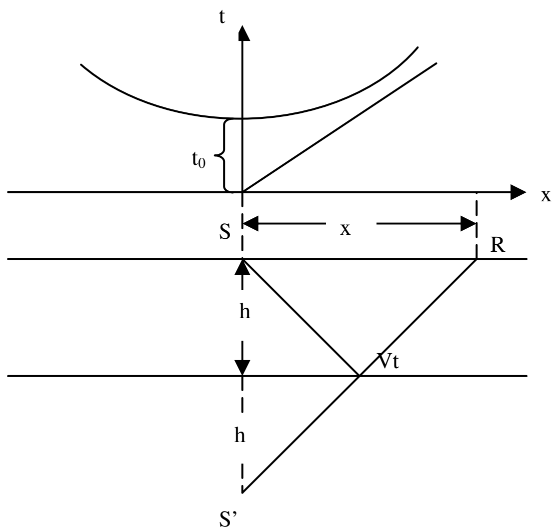
4.2. SİSMİK VERİLERİN ANALİZİNDE KARŞILAŞTIĞIMIZ HIZ TÜRLERİ

İki derinlik noktasındaki **ortalama hız** yukarıda da belirttiğimiz gibi $V = \dfrac{Z_m - Z_n}{t_m - t_n}$ şeklindedir. Ani hız (anlık hız): $\dfrac{\partial z}{\partial t}$ türev değerine eşittir.



Sismik yansıma da yansıma zamanı ile atış noktası-alıcı arası X mesafesi arasındaki hiperbolik ilişkiyi çıkarmıştık. Bu ilişki yansıma yüzeyinin eğimli olup olmamasına göre değişiyordu. Çok tabakalı ortamda yansıma durumunda yine farklı t=f(x) fonksiyonları görmekteyiz. Bütün bu farklı t=f(x) fonksiyonlarında değişik hız tarifleri ile karşılaşmaktayız. Bunları ayrı ayrı analiz edelim.

4.2.1. Yatay ve Tek Yansıma Yüzeyi Hali



Daha önce de gördüğümüz gibi:

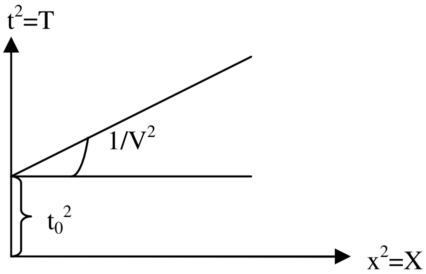
$V^2 t^2 = x^2 + (2h)^2$ den $t_0 = \dfrac{2h}{V}$ (x=0 için gidiş geliş zamanı=çift zaman) koyarak:

$$t^2 = t_0^2 + \frac{x^2}{V^2}$$

veya bir hiperbol denklemi;

$$\frac{t^2}{t_0^2} - \frac{x^2}{V^2 t^2} = 1$$

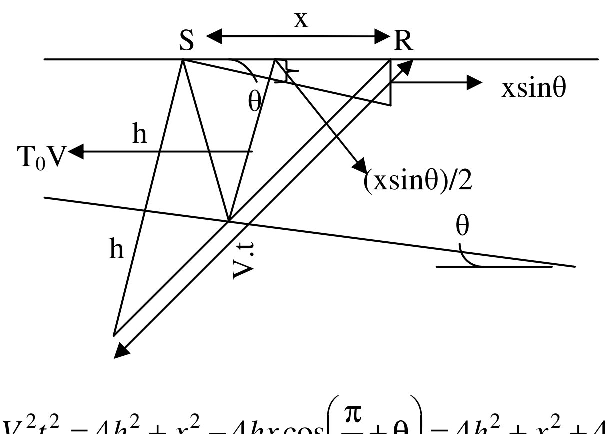
elde edilir. $t^2 = t_0^2 + \frac{x^2}{V^2}$ denkleminde t^2=T; x^2=X koyarsak;



$$T = t_0^2 + \frac{X}{V^2}$$

doğrusunun eğimi $\frac{1}{V^2}$ den elde edilen V hızına N.M.O. hızı=V_{NMO} denir. Görüldüğü gibi burada N.M.O. hızı ortamın sismik hızına eşittir.

