Belirsiz Katsayılar Yöntemi

Ankara Üniversitesi

k yıncı basamaktan sabit katsayılı lineer homogen olmayan

$$x(n+k)+a_1x(n+k-1)+...+a_kx(n)=g(n) \tag{1}$$

denklemini ele alalım. Burada, $a_1, a_2, ..., a_k$ katsayıları reel sabitler ve $a_k \neq 0$ dır.

(1) denklemine ait homogen denklem

$$x(n+k) + a_1 x(n+k-1) + \ldots + a_k x(n) = 0 \qquad (2)$$

olup, bu denklemin genel çözümü bulunur. Daha sonra $g(n)$ in durumuna göre özel çözüm olabilecek $x_p(n)$ çözümleri oluşturulur. Eğer homogen denklemin genel çözümündeki terimler ile özel çözümde benzerlikler varsa, özel çözümdeki terimler n nin kuvveti veya kuvvetleri ile çarpılarak bu benzerlikler yok edilir.

- $g(n) = a^n$ ise, özel çözüm $x_p(n) = Aa^n$ şeklinde aranır.

- $g(n) = a^n$ ise, özel çözüm $x_p(n) = Aa^n$ şeklinde aranır.
- $g(n) = n^k$ ise, özel çözüm $x_p(n) = A_0 + A_1 n + ... + A_k n^k$ şeklinde aranır.

- $g(n) = a^n$ ise, özel çözüm $x_p(n) = Aa^n$ şeklinde aranır.
- $g(n) = n^k$ ise, özel çözüm $x_p(n) = A_0 + A_1 n + ... + A_k n^k$ şeklinde aranır.
- $g(n) = n^k a^n$ ise, özel çözüm $x_p(n) = (A_0 + A_1 n + ... + A_k n^k)a^n$ şeklinde aranır.

- $g(n) = \sin bn$ veya $g(n) = \cos bn$ ise, özel çözüm $x_p(n) = A \sin bn + B \cos bn$ şeklinde aranır.

- $g(n) = \sin bn$ veya $g(n) = \cos bn$ ise, özel çözüm $x_p(n) = A\sin bn + B\cos bn$ şeklinde aranır.
- $g(n) = a^n \sin bn$ veya $g(n) = a^n \cos bn$ ise, özel çözüm $x_p(n) = (A\sin bn + B\cos bn)a^n$ şeklinde aranır.

- $g(n) = \sin bn$ veya $g(n) = \cos bn$ ise, özel çözüm $x_p(n) = A\sin bn + B\cos bn$ şeklinde aranır.
- $g(n) = a^n \sin bn$ veya $g(n) = a^n \cos bn$ ise, özel çözüm $x_p(n) = (A\sin bn + B\cos bn)a^n$ şeklinde aranır.
- $g(n) = n^k a^n \sin bn$ veya $g(n) = n^k a^n \cos bn$ ise, özel çözüm $x_p(n) = (A_0 + A_1 n + \ldots + A_k n^k)a^n \sin bn + (B_0 + B_1 n + \ldots + B_k n^k)a^n \cos bn$ şeklinde aranır.

Örnek

$x(n+2)-5x(n+1)+6x(n)=1+2n$ fark denklemine karşılık gelen homogen denklem

$$x(n+2)-5x(n+1)+6x(n)=0$$

olup, homogen denklemin çözümü

$$x_h(n)=c_1 2^n+c_2 3^n$$

dir. $g(n)=1+2n$ fonksiyonu 1. dereceden bir polinom olduğundan, $x_p(n)=A_0+A_1 n$ şeklinde bir özel çözüm aranır. Buradan, bir özel çözüm $x_p(n)=\frac{3}{2}+\frac{2n}{3}$ şeklinde bulunur. Böylece genel çözüm;

$$x(n)=c_1 2^n+c_2 3^n+\frac{3}{2}+\frac{2n}{3}$$

dir.

Örnek

$(E^2-4)^3x(n)=0$ denkleminin genel çözümünü yazalım. Bu denkleme ait karakteristik denklem

$$(\lambda^2-4)^3=0$$

olup, $\lambda_{1,2,3}=-2$ ve $\lambda_{4,5,6}=2$ karakteristik köklerdir. Genel çözüm;

$$x(n)=(c_1+c_2n+c_3n^2)(-2)^n+(c_4+c_5n+c_6n^2)2^n$$

dir.