POİSSON DAĞILIMI

Poisson Dağılımı sürekli ortamlarda (zaman, alan, hacim, …) kesikli sonuçlar veren ve aşağıda a),b),c) şıklarında belirtilen özelliklere sahip deneylerin modellenmesinde kullanılan bir dağılımdır. Örneğin :

1) Belli bir zaman aralığında bir yoldan geçen arabaların sayısının gözlenmesi,

2) Belli bir zaman aralığında bir radyoaktif maddenin ışınladığı parçacık sayısının gözlenmesi,

3) Belli bir zaman arlığında bir mağazaya gelen müşterilerin sayısının gözlenmesi,

4) Seyrek rastlanılan bir hastalık için belli bir zaman araalığında bu hastalığa yakalananların sayısının gözlenmesi,

5) Belli bir bölgeye düşen gök cisimlerinin sayısının gözlenmesi,

6) Belli bir bölgede bulunan yaban hayvanlarının sayısının gözlenmesi,

durumlarında Poisson Dağılımı kullanılabilir. Poisson bir matematikçi ismi olup *puason* olarak telâfuz edilir.

Poisson Dağılımı ile ilgili açıklamaları ortamın zaman olması halinde yapalım. $(0,t]$ zaman aralığında meydana gelen sonuçların (bir olayın gerçekleşme) sayısı X olsun. Sonuçları ortaya çıkaran deney ile ilgili aşağıdaki özellikler geçerli olsun :

a) Küçük Δt uzunluklu bir zaman aralığında bir başarı elde etme olasılığı Δt ile orantılıdır.

b) Küçük Δt uzunluklu bir zaman aralığında iki veya daha çok başarı elde etme olasılığı yaklaşık olarak sıfırdır.

c) Δt uzunluklu ayrık aralıklar için elde edilen sonuçlar bağımsız birer Bernoulli Denemesidir.

$(0,t]$ zaman aralığında meydana gelen sonuç sayısı X , kesikli bir rasgele değişken olmak üzere, X 'in aldığı değerler $x = 0,1,2,\ldots$ dır. X 'in olasılık fonksiyonunu bulmaya çalışalım. $(0,t]$ aralığını yeterince küçük Δt uzunluklu, $n = \frac{t}{\Delta t}$ tane alt aralığı parçalayalım. Belli bir parçada 0 veya 1 tane sonuç ortaya çıkabilir diyebiliriz. Δt zaman aralığında bir sonuç çıkması veya çıkmaması bir Bernoulli Denemesi olup, sonucun ortaya çıkması olasılığı Δt ile orantılıdır. Bu olasılık, c bir sabit olmak üzere, $p = c\Delta t$ olsun. $(0,t]$ aralığında n tane Δt uzunluklu ayrık aralık bulunmakta ve bu aralıklarda bağımsız sonuçlar veren $p = c\Delta t$ olasılıklı Bernoulli Denemeleri gerçekleşmektedir. O zaman $(0,t]$ aralığında elde edilen sonuçların sayısı $b(n = \frac{t}{\Delta t}, p = c\Delta t)$ Binom Dağılımına sahip olacaktır. $\Delta t \to 0$ için

$n=\dfrac{t}{\Delta t}\to\infty$, $np=\dfrac{t}{\Delta t}c\Delta t=ct=\lambda$ olmak üzere, $b(n=\dfrac{t}{\Delta t}, p=c\Delta t)$ Binom Dağılımındaki olasılıkların limitleri Poisson Dağılımındaki olasılıkları verecektir. Başka bir ifade ile, $(0,t]$ zaman aralığında meydana gelen sonuç sayısı olan ve Poisson dağılımına sahip olan X rasgele değişkeninin olasılık fonksiyonu,

$$f(x)=P(X=x)=\lim_{\Delta t\to 0}\binom{t/\Delta t}{x}(c\Delta t)^x(1-c\Delta t)^{\frac{t}{\Delta t}-x}=\lim_{n\to\infty}\binom{n}{x}(\frac{\lambda}{n})^x(1-\frac{\lambda}{n})^{n-x}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n!}{x!(n-x)!}.\frac{\lambda^x}{n^x}.\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{-x}.\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n}\right)$$

$$=\frac{\lambda^x}{x!}\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n(n-1)...(n-(x-1))}{n^x}\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{-x}.\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n}\right)$$

$$=\frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}\qquad,\qquad x=0,1,2,3,...$$

dır.