4.2.2. Eğimli Tek Yansıma Yüzey Hali



$$V^2 t^2 = 4h^2 + x^2 - 4hx\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = 4h^2 + x^2 + 4hx\sin\theta$$

bağıntısını daha önce elde etmiştik. $t_0 = \dfrac{2h}{V}$ değişimi yapılarak:

$$t^2 = t_0^2 + \frac{x^2}{V^2} + \frac{2t_0 x \sin\theta}{V}$$

yazılabilir. $T_0 = t_0 + x\sin\theta$ alırsak yukarıdaki ifade

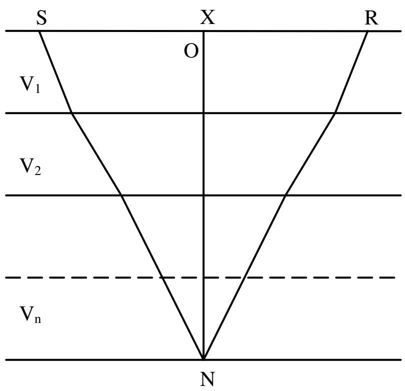
$$t^2 = T_0^2 + \frac{x^2\cos^2\theta}{V^2}$$

şekline dönüşür. Bu formülü yatay yansıma yüzeyi için bulduğumuz $t^2 = t_0^2 + \dfrac{x^2}{V^2}$ formülü ile karşılaştırırsak eğimli halde N.M.O. hızı:

$$V_{NMO} = \frac{V}{\cos\theta}$$

olarak elde edilmektedir. Ancak eğimli halde T_0 zamanı S ile R nin orta noktasında alınan gidiş-geliş zamanıdır. Bu zaman yatay halde yüzeyde her noktada aynıdır. Dolayısı ile S-R arası orta noktada t_0 dır. O halde kurduğumuz paralellik geçerlidir.

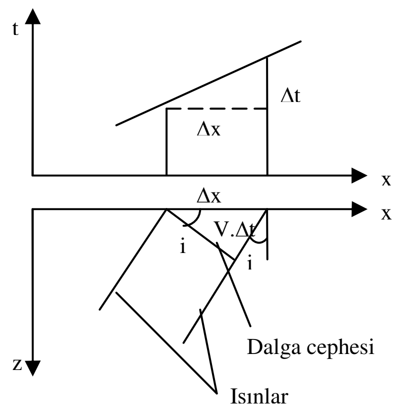
4.2.3. Yatay Çok Tabaka Hali



S noktasından R ye çok tabakadan yansıyarak gelen ışının geliş zamanı: t(x) (S-R arası x ise) olsun. SNR yolu ON doğrusuna göre simetrik olduğundan t_{SNR}=t(x) bir çift fonksiyondur. Bundan dolayı t(x) seriye açıldığında tekli terimleri sıfır olur. Yani;

$$t^2(x) = t_0^2 + \frac{2t_0}{2!}\frac{\partial^2 t(x)}{\partial x^2}\bigg|_{x=0} x^2 + \cdots$$

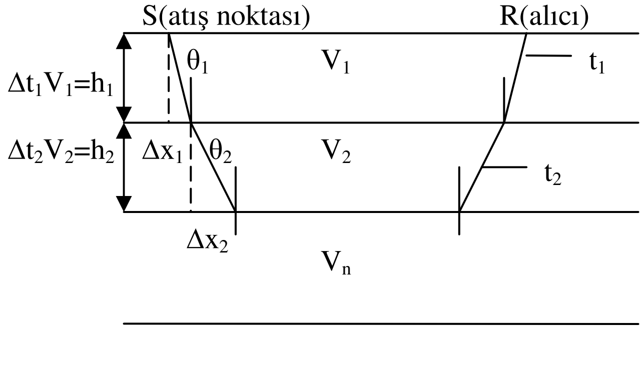
olur. Burada t_0 zamanı ON yolunun gidiş-geliş zamanıdır. (Bilindiği gibi çift bir fonksiyon olan, örnek olarak alacağımız, cosx in seriye açılımı: $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!}$ şeklindedir. Yalnız çiftli terimleri içerir.) Yukarıdaki seriye açılım ifadesinde $\frac{\partial^2 t(x)}{\partial x^2}$ yi hesaplayıp formülde yerine koyalım. Aşağıdaki iki şekilde görüldüğü gibi t=f(x) eğrisinden ve ışın geometrisinden;



$$\sin i = \frac{V\Delta t}{\Delta x}; \quad \frac{\sin i}{V} = \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sin i}{V} = \frac{\Delta t}{\Delta x} = p$$

p: ışın parametresi bulunur. Bu bağıntıyı aşağıdaki yatay çok tabakalı ortam için uygulayalım.



