Düzgün Dağılım

Bir X rasgele değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu (o.y.f.),

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta_2-\theta_1} & , \quad \theta_1<x<\theta_2 \\ 0 & , \quad d.y\end{cases}$$

biçimine olduğunda, X ‘e düzün dağılıma sahiptir denir ve $X \sim U(\theta_1,\theta_2)$ biçiminde gösterilir.

Düzgün dağılıma $X \sim U(\theta_1,\theta_2)$ rasgele değişkeninin dağılım fonksiyonu,

$$F(x)=P(X\leq x)=\begin{cases}0 & , \quad x<\theta_1 \\ \dfrac{x-\theta_1}{\theta_2-\theta_1} & , \quad \theta_1\leq x<\theta_2 \\ 1 & , \quad x\geq\theta_2\end{cases}$$

beklenen değeri,

$$E(X)=\int_{\theta_1}^{\theta_2} x\frac{1}{\theta_2-\theta_1}dx=\frac{1}{\theta_2-\theta_1}\left.\frac{x^2}{2}\right|_{\theta_1}^{\theta_2}=\frac{1}{\theta_2-\theta_1}\times\frac{(\theta_2^2-\theta_1^2)}{2}=\frac{\theta_1+\theta_2}{2}$$

ikinci momenti,

$$E(X^2)=\int_{\theta_1}^{\theta_2} x^2\frac{1}{\theta_2-\theta_1}dx=\frac{1}{\theta_2-\theta_1}\left.\frac{x^3}{3}\right|_{\theta_1}^{\theta_2}=\frac{1}{\theta_2-\theta_1}\times\frac{(\theta_2^3-\theta_1^3)}{3}=\frac{\theta_2^2+\theta_2\theta_1+\theta_1^2}{3}$$

ve varyansı,

$$Var(X)=E(X^2)-\left(E(X)\right)^2=\frac{\theta_2^2+\theta_2\theta_1+\theta_1^2}{3}-\left(\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right)^2=\frac{(\theta_2-\theta_1)^2}{12}$$

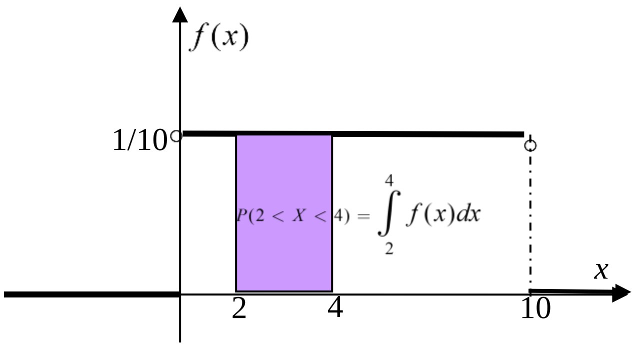
dır.

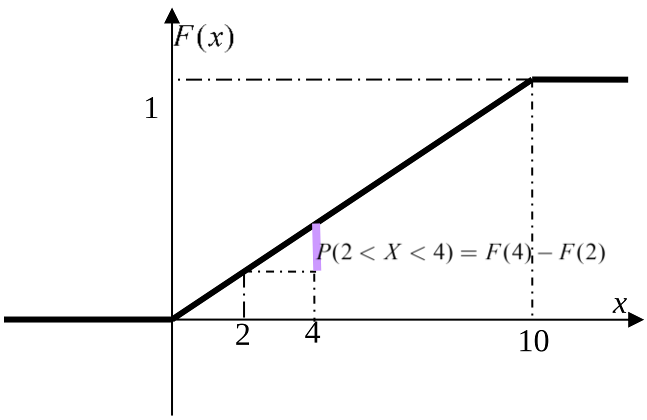
<u>Örnek 1</u> $X \sim U(0,10)$ rasgele değişkenin olasılık yoğunluk ve dağılım fonksiyonu,

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{10} & , \quad 0<x<10 \\ 0 & , \quad d.y\end{cases}$$

$$F(x)=P(X\leq x)=\begin{cases}0 & , \quad x<0 \\ \dfrac{x}{10} & , \quad 0\leq x<10 \\ 1 & , \quad x\geq 10\end{cases}$$

olup grafikleri,





dır. X ‘in beklenen değeri,

$$E(X) = \frac{0+10}{2} = 5$$

ve varyansı,

$$Var(X) = \frac{(10-0)^2}{12} = \frac{100}{12}$$

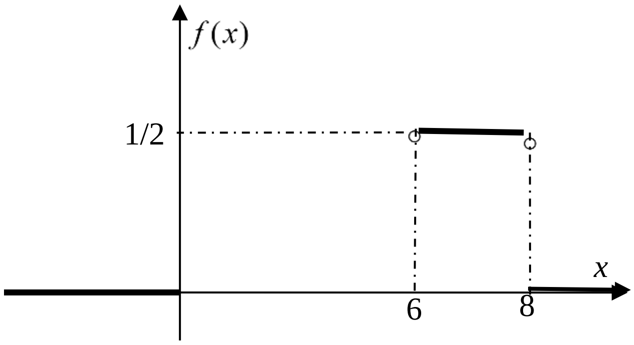
dır.