$$\frac{n(n-1)(n-2)...(n-(x-1))}{n^x}=\frac{n}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)...\left(1-\frac{x-1}{n}\right)\xrightarrow{n\to\infty}1$$

$$\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{-x}\xrightarrow{n\to\infty}1$$

$$\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n}\xrightarrow{n\to\infty}e^{-\lambda}$$

X Poisson Dağılımına sahip bir rasgele değişken olduğunda,

$$f(x)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}\qquad,\qquad x=0,1,2,3,...$$

ve

$$M_X(t)=E(e^{tX})=\sum_x e^{tx}f(x)$$

$$=\sum_{x=0}^{\infty}e^{tx}.\frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}=e^{-\lambda}\sum_{x=0}^{\infty}\frac{(\lambda e^t)^x}{x!}$$

$$=e^{-\lambda}e^{\lambda e^t}$$

$$=e^{\lambda(e^t-1)}\qquad,\qquad t\in\mathbb{R}$$

olmak üzere,

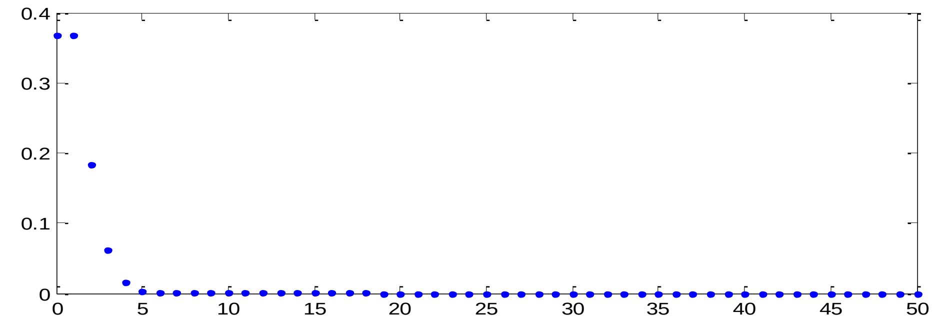
$$E(X)=\left.\frac{dM_X(t)}{dt}\right|_{t=0}=\left.\lambda e^t e^{\lambda(e^t-1)}\right|_{t=0}=\lambda$$

$$E(X^2)=\left.\frac{d^2M_X(t)}{dt^2}\right|_{t=0}=\left.\lambda e^t e^{\lambda(e^t-1)}+\left(\lambda e^t\right)^2 e^{\lambda(e^t-1)}\right|_{t=0}=\lambda+\lambda^2$$

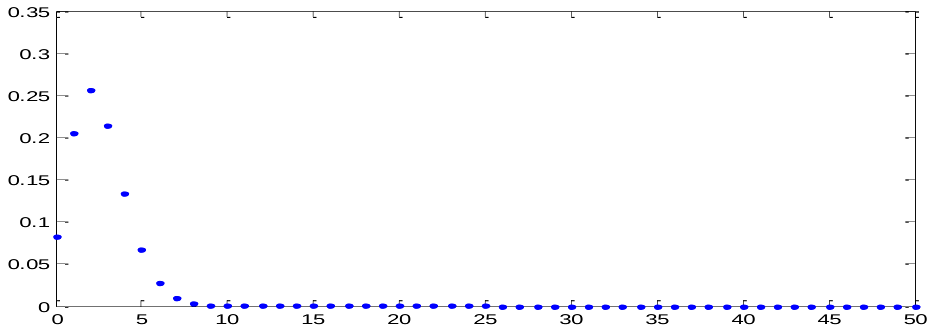
$$Var(X)=E(X^2)-\left(EX\right)^2=\lambda+\lambda^2-\lambda^2=\lambda$$

dır. Poisson Dağılımının parametresi olan λ $(\lambda\in(0,\infty))$ sayısı aynı zamanda dağılımın beklenen değeri (ortalaması) ve varyansıdır. λ parametresinin bazı değerleri için Poisson dağılımının olasılık fonksiyonunun grafikleri aşağıdaki gibidir.