$$p = \frac{\sin\theta_1}{V_1} = \frac{\sin\theta_2}{V_2}$$

(i)inci tabaka için:

$$\sin\theta_i = \rho V_i ,$$

$$\cos\theta_i = \left(1 - \rho^2 V_i^2\right)^{1/2} ,$$

$$tg\theta_i = \frac{\rho V_i}{\left(1 - \rho^2 V_i^2\right)^{1/2}}$$

$$t(x) = 2t_1 + 2t_2 + \cdots + 2t_n ,$$

$$t(x) = \frac{2h_1}{V_1 \cos\theta_1} + \frac{2h_2}{V_2 \cos\theta_2} + \cdots + \frac{2h_n}{V_n \cos\theta_n} ,$$

$$t(x) = 2\sum_{i=1}^{n} \frac{h_i}{V_i \left(1 - \rho^2 V_i^2\right)^{1/2}} .$$

$$x = 2\Delta x_1 + 2\Delta x_2 + \cdots + 2\Delta x_n ,$$

$$x = 2h_1 tg\theta_1 + 2h_2 tg\theta_2 + \cdots + 2h_n tg\theta_n ,$$

$$x = 2\sum_{i=1}^{n} \frac{h_i \rho V_i}{\left(1 - \rho^2 V_i^2\right)^{1/2}} .$$

bağıntılarını elde edebiliriz. Şimdi bulduğumuz bu bağıntılar yardımı ile $\frac{\partial^2 t(x)}{\partial x^2}$ hesaplanabilir. $p = \frac{\sin\theta_i}{V_i} = \frac{dt(x)}{dx}$ bulmuştuk. Buradan x e göre türev alarak; $\frac{dp}{dx} = \frac{d^2 t(x)}{dx^2}$

elde ederiz. O halde; $\left|\dfrac{d^2t(x)}{dx^2}\right|_{x=0}$ yi bulmak için $\left|\dfrac{dp}{dx}\right|_{x=0}$ i hesaplamak yeter. Bunun için $x = 2\sum^{n} \dfrac{h_i V_i}{\left(1-\rho^2 V_i^2\right)^{1/2}}$ nin p ye göre türevini alalım.

$$\frac{dx}{dp} = 2\sum^{n} \frac{h_i V_i}{\left(1-\rho^2 V_i^2\right)^{1/2}} + 2p\sum^{n} \frac{h_i V_i \left(-\frac{1}{2}\right)\left(2\rho V_i^2\right)}{\left(1-\rho^2 V_i^2\right)^{3/2}},$$

x=0 için p=0 olacağından;

$$\left.\frac{dx}{dp}\right|_{x=0} = 2\sum h_i V_i = 2\sum \Delta t_i V_i^2$$

olur. O halde; $\left.\dfrac{dx}{dp}\right|_{x=0} = \dfrac{1}{2\sum \Delta t_i V_i^2} = \left.\dfrac{d^2t(x)}{dx^2}\right|_{x=0}$ değerini seri formülde yerine koyarsak;

$$t^2(x) = t_0^2 + \frac{2t_0}{2!}\left.\frac{d^2t(x)}{dx^2}\right|_{x=0} x^2 = t_0^2 + \frac{t_0 x^2}{2\sum \Delta t_i V_i^2}$$

elde edilir. t_0 dik geliş-gidiş zamanı: $t_0 = \dfrac{2h_1}{V_1} + \dfrac{2h_2}{V_2} + \cdots + \dfrac{2h_n}{V_n} = 2\Delta t_1 + 2\Delta t_2 + \cdots + 2\Delta t_n$ bağıntısını kullanarak;

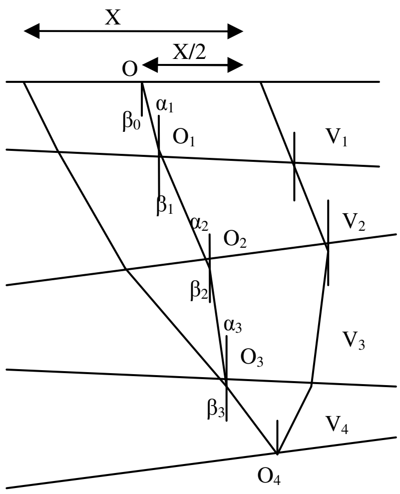
$$t^2(x) = t_0^2 + \frac{t_0 x^2}{2\sum \Delta t_i V_i^2} = t_0^2 + \frac{2\sum \Delta t_i x^2}{2\sum \Delta t_i V_i^2} = t_0^2 + \frac{\sum \Delta t_i x^2}{\sum \Delta t_i V_i^2}$$