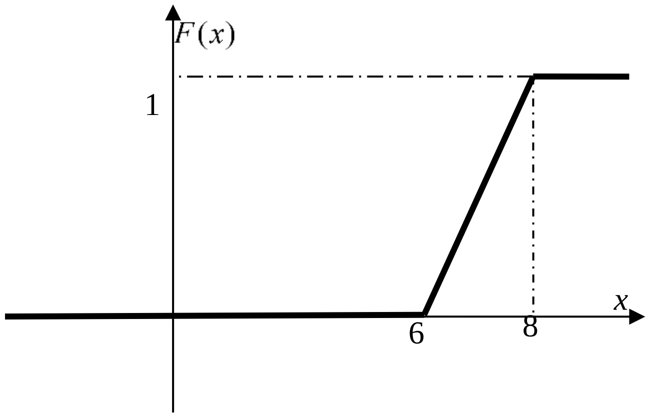
<u>Örnek 2</u> Bir tür böcek 6 gün yaşadıktan sonra iki gün içinde aynı miktarlarda azalıp ölmektedir. X rasgele değişkeni bir bu türden bir böceğin ömrü olmak üzere, $X \sim U(6,8)$ dır.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2} & , \quad 6 < x < 8 \\ 0 & , \quad d.y \end{cases}$$

$$F(x) = P(X \le x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 6 \\ \dfrac{x-6}{2} & , \quad 6 \le x < 8 \\ 1 & , \quad x \ge 8 \end{cases}$$

olup grafikleri,





dır. X 'in beklenen değeri (ortalaması),

$$E(X) = \frac{6+8}{2} = 7$$

ve varyansı,

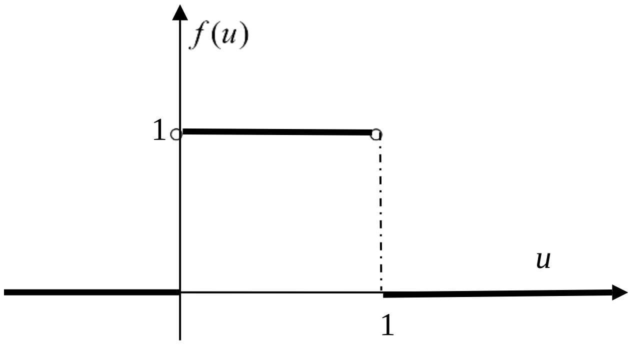
$$Var(X) = \frac{(8-6)^2}{12} = \frac{1}{3}$$

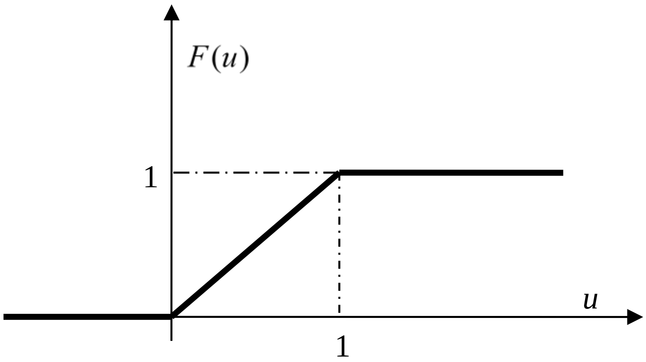
dır.

(0,1) Aralığında Düzgün Dağılım

(0,1) aralığı üzerinde düzgün dağılıma sahip olan rasgele değişkeni U harfi ile gösterelim. $U \sim U(0,1)$ olmak üzere,

$$f(u) = \begin{cases} 1 & , 0 < u < 1 \\ 0 & , \quad d.y. \end{cases} \qquad F(u) = \begin{cases} 0 & , u < 0 \\ u & , 0 \le u < 1 \\ 1 & , u \ge 1 \end{cases}$$





$$E(U)=\frac{1}{2}\ ,\ Var(U)=\frac{1}{12}$$

dır.