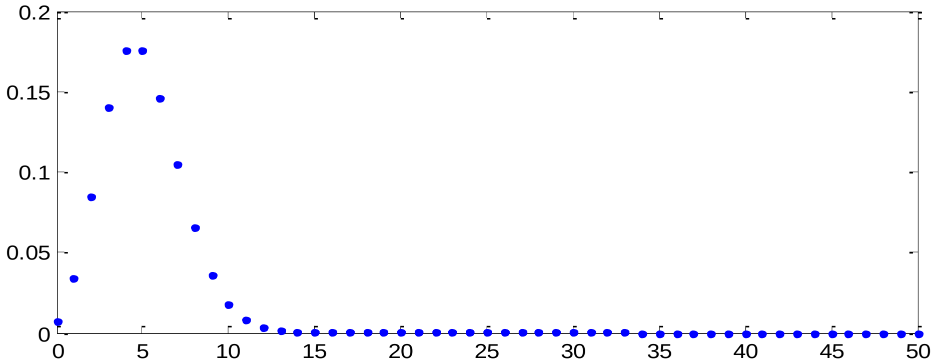
$\lambda=1$



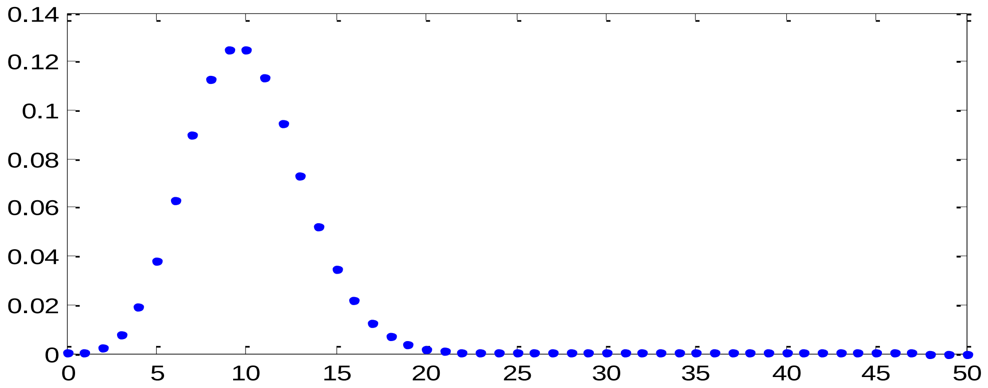
$\lambda=2.5$



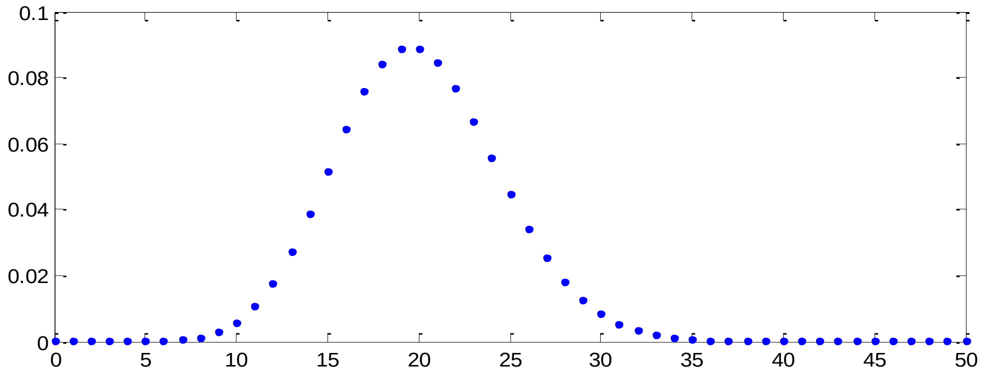
$\lambda=5$



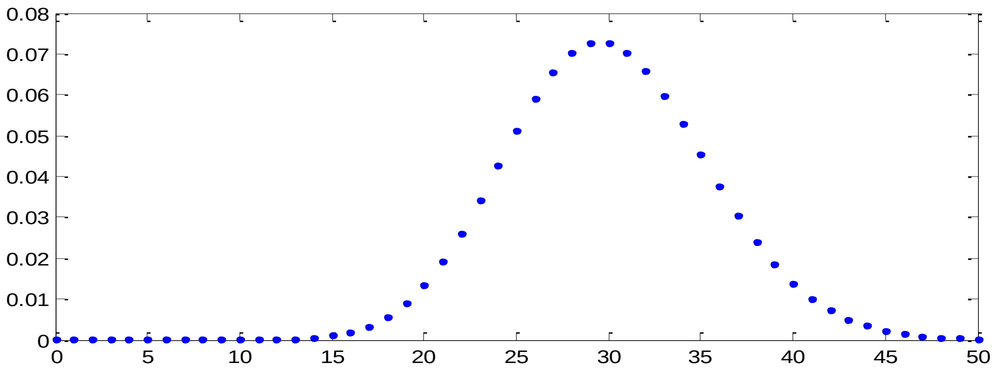
$\lambda=10$



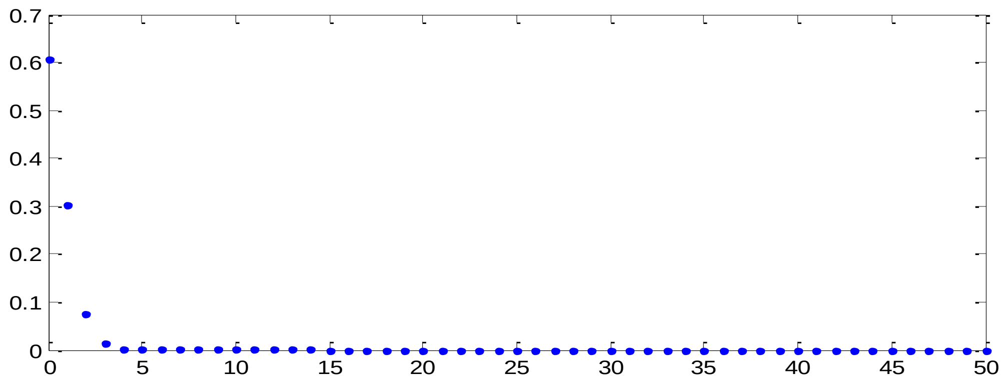
$\lambda = 20$



$\lambda = 30$



$\lambda = 0.5$



Örnek 1 Bir hastanenin acil servisine 10 dakikalık bir zaman aralığında ortalama 3 hasta

gelmektedir. Bu zaman aralığında,

a) hasta gelmemesi olasılığı nedir?
b) bir hasta gelmesi olasılığı nedir?
c) en az 5 hasta gelmesi olasılığı nedir?

10 dakikalık bir zaman aralığında gelen hasta sayısı X 'in $\lambda = 3$ olan Poisson Dağılımına sahip olduğu düşünülebilir. X 'in olasılık fonksiyonu,

$$f(x) = \frac{e^{-3} 3^x}{x!} \quad , \quad x = 0,1,2,...$$

olmak üzere,

a) $P(X = 0) = e^{-3} = 0.049787$

b) $P(X = 1) = \frac{e^{-3} 3^1}{1!} = 3e^{-3} = 0.14936$

c) $P(X \leq 5) = 1 - P(X < 5)$

$$= 1 - f(0) - f(1) - f(2) - f(3) - f(4)$$

$$= 1 - \frac{e^{-3}3^0}{0!} - \frac{e^{-3}3^1}{1!} - \frac{e^{-3}3^2}{2!} - \frac{e^{-3}3^3}{3!} - \frac{e^{-3}3^4}{4!}$$

$$= 0.18474$$

dır.

```