çıkar. Buradan;

$$\frac{\sum \Delta t_i V_i^2}{\sum \Delta t_i} = V_{R.M.S.}^2 \qquad V_{R.M.S.} = \sqrt{\frac{\sum \Delta t_i V_i^2}{\sum \Delta t_i}}$$ bulunur.

V_{RMS} = 'Root mean square' hızı adını alır. Bu hızı yatay tek tabaka hali için bulduğumuz $t^2 = t_0^2 + \frac{x^2}{V_{NMO}^2}$ formülündeki V_{NMO} hızı ile karşılaştıracak olursak; $t^2 = t_0^2 + \frac{x^2}{V_{RMS}^2}$ deki RMS hızı $V_{RMS} = V_{NMO}$ olduğu görülür. (V_{NMO} nun NMO düzeltmesinin yapıldığı hız olduğunu unutmayalım.)

4.2.4. Değişik Eğimde Çok Tabaka Hali



Şekilde görüldüğü gibi sıfır ofset yol O_1 - O_2 - O_3 - O_4 ise;

$$R_0 = \frac{1}{V_1} \sum_{j=1}^{4} V_j^2 \Delta t_j \prod_{k=1}^{4-1} \frac{\cos^2 \alpha k}{\cos^2 \beta k}$$

olarak tarif edilirse:

$$V_{N.M.O}^2 = \frac{2V_1 R_0}{t_0 \cos^2 \beta_0}$$

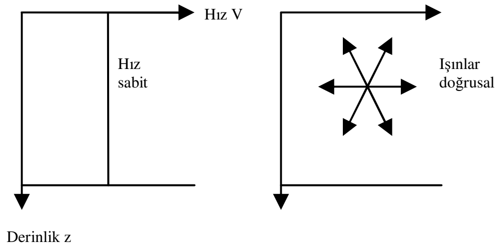
olarak belirlenir. O zaman:

$$t(x) = t_0^2 + \frac{t_0 \cos^2 \beta x^2}{2V_1 R_0}$$

şeklini alır. Görüldüğü gibi V_{NMO}açıların karmaşık bir fonksiyonudur. Tabakalar yatay olunca RMS hızına indirgenir. Genel olarak $V_{ortalama} \leq V_{RMS} \leq V_{NMO}$ eşitsizlikleri geçerlidir.

4.3. HIZI DEĞİŞEN ORTAMDA DALGA YAYILIMI

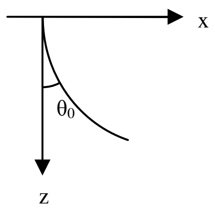
- Sabit hızlı ortamda kırılma söz konusu olmadığından sismik ışınlar doğrusal yol izlerler.



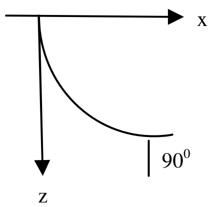
- Ortamda hızın değişken olması halinde hız değiştikçe Snell Kanununa göre, sismik ışının yörüngesi eğrisel bir hal alır.

- Hız artarsa ışın normalden uzaklaşır, azalırsa normale yaklaşır.

- Genellikle, petrofizik nedenlerle, hız derinlikle artma eğilimindedir. Bizim de göz önüne alacağımız şık budur.



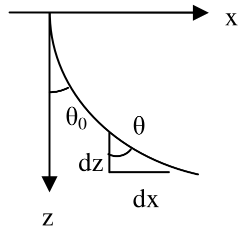
Işın normalle θ_0 açısı yaparak çıkarsa, hız arttıkça normalden uzaklaşacağı için, belli bir derinlikte Snell Kanununa göre normalle 90^0 lik bir açı yapar.