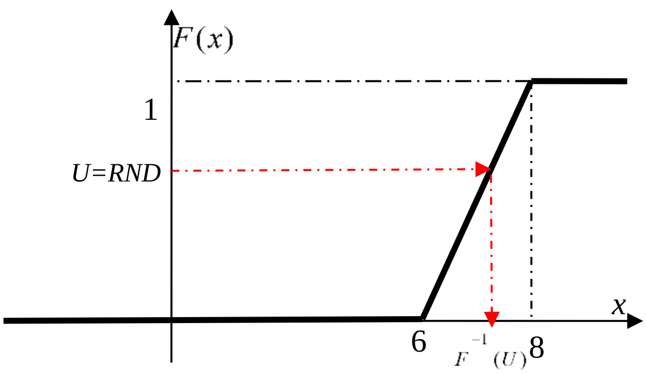
QBASIC programlama dilinde *RND*, Matlab'da *rand* fonksiyonu *U* rasgele değişkenin dağılımından sayı üretmektedir. Bir X rasgele değişkenin dağılımından sayı üretmek için,

$$F^{-}(RND)=\inf\left\{x:F(x)\geq RND\ ,x\in\mathbb{R}\right\}$$

değerleri alınabilir. Sürekli bir X rasgele değişkenin dağılım fonksiyonu, değer kümesi üzerinde birebir olduğunda, X in dağılımından sayı üretmede $F^{-1}(U)$, yani $F^{-1}(RND)$ değerleri alınabilir. Örnek 2 'deki dağılımdan sayı üretmek için

$$F^{-1}(U)=6+2U\ \ ,\ U=RND\in[0,1)$$

dönüşümü kullanılabilir.



Kesikli bir X rasgele değişkeninin dağılımından sayı üretmek için $(0,1)$ aralığı dağılımdaki olasılıklar oranında parçalara ayrılıp U sayısının düştüğü aralığa karşılık gelen değer X olarak alınabilir. İstatistik amaçlı bilgisayar paket programlarında $U(0,1)$ ve diğer dağılımlardan sayı üreten fonksiyonlar hazır halde bulunmaktadır.

Örnek 3 "$(0,1)$ aralığındaki sayılardan restgele biri çekildiğinde" çıkan sayının 0,8 ´den büyük olması olasılığı nedir?

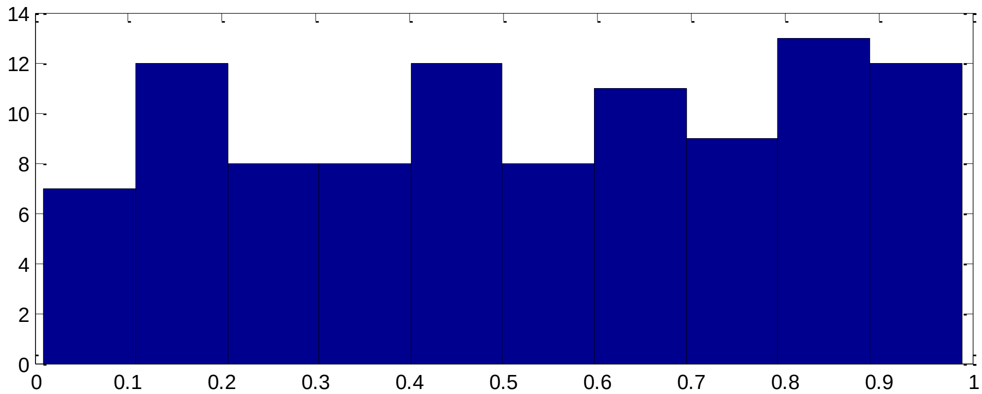
"$(0,1)$ aralığından rasgele çekilen" sayı U olsun. $U \sim U(0,1)$ olmak üzere,

$$P(U > 0,8) = \int_{0.8}^{1} 1du = u\Big|_{0.8}^{1} = 1 - 0.8 = 0.2$$

dır.

```
>> rand(20,5)
ans =
    0.95013     0.61543    0.057891    0.015274    0.83812
    0.23114     0.79194     0.35287     0.74679    0.01964
    0.60684     0.92181     0.81317      0.4451    0.68128
    0.48598     0.73821   0.0098613     0.93181    0.37948
     0.8913     0.17627     0.13889     0.46599     0.8318
     0.7621     0.40571     0.20277     0.41865    0.50281
    0.45647     0.93547     0.19872     0.84622    0.70947
   0.018504      0.9169     0.60379     0.52515    0.42889
    0.82141     0.41027     0.27219     0.20265    0.30462
     0.4447     0.89365     0.19881     0.67214    0.18965
    0.19343     0.49655     0.72711     0.79482    0.13652
    0.68222     0.89977     0.30929     0.95684   0.011757
    0.30276     0.82163      0.8385     0.52259     0.8939
    0.54167     0.64491     0.56807     0.88014    0.19914
    0.15087     0.81797     0.37041     0.17296    0.29872
     0.6979     0.66023     0.70274     0.97975    0.66144
    0.37837     0.34197     0.54657     0.27145    0.28441
    0.86001     0.28973     0.44488     0.25233    0.46922
    0.85366     0.34119     0.69457     0.87574   0.064781
    0.59356     0.53408     0.62131     0.73731    0.98833
>> sum(sum(ans>0.8))
ans = 24
```