>> x=0:4 ; 1-sum(poisspdf(x,3))
ans = 0.18474
```

<u>Örnek 2</u> Bir kentin içinde bir ayda ortalama 300, bir günde ortalama 10 trafik kazası olmaktadır. Belli bir gün için meydana gelen kaza sayısının,

a) 10
b) 10 dan az
c) 10 dan çok

olması olasılığı nedir?

X – bir günde meydana gelen kaza sayısı olsun. X 'in $\lambda = 10$ olan Poisson Dağılımına sahip olduğu düşünülebilir. X 'in olasılık fonksiyonu,

$$f(x) = \frac{e^{-10} 10^x}{x!} \quad , \quad x = 0,1,2,...$$

olmak üzere,

a) $P(X = 10) = e^{-10} = 0.049787$

b) $P(X < 10) = P(X \leq 9) = \sum_{x=0}^{9} \frac{e^{-10}10^x}{x!} = 0.54207$

```
>> x=0:9 ;  1-sum(poisspdf(x,10))
ans = 0.54207
```

c) $P(X > 10) = P(X \geq 11) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - \sum_{x=0}^{10} \frac{e^{-10}10^x}{x!} = 0.41696$

```
>> x=0:10 ;  1-sum(poisspdf(x,10))
ans = 0.41696
```

Örnek 3 Bir daktilografın yazdığı bir sayfalık bir yazıda hatalı karakter sayısı (X) $\lambda = 0.5$ ortalama ile Poisson dağılımına sahiptir. Bu kişinin yazdığı bir sayfalık bir yazıda,

a) hiç hata olmaması
b) 1 hata olması
c) hata sayısının 5 den çok olması

olasılığı nedir?