Buna göre ışının ulaştığı noktada hızlar V_1, V_2 , ...,V_n (V_0 başlangıç hızı olmak üzere) ve normalle yaptığı açılar θ_1, θ_2,..., θ_n ise: $\frac{\sin\theta_0}{V_0} = \frac{\sin\theta_1}{V_1} = \cdots = \frac{\sin\theta_n}{V_n} = \frac{\sin\frac{\pi}{2}}{V_n} = \frac{1}{V_n}$

yazılabilir. Her hangi bir derinlikteki hız V olsun. V_n in ulaştığı derinlik (θ_0 ile başlayarak) h olsun. V_n=V_h olarak gösterelim. $\frac{\sin\theta}{V} = \frac{1}{V_n}$ yazabiliriz.

Her hangi bir θ_0 açısıyla çıkan ışının θ açısına ulaştığında aldığı yatay x yolu, düşey z yolu ve bu yolu almak için geçen t zamanını hesaplayalım.



Şekilde görüldüğü gibi:

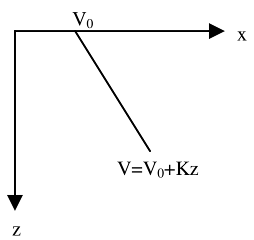
$\frac{dx}{dz} = tg\theta$, $dx = dztg\theta$, $x = \int_0^z tg\theta dz$ olur. İntegral değişkenini dz den d θ a çevirelim.

$$x = \int_0^z \frac{\sin\theta}{\cos\theta} dz = \int_0^z \frac{Vh\sin\theta}{Vh\cos\theta}\frac{d\theta}{d\theta} dz$$

yazabiliriz (payı ve paydayı aynı sayılarla çarpıyoruz.).

Hızın Derinlikle Doğrusal Değişim Hali:

Hız derinliğe bağlı olarak çeşitli şekillerde ifade edilebilir. V hızı z derinliğinin doğrusal, üstel veya daha değişik bir fonksiyonu olabilir. Ancak doğrusal olmayanları da,seriye açılım ve ilk iki terimi almak suretiyle, doğrusallaştırabiliriz. Gerçektede doğrusal hız fonsiyonu, akademik bir mereak konusu değil, yeraltı tabakalaırndaki hız dağılımlarında sıkça rastlanan bir olgudur.



Lineer hız modeli olarak V=V_0+Kz alacağız. Burada V_0 başlangıç hızını vermektedir. K bir katsayıdır.

V=V_0+Kz için x, z ve t hesabı ve sismik ışınların yörüngelerinin belirlenmesi:

$X = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{V}{V_Z'} \partial\theta$ formülünde $V_Z' = \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\partial (V_0 + kz)}{\partial z} = K$ koyarak:

$$X = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{V}{K} \partial\theta$$

elde edilir. Snell bağıntısından: $\frac{\sin\theta}{V} = \frac{\sin\theta_0}{V_0}$ olduğundan $V = \frac{V_0 \sin\theta}{\sin\theta_0}$ olur.

$$X = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{V_K \sin\theta}{V_K \cos\theta \frac{\partial\theta}{\partial z}} \partial\theta$$

şeklinde yazalım. Şimdi integral değişkenleri θ_0 ve θ oldu. $V_h \cos\theta \frac{d\theta}{dz}$ değerini hesaplamaya çalışalım. V nin z ye göre türevi:

$$V_z' = \frac{dV}{dz} = \frac{dV}{d\theta}\frac{d\theta}{dz}$$

$V = \sin\theta V_h$ olduğuna göre;

$$V_z' = \frac{dV}{dz} = \frac{dV}{d\theta}\frac{d\theta}{dz} = \left(\frac{d(V_h \sin\theta)}{d\theta}\right)\frac{d\theta}{dz} = V_h \cos\theta \frac{d\theta}{dz}$$

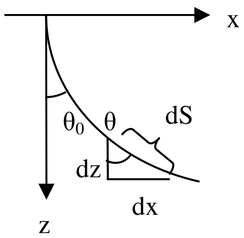
o halde;

$$X = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{V}{V_z'} \partial\theta \quad \text{olur.}$$

- **Işının ulaştığı derinlik z;**

$$dz = \frac{dx}{tg\theta} \rightarrow z = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{V}{V_z' tg\theta} d\theta \quad \text{bulunur.}$$

- **t zaman hesabı;**



$$dt = \frac{ds}{V} = \frac{\sqrt{dx^2 + dz^2}}{V} = \frac{\sqrt{\frac{dx^2}{dz^2} + 1}}{V} dz = \frac{\sqrt{tg^2\theta + 1}}{V} dz = \frac{dz}{V\cos\theta}$$