Üretilen bu 100 tane sayıdan 24 tanesi 0.8 den büyüktür. "$(0,1)$ aralığından rasgele çekilen" bir sayının 0.8 den büyük olması olasılığı p=0.2 olup, çekilen n=100 sayı içinde 0.8 den büyük olanların beklenen sayısı np=100x0.2=20 dir. Üretilen 100 tane sayı ile ilgili histogram,



dır. Histogramdaki sınıf aralıklarının he biri için beklenen frekans = 100x0.1=10 dur. Beklenen frekanslar ($f_i^b, i=1,2,...10$) ile gözlenen frekanslar ($f_i^g, i=1,2,...10$) arasındaki farklılığın bir ölçütü olarak $\sum_{i=1}^{10}\frac{\left(f_i^g-f_i^b\right)^2}{f_i^b}$ değeri alınabilir. Üretilen 100 tane sayı için bu değer,

$$\sum_{i=1}^{10}\frac{\left(f_i^g-f_i^b\right)^2}{f_i^b}=\frac{(7-10)^2}{10}+\frac{(12-10)^2}{10}+\frac{(8-10)^2}{10}+\frac{(8-10)^2}{10}+\frac{(12-10)^2}{10}$$
$$+\frac{(8-10)^2}{10}+\frac{(11-10)^2}{10}+\frac{(9-10)^2}{10}+\frac{(13-10)^2}{10}+\frac{(12-10)^2}{10}=4.4$$

dır. Bu değerin büyüklüğünün yorumlanmasını ileride öğreneceğiz.

<u>Örnek 4</u> $U \sim U(0,1)$ olsun. U sayısını üretip aşağıdaki dönüşümlerden faydalanarak ilgili dağılımlardan sayı üretebiliriz.

a) $X = 10U$ dönüşümü ile elde edilen X kesikli bir rasgele değişken olup olasılık fonksiyonu,

$$f(x)=\frac{1}{10} \quad , \quad x=0,1,2,...,9$$

dır.

b) $X=[\![10U]\!]+1$ dönüşümü ile elde edilen X kesikli bir rasgele değişken olup olasılık fonksiyonu,

$$f(x)=\frac{1}{10} \quad , \quad x=1,2,...,10$$

dır.

c) $a,b\in\mathbb{R}, a\neq 0$ için $X=aU+b$ dönüşümü ile elde edilen X sürekli bir rasgele değişken olup,

$$F(x)=P(X\leq x)=\begin{cases} 0 & , \quad x<b \\ P(aU+b\leq x) & , \quad b\leq x<b+a \\ 1 & , \quad x\leq b+a \end{cases}$$
$$=\begin{cases} 0 & , \quad x<b \\ P(U\leq \frac{x-b}{a}) & , \quad b\leq x<b+a \\ 1 & , \quad x\leq b+a \end{cases}$$
$$=\begin{cases} 0 & , \quad x<b \\ \frac{x-b}{a} & , \quad b\leq x<b+a \\ 1 & , \quad x\leq b+a \end{cases}$$

ve

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{a} & , \quad b<x<b+a \\ 0 & , \quad d.y. \end{cases}$$

olmak üzere, $X\sim U(b,b+a)$ dır.

d) $p \in (0,1)$ için $X = \begin{cases} 1 \,, U < p \\ 0 \,, U \geq p \end{cases}$ dönüşümü ile elde edilen X kesikli bir rasgele değişken olup olasılık fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} p & , x = 1 \\ 1 - p & , x = 0 \end{cases} = p^x (1-p)^{1-x} \,, \; x = 0,1$$

dır. $X \sim b(1, p)$ Bernoulli dağılımına sahiptir.

e) $X = -\ln U$ dönüşümü ile elde edilen X rasgele değişkeni için,

$$F(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 0 \\ \\ P(-\ln U \leq x) & , \quad x \geq 0 \end{cases} = \begin{cases} 0 & , \quad x < 0 \\ \\ P(U \geq e^{-x}) & , \quad x \geq 0 \end{cases} = \begin{cases} 0 & , \quad x < 0 \\ \\ 1 - e^{-x} & , \quad x \geq 0 \end{cases}$$

ve

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & , \; x > 0 \\ 0 & , \; d.y. \end{cases}$$

dır. X sürekli bir rasgele değişken olup üstel dağılıma sahiptir. Üstel dağılımı önümüzdeki derste göreceğiz.

Üstel Dağılım

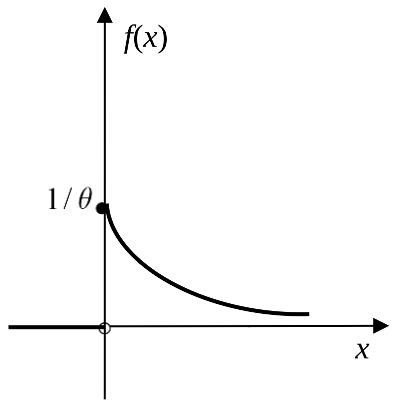
Bir X rasgele değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu,

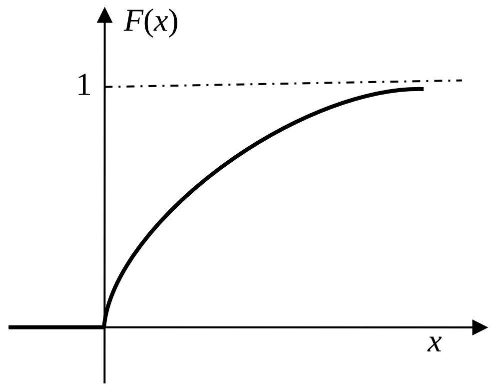
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad dy \end{cases}$$

olduğunda X rasgele değişkenine üstel dağılıma sahiptir denir. Üstel dağılımın parametresi $\theta \in (0, \infty)$ dır.