X 'in olasılık fonksiyonu,

$$f(x) = \frac{e^{-0.5} 0.5^x}{x!} \quad , \quad x = 0,1,2,...$$

olmak üzere,

a) $P(X = 0) = e^{-0.5} = 0.60653$

b) $P(X < 1) = \frac{e^{-0.5} 0.5^1}{1!} = 0.30327$

c) $P(X > 5) = 1 - P(X \le 4) = 1 - \sum_{x=0}^{4} \frac{e^{-0.5} 0.5^x}{x!} = 0.00017212$

```
>> x=0:4 ;1-sum(poisspdf(x,0.5))
ans = 0.00017212
```

Örnek 4 Belli bir ürünün kusurlu olması olasılığı 0.0001 dir. Üretilen 20000 adet ürün içinde kusurlu olanların sayısının 5 den çok olması olasılığı nedir?

X rasgele değişkeni 20000 tane ürün içinde kusurlu olanların sayısı olsun. Bir ürünün kusurlu olup olmaması diğerlerinden bağımsız ise X rasgele değişkeni Binom Dağılımına sahip olur. $X \sim b(n = 20000, p = \frac{1}{10000})$ olmak üzere,

$$P(X > 5) = 1 - P(X \le 4) = 1 - \sum_{x=0}^{4} \binom{20000}{x} \left(\frac{1}{10000}\right)^x \left(\frac{9999}{10000}\right)^{20000-x} = 0.052644$$

dır.

```
>>x=0:4 ; 1-sum(binopdf(x,20000,0.0001))
ans = 0.052644
```

$n \to \infty$, $p \to 0$, $np \to \lambda$ olduğunda, $b(n, p)$ Binom Dağılımındaki olasılıklar Poisson Dağılımındaki olasılıklara yakınsar (Ödev). O zaman, büyük n ve küçük p için $b(n, p)$ Binom Dağlımı ile ilgili olasılık hesaplamaları yaklaşık olarak $\lambda = np$ olan Poisson Dağılımında yapılabilir. Buna göre, yukarıdaki olasılık hesabı için $\lambda = np = 20000 \times \frac{1}{10000} = 2$ olmak üzere,

$$P(X > 5) = 1 - P(X \le 4) = 1 - \sum_{x=0}^{4} \frac{e^{-2} 2^x}{x!} = 0.052653$$

dır.

```
>>x=0:4 ; 1-sum(poisspdf(x,2))
ans = 0.052653
```

DÜZGÜN DAĞILIM

Bir X rasgele değişkeni aldığı değerleri eşit olasılıkla alıyorsa düzgün dağılıma sahiptir denir. Düzgün dağılıma sahip bir X rasgele değişkeninin aldığı değerler $x = x_1, x_2, ..., x_n$ olmak üzere olasılık fonksiyonu,

$$f(x) = \frac{1}{n} \quad , \quad x = x_1, x_2, ..., x_n \quad (x_1 < x_2 < ... < x_n)$$

olasılık tablosu,

x	x_1	x_2	$\cdots$	x_n
$f(x)$	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	$\cdots$	$\frac{1}{n}$

dağılım fonksiyonu,

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < x_1 \\ \frac{i}{n} & , \quad x_i \leq x < x_{i+1} \ , \ i = 1, 2, ..., n-1 \\ 1 & , \quad x \geq x_n \end{cases}$$

ve

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i f(x_i) = \sum_{i=1}^{n} x_i \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \overline{x}$$

$$E(X^2) = \sum_x x^2 f(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 f(x_i) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}$$

$$Var(X) = E(X^2) - (EX)^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - (\overline{x})^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2}{n}$$

$$Var(X) = E(X - EX)^2 = E(X - \overline{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2 f(x_i) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n}$$

$$\left(\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\sum_{i=1}^{n} x_i \overline{x} + \sum_{i=1}^{n} \overline{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2 \right)$$

$$M_X(t) = E(e^{tX}) = \sum_x e^{tx} f(x) = \sum_{i=1}^{n} e^{tx_i} f(x_i) = \sum_{i=1}^{n} e^{tx_i} \frac{1}{n}$$

$$= \frac{1}{n} e^{tx_1} + \frac{1}{n} e^{tx_2} + \frac{1}{n} e^{tx_3} + ... + \frac{1}{n} e^{tx_n} \quad , \quad t \in \mathbb{R}$$

dır.

