

3.-4. Hafta: Elektriksel kuvvet ve Coulomb yasası

Elektrik yükünün varlığı, mevcut tüm diğer yükler üzerinde bir kuvvet oluşturur. Elektrik kuvveti uzaktan hareket üretmektedir; yüklü nesnelere dokunmadan birbirlerini etkileyebilir. q_1 ve q_2 yüklerinin başlangıçta temasız olduğunu varsayalım. Bu iki yük arasında oluşan kuvvete elektriksel kuvvet denir. Charles-Augustin de Coulomb (1736-1806), elektrostatik kuvvetin, yüklü "nokta" nesnelere arasındaki mesafeye ve bunların yüklerin büyüklüğüne nasıl bağlı olduğunu belirlemek için deneyler yaptı ve elektrostatik kuvvetin büyüklüğünün $1/r^2$ olarak değiştiğini gösterdi. Burada r , q_1 nokta yükü ile q_2 nokta yükleri arasındaki mesafedir. Kısaca Coulomb yasası, q_1 yükünün q_2 yükü tarafından uygulanan kuvveti hesaplamamızı sağlar ve aşağıdaki formülle ifade edilir. Dikkat edilirse, kuvvetin büyüklüğü her zaman pozitiftir.

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

F : Newton (N) olarak elektriksel itme ya da çekme kuvvetinin büyüklüğü,

q_i : Elektrik yükü SI birim sisteminde Coulomb(C)

r : Noktasal iki yük arasındaki mesafe

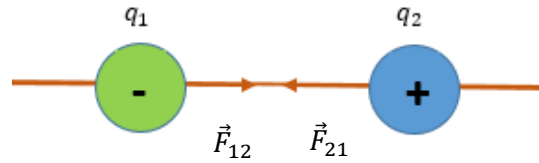
$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2\text{C}^{-2} \text{ elektrostatik sabit}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2} \text{ elektrik geçirgenlik sabiti}$$

Ayrıca dikkat edilir ise elektrik yükü q_i pozitif ve/veya negatif de olabileceğinden, kuvvet çekici (zıt işaretli yükler) ya da itici (aynı işaretli yükler) olabilir. Dolayısı ile kuvvetin yönü (Şekil 2.1a ve Şekil 2.1b de görülebileceği gibi) ya diğer yüke doğru (çekici) ya da diğer yükten dışarıya doğru (itici) yönelmiştir. Buradan anlaşılıyor ki, iki yöne bağlı olduğundan Coulomb kuvveti vektörel bir büyüklüktür. Ancak bu kuvvet her zaman yüklerin bulunduğu doğrultu boyuncadır.



(a) Aynı işaretli yükler



(b) Zıt işaretli yükler

Şekil 2.1 İki elektriksel yük arasındaki Coulomb kuvvet

Anlaşma olarak,

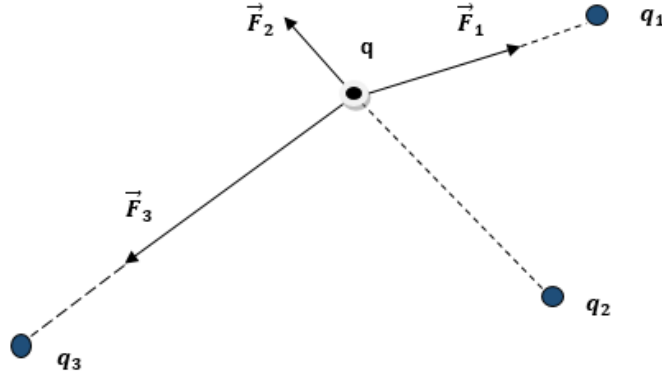
$\vec{F}_{12} = q_2$ yükünün q_1 yüküne uyguladığı kuvvet

$\vec{F}_{21} = q_1$ yükünün q_2 yüküne uyguladığı kuvvet

kabul edildi.