Üstel dağılım sahip bir X rasgele değişkeni için,

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 0 \\ \int_0^x \dfrac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} dx & , \quad x \geq 0 \end{cases} = \begin{cases} 0 & , \quad x < 0 \\ 1 - e^{-\frac{x}{\theta}} & , \quad x \geq 0 \end{cases}$$





$$M_X(t)=E\left(e^{tX}\right)=\int_0^\infty e^{tx}\frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}dx \quad , \quad t<\frac{1}{\theta}$$

$$=\frac{1}{\theta}\int_0^\infty e^{\left(t-\frac{1}{\theta}\right)x}dx \quad , \quad t<\frac{1}{\theta}$$

$$=\frac{1}{\theta}\left.\frac{e^{\left(t-\frac{1}{\theta}\right)x}}{t-\frac{1}{\theta}}\right|_{x=0}^{\infty}=-\frac{1}{\theta}\frac{1}{t-\frac{1}{\theta}}=\frac{1}{1-\theta t}=(1-\theta t)^{-1} \quad , \quad t<\frac{1}{\theta}$$

$$E(X)=\frac{dM_X(t)}{dt}\Big|_{t=0}=(-1)(-\theta)(1-\theta t)^{-2}\Big|_{t=0}=\theta$$

$$E\left(X^2\right)=\frac{d^2M_X(t)}{dt^2}\Big|_{t=0}=(-2)\theta(1-\theta t)^{-3}(-\theta)\Big|_{t=0}=2\theta^2$$

$$Var(X)=E(X^2)-(E(X))^2=2\theta^2-\theta^2=\theta^2$$

dır.

Önceki derste gördüğümüz gibi, $U\sim U(0,1)$ olmak üzere $X=-\ln U$ rasgele değişkeni $\theta=1$ olan üstel dağılıma sahiptir. Genel olarak, $\theta\in(0,\infty)$ için $X=-\theta\ln U$ dönüşümü ile elde edilen X rasgele değişkeni θ parametreli üstel dağılıma sahiptir. Gerçekten, $X=-\theta\ln U$ rasgele değişkeninin dağılım fonksiyonu,

$$F(x)=P(X\le x)=\begin{cases}0 & , \quad x<0\\ P(-\theta\ln U\le x) & , \quad x\ge 0\end{cases}=\begin{cases}0 & , \quad x<0\\ P(U\ge e^{-\frac{x}{\theta}}) & , \quad x\ge 0\end{cases}=\begin{cases}0 & , \quad x<0\\ 1-e^{-\frac{x}{\theta}} & , \quad x\ge 0\end{cases}$$

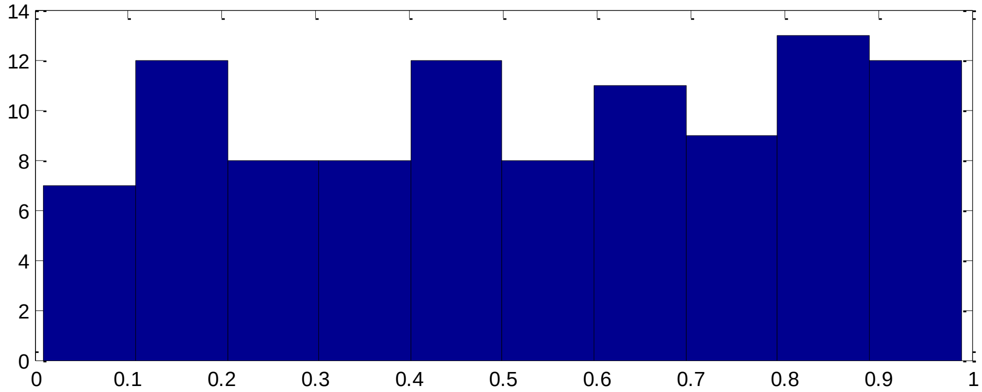
olup, bu üstel dağılımın dağılım fonksiyonudur.