Özel olarak X 'in aldığı değerler, $x=1,2,\ldots,n$ olduğunda,

$$f(x)=\frac{1}{n} \qquad x=1,2,\ldots,n$$

x	1	2	3	...	n
$f(x)$	$1/n$	$1/n$	$1/n$	...	$1/n$

$$E(X)=\sum_x x f(x)=\sum_{x_i=1}^{n} x_i f(x_i)=\sum_{i=1}^{n} i\times\frac{1}{n}=1\times\frac{1}{n}+2\times\frac{1}{n}+\ldots.+n\times\frac{1}{n}$$

$$=\frac{1}{n}(1+2+\ldots.+n)=\frac{n\cdot\frac{(n+1)}{2}}{n}=\frac{n+1}{2}$$

$$Var(X)=\frac{\sum x_i^2-n\cdot\bar{x}^2}{n}=\frac{(1^2+2^2+\ldots+n^2)-n\left(\frac{n+1}{2}\right)^2}{n}$$

$$=\frac{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}-n\left(\frac{n+1}{2}\right)^2}{n}$$

$$=\frac{n^3-n}{12n}=\frac{n^2-1}{12}$$

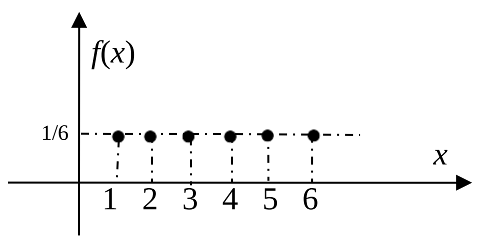
<u>Örnek 1</u> Düzgün bir tavla zarı atılması deneyinde üste gelen nokta sayısı X olsun. X 'in olasılık fnksiyynu,

$$f(x)=\frac{1}{6} \qquad x=1,2,3,4,5,6$$

olasılık tablosu,

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	$1/6$	$1/6$	$1/6$	$1/6$	$1/6$	

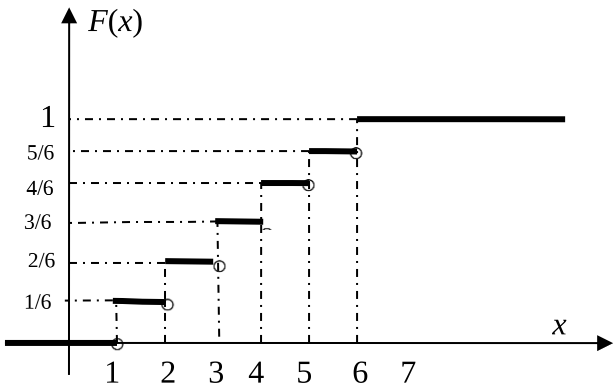
olasılık fonksiyonunun grafiği,



dağılım fonksiyonu,

$$F(x)=P(X\le x)=\begin{cases}0 & , \quad x<1\\ \frac{1}{6} & , \quad 1\le x<2\\ \frac{2}{6} & , \quad 2\le x<3\\ \frac{3}{6} & , \quad 3\le x<4\\ \frac{4}{6} & , \quad 4\le x<5\\ \frac{5}{6} & , \quad 5\le x<6\\ 1 & , \quad x\ge 6\end{cases} = \begin{cases}0 & , \quad x<1\\ \frac{x}{6} & , \quad 1\le x<6\\ 1 & , \quad x\ge 6\end{cases}$$

dağılım fonksiyonunun grafiği,



beklenen değeri,

$$E(X)=\frac{n+1}{2}=\frac{6+1}{2}=3.5$$

varyansı,

$$Var(X)=\frac{n^2-1}{12}=\frac{35}{12}\approx 2,9167$$

standart sapması,

$$\sigma_X=\sqrt{\frac{35}{12}}\approx 1.7078$$

dır.

Bu zarla oynanan bir oyunda üste gelen her nokta için 50 TL kazanıldığında, oyunun dürüst olması için oyun kaç TL´ye oynatılmalıdır?

$K=50X-a$ $\quad a$: oyuna giris icin verilen para.

Oyunun dürüst olması için $E(K)=0$ olmalıdır.

$$E(K)=50E(X)-a$$
$$0=50\times 3.5-a$$
$$a=175 \text{ TL}$$

Örnek 1 Düzgün dağılıma sahip kesikli bir rasgele değişkenin aldığı değerler,

1.85
2.16
2.41
2.56
2.81
2.86
2.9
2.96
3.05
3.11
3.12
3.17
3.28
3.32
3.72
4.06
4.18
4.19
5.18

olsun. n =20 olmak üzere, rasgele değişkenin her bir değeri alması olasılığı 1/20 olup olasılık fonksiyonu,

$$f(x)=\frac{1}{20} \quad , \quad x_1=1.33\,, x_2=1.85\,,\ \dots\,, x_{20}=5.18$$