Elektriksel Kuvvetlerin Üstüste Binmesi

Çok sayıda elektrik yük içeren sistemlerde, elektrik alanının tanımından yola çıkarak bir yük dağılımının ürettiği alan kuvvetini hesaplamak için, bu yük dağılımının bir test yüküne uygulanan toplam elektrik kuvvetini hesaplayabilmemiz gerekir.



Şekil 2.2 Elektrik Kuvvetlerinin Üstüste Binmesi

Şekil 2.2 de görüldüğü gibi bir q yükü q_1 , q_2 ve q_3 gibi üç tane yükün yakınında yerleştiğini varsayalım. Coulomb yasası q ile q_1 , q ile q_2 yükleri ve q ile q_3 yükleri arasındaki elektrik kuvvetini hesaplamak için kullanılır. q_1 , q_2 ve q_3 ün q üzerine uyguladığı toplam kuvvet, her bir yükün bireysel kuvvetinin vektör toplamıdır ve

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{q_1} + \vec{F}_{q_2} + \vec{F}_{q_3} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + \frac{q_3}{r_3^2} \hat{r}_3 \right)$$

şeklinde ifade edilir. Eğer herhangi bir q yüküne etkiyen yüklerin sayısı N ise, q yüküne etkiyen kuvvet,

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

olarak genelleştirilir. Vektörel formda Coulomb yasası ise daha yaygın biçimde

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \right) \hat{r}_{12}$$

şeklinde görülür. Burada \hat{r}_{12} ise q_2 yükünden q_1 yüküne doğru uzanan birim vektörü gösterir.

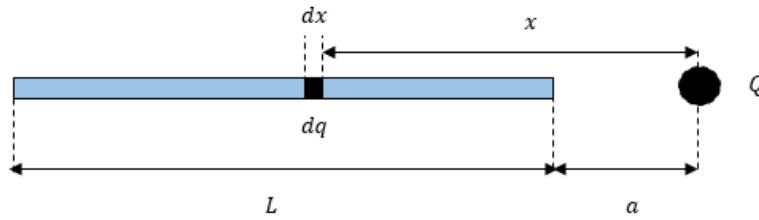
Sürekli Yük Dağılımları

Şekil 2.3 de görüldüğü gibi elektrik yükünün sürekli dağılım gösterdiği sistemlerde cismin üzerindeki Δq yükünün q deneme yükü üzerindeki elektriksel kuvvet

$$\Delta \vec{F} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\Delta q}{r^2} \hat{r}$$

Şeklinde verilir. Δq yüklerinin uyguladığı kuvvetlerin toplamı $\vec{F} = \sum \Delta \vec{F}$ şeklinde bir vektörel toplama eşittir. Ayrıca q yüküne etkileyen kuvvet yük dağılımının geometrisine bağlıdır.

- Tek boyutlu bir yük dağılımı için düşünelim;



Şekil 2.3 Düz çubuğun sürekli yük durumu

- Birim uzunluk başına düşen yük λ (C/m) olmak üzere; $\lambda = \frac{q}{L}$ ve dx diferansiyel uzunluğun yükü ise, $dq = \lambda dx$. Çubuk üzerindeki sürekli yük dağılımı gösteren yükün uyguladığı kuvvet:

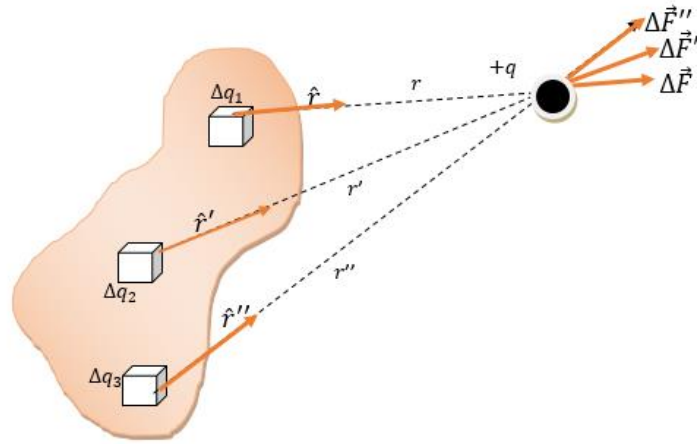
$$\vec{F} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int \hat{r}' \frac{\lambda dx}{r'^2}$$