$U\sim U(0,1)$ olmak üzere, $X=-\theta\ln U$ dönüşümünü simülasyonlarda üstel dağılımdan sayı üretmek için kullanabiliriz. Simülasyon ile üretilen sayıların, gerçek dünyadaki olgular üzerinde gözlemlerden elde edilen veriler gibi olmadığını bir kez daha hatırlatalım. Önceki derste, $U(0,1)$ dağılımından,

```
>> rand(20,5)
ans=
   0.95013    0.61543    0.057891    0.015274   0.83812
   0.23114    0.79194    0.35287     0.74679    0.01964
   0.60684    0.92181    0.81317     0.4451     0.68128
   0.48598    0.73821    0.0098613   0.93181    0.37948
   0.8913     0.17627    0.13889     0.46599    0.8318
   0.7621     0.40571    0.20277     0.41865    0.50281
   0.45647    0.93547    0.19872     0.84622    0.70947
   0.018504   0.9169     0.60379     0.52515    0.42889
   0.82141    0.41027    0.27219     0.20265    0.30462
   0.4447     0.89365    0.19881     0.67214    0.18965
   0.19343    0.49655    0.72711     0.79482    0.13652
   0.68222    0.89977    0.30929     0.95684    0.011757
```

0.30276	0.82163	0.8385	0.52259	0.8939
0.54167	0.64491	0.56807	0.88014	0.19914
0.15087	0.81797	0.37041	0.17296	0.29872
0.6979	0.66023	0.70274	0.97975	0.66144
0.37837	0.34197	0.54657	0.27145	0.28441
0.86001	0.28973	0.44488	0.25233	0.46922
0.85366	0.34119	0.69457	0.87574	0.064781
0.59356	0.53408	0.62131	0.73731	0.98833

sayıları üretilip, bunların histogramı çizildi.



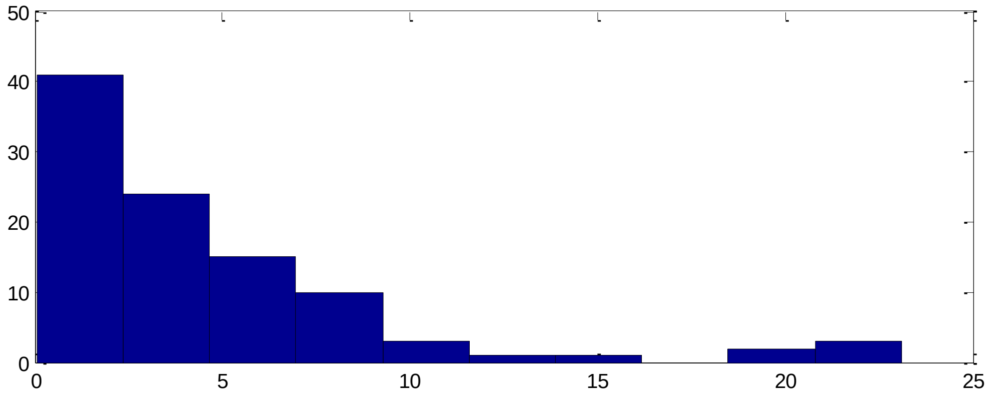
$X = -5 \ln U$ dönüşümü sonucu üretilen,

>>-5*log(ans)

ans=

0.25578	2.4272	14.246	20.908	0.88297
7.3237	1.1663	5.2083	1.4599	19.651
2.4975	0.40708	1.0341	4.0473	1.9189
3.6079	1.5176	23.096	0.35313	4.8448
0.57537	8.6787	9.8704	3.818	0.92082
1.3584	4.5106	7.9784	4.3536	3.4377
3.9212	0.33353	8.0793	0.83488	1.7162
19.949	0.43378	2.5226	3.2204	4.2328
0.98366	4.4547	6.5063	7.9814	5.9435
4.0518	0.56221	8.077	1.9864	8.3129
8.2142	3.5004	1.5934	1.1482	9.9564
1.912	0.52808	5.8674	0.2206	22.217
5.9741	0.98233	0.8807	3.2448	0.56081
3.0655	2.1932	2.8276	0.63837	8.0687
9.4567	1.0046	4.9657	8.7735	6.0412
1.7984	2.0758	1.7638	0.10229	2.0667
4.8594	5.3652	3.0205	6.5199	6.2867
0.75406	6.194	4.0498	6.8851	3.7834
0.79111	5.3766	1.8223	0.66343	13.684
2.6081	3.136	2.3796	1.5237	0.058693

sayıları, $\theta = 5$ olan dağılımdan üretilmiş gibi düşünülebilir. Bu sayılar için histogram,



dır. Bu sayılar bir x vektöründe toplandıktan sonra,

```
>>mean(x)
ans =
      4.5786
>>var(x)
ans =
       23.84
>> sqrt(ans)
ans =
      4.8827
```

elde edilmektedir. $\theta = 5$ olan üstel dağılıma sahip bir X rasgele değişkeni için $E(X) = 5$, $\sigma^2 = Var(X) = 25$, $\sigma = 5$ dır.