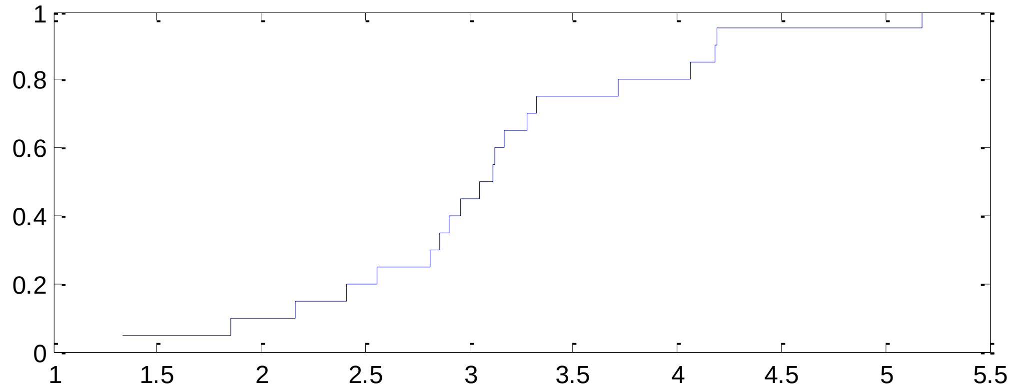
ve dağılım fonksiyonu,

$$F(x)=\begin{cases} 0 & , \quad x<x_1 \\ \dfrac{i}{n} & , \quad x_i \le x < x_{i+1} \end{cases} , \; i=1,2,\dots,n-1 = \begin{cases} 0 & , \quad x<1.33 \\ \dfrac{i}{20} & , \quad x_i \le x < x_{i+1} \end{cases} , \; i=1,2,\dots,19$$

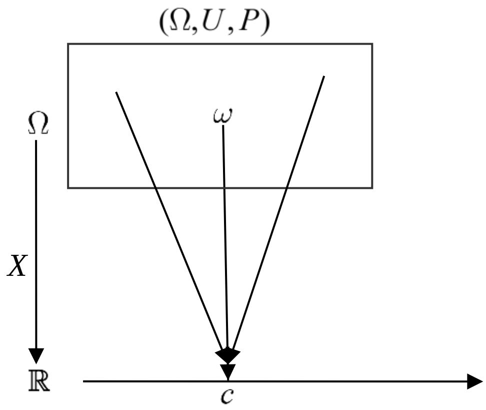
$$F(x)=\begin{cases} 0 & , \quad x<x_1 \\ \dfrac{i}{n} & , \quad x_i \le x < x_{i+1}\ , \ i=1,2,\dots,n-1 \\ 1 & , \quad x \ge x_n \end{cases} = \begin{cases} 0 & , \quad x<1.33 \\ \dfrac{i}{20} & , \quad x_i \le x < x_{i+1}\ , \ i=1,2,\dots,19 \\ 1 & , \quad x \ge 5.38 \end{cases}$$

dır. Dağılım fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibidir.

```
>> x=[1.33 1.85 2.16 2.41 2.56 2.81 2.86 2.90 2.96 3.05 3.11 3.12 3.17 3.28 3.32 3.72 4.06 4.18 4.19 5.18];
>> stairs( x,(1:20)/20 )
```



Dirac Dağılımı
(Bir Noktada Yoğunlaşmış Dağılım)



(Ω, U, P) bir olasılık uzayı olmak üzere,

$$X: \quad \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$\omega \longrightarrow X(\omega) = c$$

gibi bir rasgele değişkenin dağılımına bir noktada yoğunlaşmış dağılım denir. Esasında X rasgele değişkeni *c* değerini alan sabit bir fonksiyondur. $D_X = \{c\}$ olmak üzere, X rasgele değişkenin olasılık fonksiyonu,

$$f(x) = 1 \ , \ x = c$$

olasılık tablosu,

x	c
$f(x) = P(X = x)$	1

dağılım fonksiyonu,

$$F(x) = \begin{cases} 0 \ , \ x < c \\ 1 \ , \ x \geq c \end{cases}$$

ve

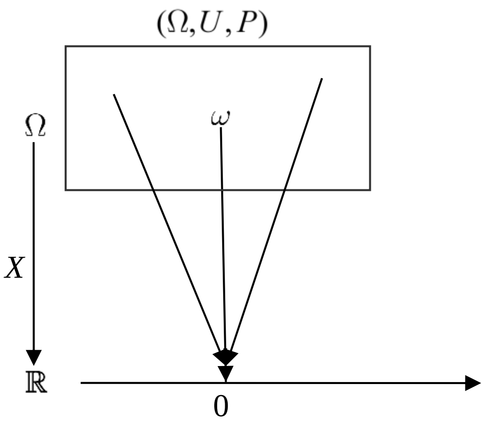
$$E(X) = \sum_x x f(x) = c$$

$$Var(X) = E(X - \mathrm{E}(X))^2 = E\left(X - c\right)^2 = \sum_x (x - c^2 f(x) = (c - c)^2.1 = 0$$

$$M_X(t) = \mathrm{E}(e^{tX}) = \sum_x e^{tx} f(x) = e^{ct} \ , \ t \in \mathbb{R}$$

dır.

c=0 olduğunda sıfır noktasında yoğunlaşmış dağılım ortaya çıkmaktadır. Sıfır noktasında yoğunlaşmış dağılıma Dirac dağılımı denir.