- Yüzece yük yoğunluğu σ ile gösterilir ve sonsuz küçük bir dS alanı üzerindeki yük $dq = \sigma dS$. İki boyutlu yük dağılımının Q nokta yükü üzerine etkidiği kuvvet ise,

$$\vec{F} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int \hat{r}' \frac{\sigma dS}{r'^2}$$

- Benzer şekilde hacimsel yük yoğunluğu ρ ile gösterilir ve sonsuz küçük bir hacim üzerindeki yük $dq = \rho dV$ dir. Üç boyutlu yük dağılımının Q nokta yükü üzerine etkidiği kuvvet ise,

$$\vec{F} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int \hat{r}' \frac{\rho dV}{r'^2}$$



Şekil 2.4 Sürekli yük dağılımı üzerine etkiyen kuvvet

Elektrostatik Kuvvet –Kütle Çekim Kuvveti

- **Elektrostatik Kuvvet** (Coulomb Yasası):

$$F_e = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

$k = 8.99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ elektrostatik sabit (MKS birim sisteminde)

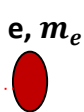
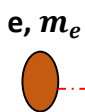
- **Kütle Çekim Kuvveti** (Newton Yasası)

$$F_g = G \frac{M_1 M_2}{r^2}$$

$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ kütle çekim sabiti (MKS birim sisteminde)

İki elektronun elektrostatik ve kütle çekim kuvvetleri oranlanırsa;

$$F_e/F_g \cong 4.2 \times 10^{42}$$

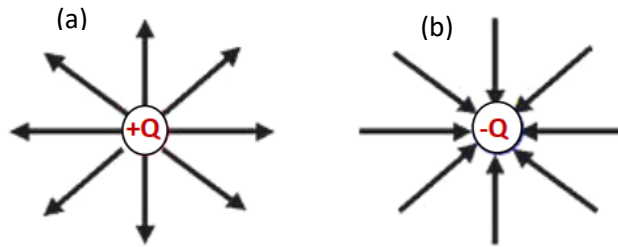


$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

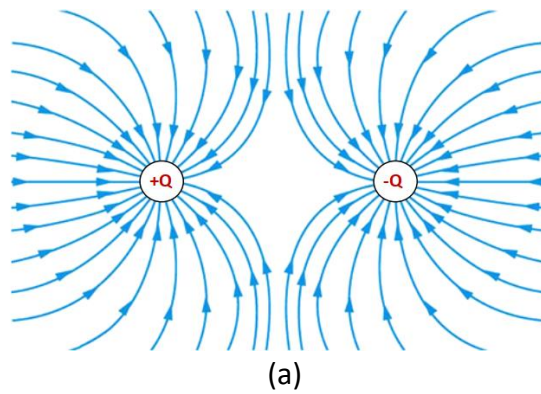
Elektriksel Alan Çizgilerinin Özellikleri

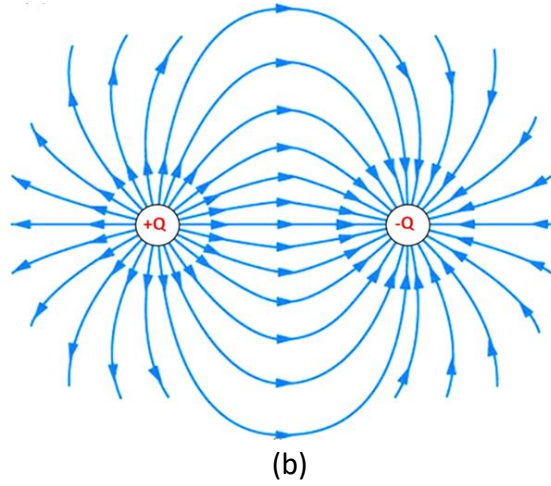
- Elektrik alan çizgileri pozitif yükten başlar ve negatif yükle biter, tek bir yük olması durumunda, elektrik alan çizgileri sonsuzda sona erer.
- Yüksüz bir bölgede, elektrik alan çizgileri sürekli ve düzgündür.
- Elektrik alan çizgileri birbirleriyle asla kesişmez.
- Elektrik alan vektörleri, elektrik alan çizgilerine teğettir.
- Elektrik alan çizgileri hiçbir zaman kapalı bir döngü oluşturmaz.
- Elektrik alan çizgilerinin yoğunluğu o bölgedeki elektrik alan şiddetini gösterir.