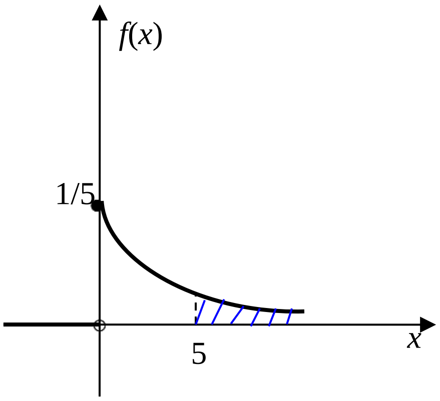
<u>Örnek</u> Belli bir tür elektronik parça için yıl olarak dayanma süresi $\theta = 5$ olan üstel dağılıma sahip olduğu bilinsin. X böyle bir parça için dayanma süresi olmak üzere, X in olasılık yoğunluk fonksiyonu,

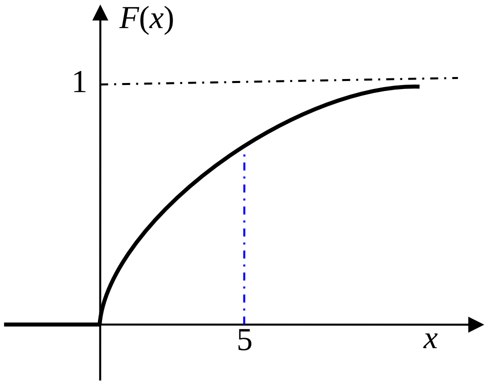
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} e^{-x/5} \ , & x \geq 0 \\ 0 \ , & diğer \ yerlerde \end{cases}$$

dır. X in dağılım fonksiyonu (birikimli olasılık fonksiyonu),

$$F(x) = \begin{cases} 0 \ , & x < 0 \\ 1 - e^{-x/5} \ , & x \geq 0 \end{cases}$$

ve olasılık yoğunluk fonksiyonu ile dağılım fonksiyonunun grafikleri





dır. Böyle bir elektronik parçanın an az 5 yıl dayanması olasılığı,

$$P(X \geq 5) = \int_5^\infty \frac{1}{5} e^{-x/5} dx = -e^{-x/5}\Big|_5^\infty = e^{-1} \approx 0,37$$

dır. 10 yıl dayandığı bilindiğinde bundan sonra en az 5 yıl daha dayanması olasılığı,

$$P(X \geq 15 / X \geq 10) = \frac{P(X \geq 15 \; ve \; X \geq 10)}{P(X \geq 10)} = \frac{P(X \geq 15)}{P(X \geq 10)} = \frac{\int_{15}^\infty \frac{1}{5} e^{-x/5} dx}{10} = \frac{-e^{-x/5}\Big|_{15}^\infty}{-e^{-x/5}\Big|_{10}^\infty} = \frac{e^{-3}}{e^{-2}} = e^{-1}$$

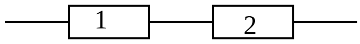
dır. Parçanın 10 yıl dayandığı bilindiğinde bundan sonra en az 5 yıl daha dayanması olasılığı, yeni göreve başlamış bir parçanın en az 5 yıl dayanması olasılığına eşittir. Genel olarak üstel dağılımlarda,

$$P\ (X \geq a + x)/(X \geq a)\ = P(X \geq x)$$

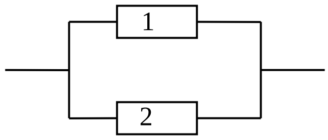
dır. *a* yıl dayanmış bir parçanın bundan sonra en az *x* yıl daha dayanması olasılığı, yeni göreve başlamış bir parçanın en az *x* yıl dayanması olasılığı kadardır. Belli bir anda görevde olan parçaların yeni göreve başlayanlar ile rekabet edebilir olmaları bunlar için yıpranma olmadığı anlamına, yani bu parçaların yaşlanmadığı anlamına gelebilir. Birçok elektronik parça bu özelliğe sahiptir. Bunların bozulmalarının sebebi yıpranma değil başka etkenlerdir.

Dayanma süreleri birbirinden bağımsız olan böyle parçalardan oluşmuş aşağıdaki devre elemanlarının en az 5 yıl dayanmaları olasılıkları nedir?

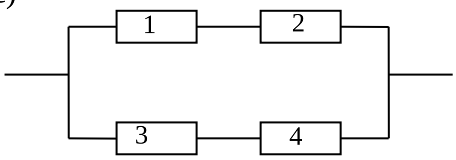
a)



b)



c)



$A_i \ (i=1,2,3,4)$ olayı i numaralı parçanın en az 5 yıl dayanması olayı olsun.

a)Seri bağlanmış parçalardan oluşan devre elemanının en az 5 yıl dayanması olayı,

$$A = A_1 \cap A_2$$

olmak üzere A_1, A_2 nin bağımsızlığı altında,

$$P(A) = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2) = e^{-1}e^{-1} = e^{-2} = 0.13534$$

dır.