$V = V_h \sin\theta$ olduğundan;

$$t = \int_0^z \frac{dz}{V_h \sin\theta \cos\theta} = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{V_h \sin\theta \cos\theta \frac{d\theta}{dz}},$$

$$t = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{V}{V_z' \sin\theta} \partial\theta$$ integralde yerine konursa;

$$X = \frac{1}{K} \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{V_0}{\sin\theta_0} \sin\theta\partial\theta = \frac{V_0}{K\sin\theta_0} \int_{\theta_0}^{\theta} \sin\theta\partial\theta \ .$$

elde edilir. Buradan;

$$X = \frac{V_0}{K\sin\theta_0} (\cos\theta_0 - \cos\theta)$$

bulunur. Bu yatayda alınan yoldur. Benzer şekilde;

$$z=\int_{\theta_0}^{\theta}\frac{V}{V_z' tg\theta}\partial\theta=\frac{V_0}{K\sin\theta_0}\int_{\theta_0}^{\theta}\cos\theta\partial\theta=\frac{V_0}{K\sin\theta_0}\left(\sin\theta-\sin\theta_0\right).$$

Zaman değeri içinde; $t=\int_{\theta_0}^{\theta}\frac{\partial\theta}{K\sin\theta}$ integralinin hesaplanması gerekir.

$\int\frac{1}{\sin\theta}d\theta=\log\left(tg\frac{\theta}{2}\right)$ olduğundan;

$t=\frac{1}{K}\int_{\theta_0}^{\theta}\frac{\partial\theta}{\sin\theta}=\frac{1}{K}\left[\log\left(tg\frac{\theta}{2}\right)\right]_{\theta_0}^{\theta}$ buradan;

$$tK=\left[\log\left(tg\frac{\theta}{2}\right)-\log\left(tg\frac{\theta_0}{2}\right)\right],$$

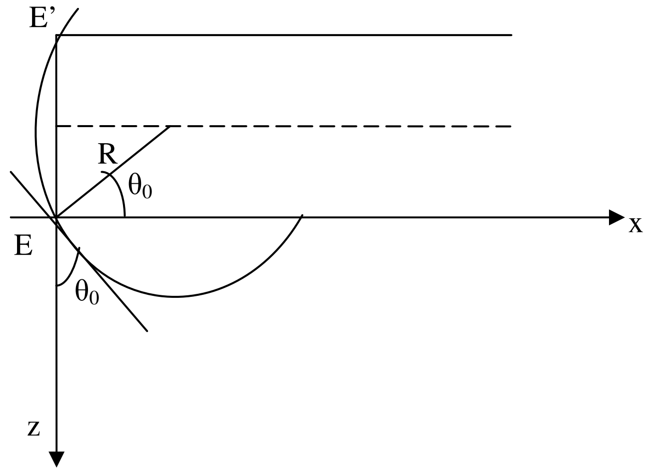
$e^{tK}=\dfrac{tg\frac{\theta}{2}}{tg\frac{\theta_0}{2}}$ bulunur.

Sismik Işınların Yörüngesi:

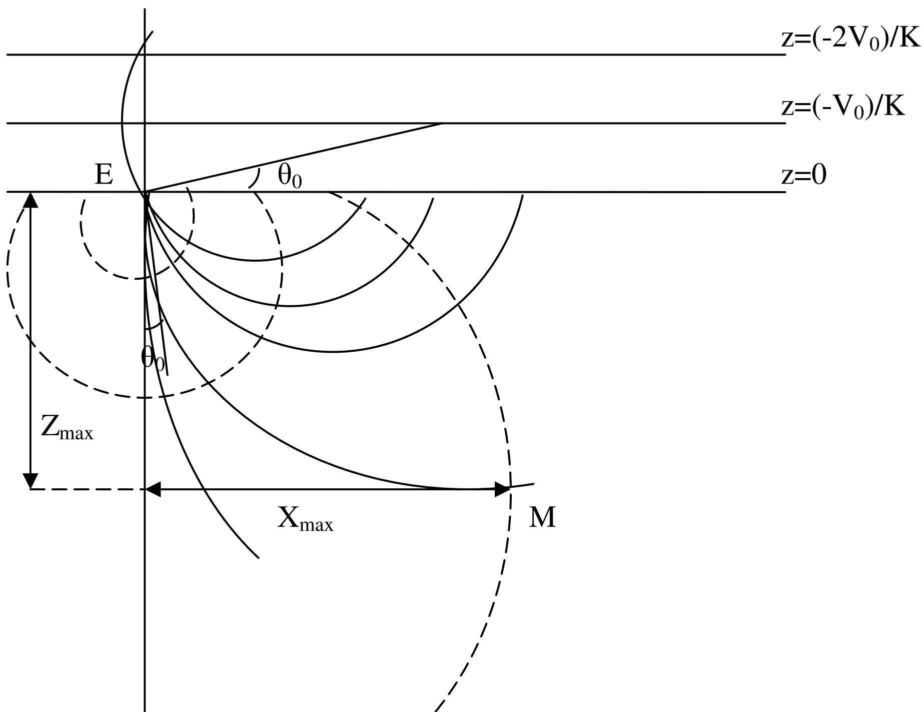
$X=\frac{V_0}{K\sin\theta_0}\left(\cos\theta_0-\cos\theta\right)$ ve $Z=\frac{V_0}{K\sin\theta_0}\left(\sin\theta-\sin\theta_0\right)$ denklemleri arasında θ yı elimine etmek edersek ($\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$ bağıntısında yararlanarak)