Şekil 2.5 (a) yükün (+) olması durumunda elektrik alan çizgileri yükten dışarı doğru yönelir. (b) yükün (-) olması durumunda elektrik alan çizgileri yüke doğru yönelir.

Şekil 2.5(a) ve Şekil 2.5(b) da görülebileceği üzere, bir elektrik alan elektrik yüklü bir parçacık veya elektrik yükünün kuvvet hissedeceği bir nesnenin etrafındaki bir alandır.





Şekil 2.6 Elektrik alan çizgileri radyal olarak pozitif yükten, negatif yüke doğrudur.

Elektrik alan, elektrik yükünü çevreleyen bir vektör alanıdır. Matematiksel olarak birim yük başına elektrik kuvveti olarak tanımlanır ve birimi *Newton/Coulomb* (N/C) veya *Volt/Metre* (V/m) dir.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Burada \vec{E} elektrik alan, \vec{F} elektriksel kuvvet ve q elektriksel yükü temsil ediyor.

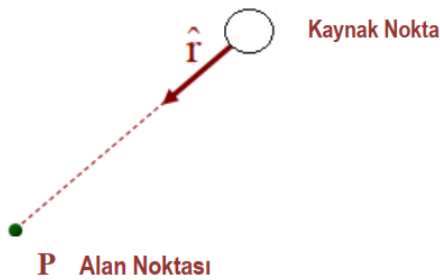
Coulomb yasasından yola çıkalım;

$$F_{12} = k \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2}$$

q_1 kaynak yükü, q_2 deneme yükü olarak davransın, eğer Coulomb yasaı ifadesini q_2 deneme yüküne bölersek, q_1 nokta kaynak yükünden dolayı oluşan elektrik alanı

$$E = k \frac{|q|}{r^2}$$

ifade etmiş oluruz.



Şekil 2.7 Nokta yükün elektrik alanı

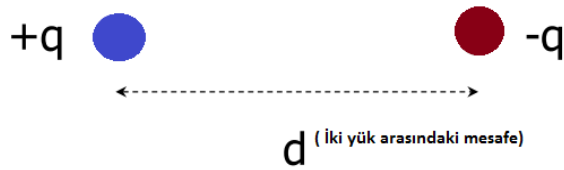
Böylece, nokta yükün elektrik alanı,

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

şeklinde ifade edilir.

Elektrik Dipolü

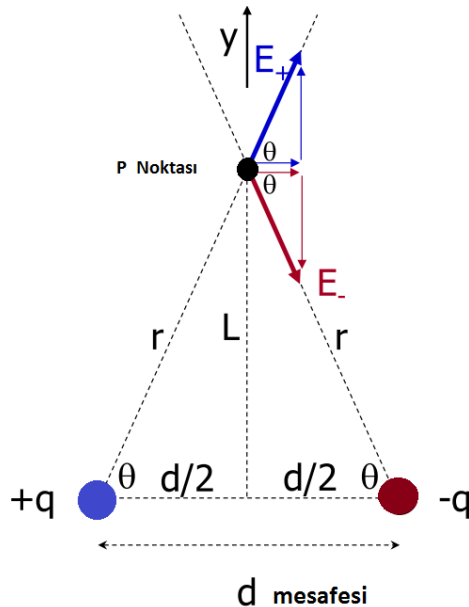
Sabit bir mesafe ile ayrılmış, eşit büyüklükte ve zıt işaretli iki elektrik yükünün kombinasyonuna elektrik dipolü denir.