b) Paralel bağlanmış parçalardan oluşan devre elemanının en az 5 yıl dayanması olayı,

$$A = A_1 \cup A_2$$

olmak üzere A_1, A_2 nin bağımsızlığı altında,

$$\begin{aligned} P(A) = P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2) &= P(A_1) + P(A_2) - P(A_1)P(A_2) \\ &= e^{-1} + e^{-1} - e^{-1}e^{-1} \\ &= 2e^{-1} - e^{-2} = 0.60042 \end{aligned}$$

dır.

c) Dört parçadan oluşan devre elemanının en az 5 yıl dayanması olayı,

$$A = (A_1 \cap A_2) \cup (A_3 \cap A_4)$$

olmak üzere A_1, A_2, A_3, A_4 olaylarının bağımsızlığı altında,

$$\begin{aligned} P(A) = P\left[(A_1 \cap A_2) \cup (A_3 \cap A_4)\right] &= P(A_1 \cap A_2) + P(A_3 \cap A_4) - P\left[(A_1 \cap A_2) \cap (A_1 \cap A_2)\right] \\ &= e^{-2} + e^{-2} - e^{-4} = 2e^{-2} - e^{-4} = 0.25235 \end{aligned}$$

dır. Bu devre elemanlarının ortalama dayanma süreleri (dayanma sürelerinin beklenen değerleri) nedir? Bu sorunun cevabını önümüzdeki yıl verebilecek düzeye geleceksiniz. Şimdilik şöyle düşünelim. Bu elektronik parçalar için,

$$E(X) = 5(yıl)$$

$$Var(X) = \sigma^2 = 25$$

$$\sigma = 5 \ (yıl)$$

dır. Yukarıda $X = -5\ln U$ dönüşümü ile üretilen 100 tane sayı, böyle 100 parçanın dayanma süresi olarak düşünülürse bu sayıların ortalamasının 5 olması beklenir. Yukarıdaki 100 tane sayı için mean(x) = 4.5786 olmuştur. Buna benzer şekilde a), b), c) şıklarındaki devre elemanlarının ortalama dayanma süreleri hakkında da bir şeyler söylenebilir. Örneğin Matlab'da,

```
>> -5*log(rand(2,10))
ans =
  3.5003    0.98233    1.0046    5.3652    5.3765   1.5934    0.88073    4.9657    3.0205    1.8223
  0.52809   2.1932     2.0759    6.1941    3.1361   5.8674    2.8275     1.7638    4.0498    2.3796
```

işlemi ile a) şıkkındaki devre elemanlarından 10 tanesi için parçaların dayanma sürelerini üretmiş olduk. Birinci devre elemanındaki parçaların dayanma süreleri için 3.5003 ve 0.52809 sayıları üretilmiş olup, devre elemanının dayanma süresi bu iki sayıdan küçük olanı, yani 0.52809 dır. 10 tane devre elemanı için dayanma süreleri,

```
>> min(ans)
ans=
 0.52809   0.98233   1.0046   5.3652   3.1361   1.5934   0.88073   1.7638   3.0205   1.8223
```

oup, bu 10 tane sayının ortalaması,

```
>> mean(ans)
ans=
        2.0097
```

dır. 50 tane devre elemanı simülasyonunda ortalama,

```
>> mean(min(-5*log(rand(2,50))))
ans =
     2.4875
```

1000 tane devre elemanı simülasyonunda ortalama,

```
>> mean(min(-5*log(rand(2,1000))))
ans =
     2.4587
```

ve başka bir 1000 tane devre elemanı simülasyonunda ortalama,

```
>> mean(min(-5*log(rand(2,1000))))
ans =
     2.4171
```

olmak üzere, ortalama dayanma süreleri 5 yıl olan iki parçanın –□–□– şeklinde seri bağlanmasıyla oluşan bir devre elemanının ortalama dayanma süresi yaklaşık olarak 2.4 yıldır diyebiliriz. Yine simülasyonla, b) şıkkındaki gibi paralel görev yapan iki parçanın oluşturduğu devre elemanının ortalama dayanma süresi için,

```
>> mean(max(-5*log(rand(2,1000))))
ans =
```

```
    7.5873
>> mean(max(-5*log(rand(2,1000))))
ans =
    7.4626
>> mean(max(-5*log(rand(2,1000))))
ans =
    7.5002
>> mean(max(-5*log(rand(2,1000))))
ans =
    7.4301
```

gibi değerler ortaya çıkmaktadır. c) şıkkındaki devre elemanına gelince,

```
>> mean(max(min(-5*log(rand(2,1000))),min(-5*log(rand(2,1000)))))
ans =
    3.8014
>> mean(max(min(-5*log(rand(2,1000))),min(-5*log(rand(2,1000)))))
ans =
    3.7801
>> mean(max(min(-5*log(rand(2,1000))),min(-5*log(rand(2,1000)))))
ans =
    3.7231
```

gibi değerler ortaya çıkmaktadır.