Dirac dağılımının olasılık fonksiyonu,

$$f(x) = 1 \ , \ x = 0$$

olasılık tablosu,

x	0
$f(x) = P(X = x)$	1

dağılım fonksiyonu,

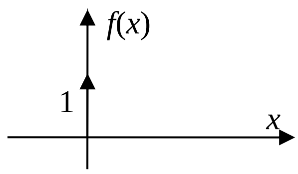
$$F(x) = \begin{cases} 0 \ , \ x < 0 \\ 1 \ , \ x \geq 1 \end{cases}$$

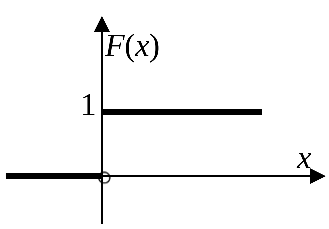
ve

$$E(X) = 0 \ , \ Var(X) = 0 \ ,$$

$$M_X(t) = 1 \ , \ t \in \mathbb{R}$$

dır. Dirac dağılımının olasılık fonksiyonu ile dağılım fonksiyonunun grafikleri,





dır.

Bazı Kesikli Dağılımlar

Düzgün Dağılım	o.f.	$\frac{1}{n}$, $x = x_1, x_2, \ldots, x_n$
	m.ç.f.	$\sum_{i=1}^{n} \frac{e^{x_i t}}{n}$, $t \in \mathbb{R}$
	ortalama	$\overline{x} = \frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n}$
	varyans	$\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n}$
	parametre	$x_1, x_2, \ldots, x_n \in \mathbb{R}$, $n \in \{1,2,\ldots\}$
Bernoulli Dağılımı $b(1, p)$	o.f.	$p^x (1-p)^{1-x}$, x=0,1
	m.ç.f.	$1 - p + pe^t$, $t \in \mathbb{R}$
	ortalama	p
	varyans	$p(1-p)$
	parametre	$p \in (0,1)$, $\mathrm{n} \in \{1,2,\ldots\}$
Binom	o.f.	$\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$, $x = 0,1,\ldots,\mathrm{n}$
$b(n, p)$	m.ç.f.	$(1 - p + pe^t)^n$, $t \in \mathbb{R}$
	ortalama	np
	varyans	$np(1-p)$
	parametre	$p \in (0,1)$, $n \in \{1,2,\ldots\}$
Hipergeometrik	o.f.	$\binom{a}{x}\binom{N-a}{n-x} \Big/ \binom{N}{n}$
	m.ç.f.	açık biçimi yok
	ortalama	$n \times \frac{a}{N}$
	varyans	$\frac{N-n}{N-1} \times n \times \frac{a}{N} \times (1 - \frac{a}{N})$
	parametre	$N, a, n \in \{1, 2, \ldots\}$, $a < N, n < N$

Poisson	o.f.	$\dfrac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$, $x=0,1,2,\ldots$
	m.ç.f.	$e^{\lambda\left(e^t-1\right)}$, $t\in\mathbb{R}$
	ortalama	λ
	varyans	λ
	parametre	$\lambda\in(0,\infty)$
Geometrik	o.f.	$(1-p)^{x-1}\,p$, x=1,2,...
	m.ç.f.	$\dfrac{pe^t}{1-(1-p)e^t}$, $t<-\ln(1-p)$
	ortalama	$\dfrac{1}{p}$
	varyans	$\dfrac{1-p}{p^2}$
	parametre	$p\in(0,1)$
Negatif Binom	o.f.	$\dbinom{x-1}{k-1}p^k(1-p)^{k-r}$, $x=k,k+1,\ldots$
	m.ç.f.	$\left(\dfrac{pe^t}{1-(1-p)e^t}\right)^k$, $t<-\ln(1-p)$
	ortalama	$\dfrac{k}{p}$
	varyans	$\dfrac{k(1-p)}{p^2}$
	parametre	$p\in(0,1)$, $k\in\{1,2,\ldots\}$