$$\left(X^2+Z^2\right)\frac{K^2\sin^2\theta_0}{V_0^2}-2KX\frac{\sin\theta_0\cos\theta_0}{V_0}+2ZK\frac{\sin^2\theta_0}{V_0}=0$$

denklemi elde edilir. Bu denklem $E(0,0)$ ve $E'\left(0,-\frac{2V_0}{K}\right)$ noktalarından geçen bir çemberin denklemidir.



Çemberin merkezi $z=-\dfrac{V_0}{K}$ doğrusu üzerindedir (z nin pozitif yönünü aşağıya doğru alıyoruz.) . Çemberin yarıçapı $R=\dfrac{V_0}{K\sin\theta_0}$ dır.



Şekilde görüldüğü gibi gerek ışın yörüngeleri gerekse ışın yörüngelerine ortogonal olan dalga cepheleri çember oluştururlar.

Düşeyle θ_0 açısı yapan bir sismik ışının ulaştığı maksimum yatay ve düşey uzaklıklar:

X_{max} için: $X = \dfrac{V_0}{K\sin\theta_0}(\cos\theta_0 - \cos\theta)$ bağıntısında $\theta = \dfrac{\pi}{2}$ olduğundan:

$$X_{max} = \frac{V_0}{K\sin\theta_0}(\cos\theta_0 - 0) = \frac{V_0}{Ktg\theta_0}$$

olur. Aynı şekilde:

$$Z_{max} = \frac{V_0}{K\sin\theta_0}(1 - \sin\theta_0)$$

ve ışının ulaştığı M noktası için zaman $e^{kt} = \dfrac{tg\dfrac{\theta}{2}}{tg\dfrac{\theta_0}{2}}$ denkleminden:

$$e^{t_{max}k} = \frac{1}{tg\dfrac{\theta_0}{2}}$$

çıkar. (t_{max} mu kısa yazılım için t olarak gösterelim) . Buradan:

$$e^{-tk} = tg\frac{\theta_0}{2}$$

olur. Dğer taraftan X_{max} ve Z_{max} formüllerindeki $\sin\theta_0$ ve $tg\theta_0$ ı yarım açı cinsinden yazalım. $tg\dfrac{\theta_0}{2} = s$ dersek $\sin\theta_0 = \dfrac{2s}{1+s^2}$ ve $tg\theta_0 = \dfrac{2s}{1-s^2}$ olur. Bu iki bağıntıyı X_{max} ve Z_{max} formüllerinde yerlerine koyarsak:

$$X_{max} = \frac{V_0}{2K}e^{tk}\left(1 - e^{2tk}\right) = \frac{V_0}{K}\frac{e^{tk} - e^{-tk}}{2} = \frac{V_0}{K}\sinh tk$$

$$Z_{\max} = \frac{V_0}{2K}\left[\frac{1}{\frac{2s}{1+s^2}} - 1\right] = \frac{V_0}{K}\left[\frac{e^{tk}\left(1+e^{-2tk}\right)}{2} - 1\right] = \frac{V_0}{K}\left[\frac{e^{tk}+e^{-tk}}{2} - 1\right] = \frac{V_0}{K}\left(\cosh tk - 1\right)$$

elde edilir.