İdeal bir dipolde d, diğer yüklere olan mesafelere ve ayrıca ortaya çıkan elektrik potansiyelini veya E elektrik alanını bulmak istediğimiz diğer noktalara kıyasla çok küçüktür. Bunun için elektrik dipol momenti, bu yüklerin büyüklükleri ve aralarındaki mesafe olarak tanımlanır

$$\vec{p} = q \vec{d}.$$

Bir q dipolünün merkezinden L kadar yukarıda bir P noktasındaki Elektrik dipolünü hesaplayalım.



Şekil 2.8 Bir ideal dipolün elektrik alanı

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

$$E_y = E_{+,y} + E_{-,y} = 0 \text{ simetriden dolayı sıfırdır}$$

$$E_x = E_{+,x} + E_{-,x} = 2E_+ \cos\theta$$

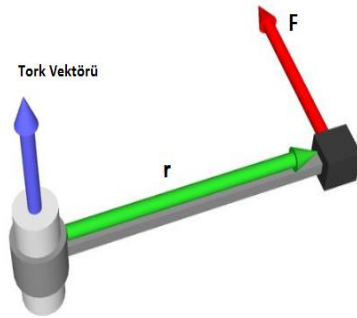
$$\cos\theta = \frac{d/2}{r} \text{ ifade içinde yerine yazalım.}$$

$$E_x = 2k \frac{q}{r^2} \left(\frac{d}{2r} \right) = k \frac{qd}{r^3}$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d}{r^3} \hat{i}$$

Elektrik Dipol üzerindeki Tork ve Kuvvet

Elektrikli bir dipol üzerine etki eden torkun düzgün bir elektrik alanındaki etkisinin özelliklerini inceleyeli ve bunun için öncelikle tork ifadesini hatırlayalım.



2.9 Tork (https://commons.wikimedia.org/wiki/File%3ATorque_animation.gif)

Bir nesnenin bir eksen etrafında dönmesine neden olan kuvvet ölçüsü bir tork olarak bilinir. Tork vektörü τ ile gösterilir. Tork bir vektör miktarıdır ve yönü eksen üzerindeki kuvvetin yönüne bağlıdır. Tork vektörünün büyüklüğü aşağıdaki gibi ifade edilir.

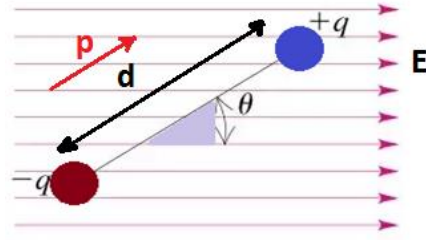
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

θ , F ile r vektörleri arasındaki açı olmak üzere

$$|\vec{\tau}| = \tau = rF \sin\theta$$

şeklinde hesaplanır. Burada, \vec{r} momentin ölçüldüğü noktadan kuvvet uygulanan noktaya vektördür ve \vec{F} ise kuvvet vektörüdür.

Şimdi düzgün bir elektrik alandaki elektrik dipolünün üzerindeki torka odaklanalım;



Şekil 2.10 Dış bir elektrik alandaki elektrik dipolü

$$\vec{F}_+ = q\vec{E}$$

$$\vec{F}_- = -q\vec{E}$$

Merkeze göre her yüke ait kol; $\frac{d}{2} \sin\theta$

Bu durumda bir dipol üzerine etki eden elektrik alanın sebep olduğu tork:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

şeklinde tanımlanır ve \vec{p} dipol moment, \vec{E} elektrik alandır. θ elektrik alan ile dipol arasındaki açı olmak üzere aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$|\vec{\tau}| = Eqd \sin\theta.$$

Bu elektrik alan içindeki dipole $d\theta$ kadar döndürmek için yapılması gereken iş,

$$dW = \tau d\theta = E p \sin\theta d\theta$$

şeklinde tanımlanır.