DOĞRUSAL/DOĞRUSAL OLMAYAN OLMAYAN REGRESYON

Doğrusal Olmayan Modeller

$$\log_{10} p = A - \frac{B}{T}$$

$$y = \frac{e^{-x}}{x}\left[\frac{a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + x^3}{a_4 + a_5 x + a_6 x^2 + x^3}\right]$$

$$y = \frac{A_1 x_1 \log_e\left(\frac{A_2}{x_2}\right)}{e^{A_3 x_3} + A_4}$$

Problem 3.1 Antoine denkleminin basınç (vapor pressure) ve sıcaklık değerleri verilmiştir. A ve B sabitlerinin belirlenmesi problemi ele alınmaktadır.

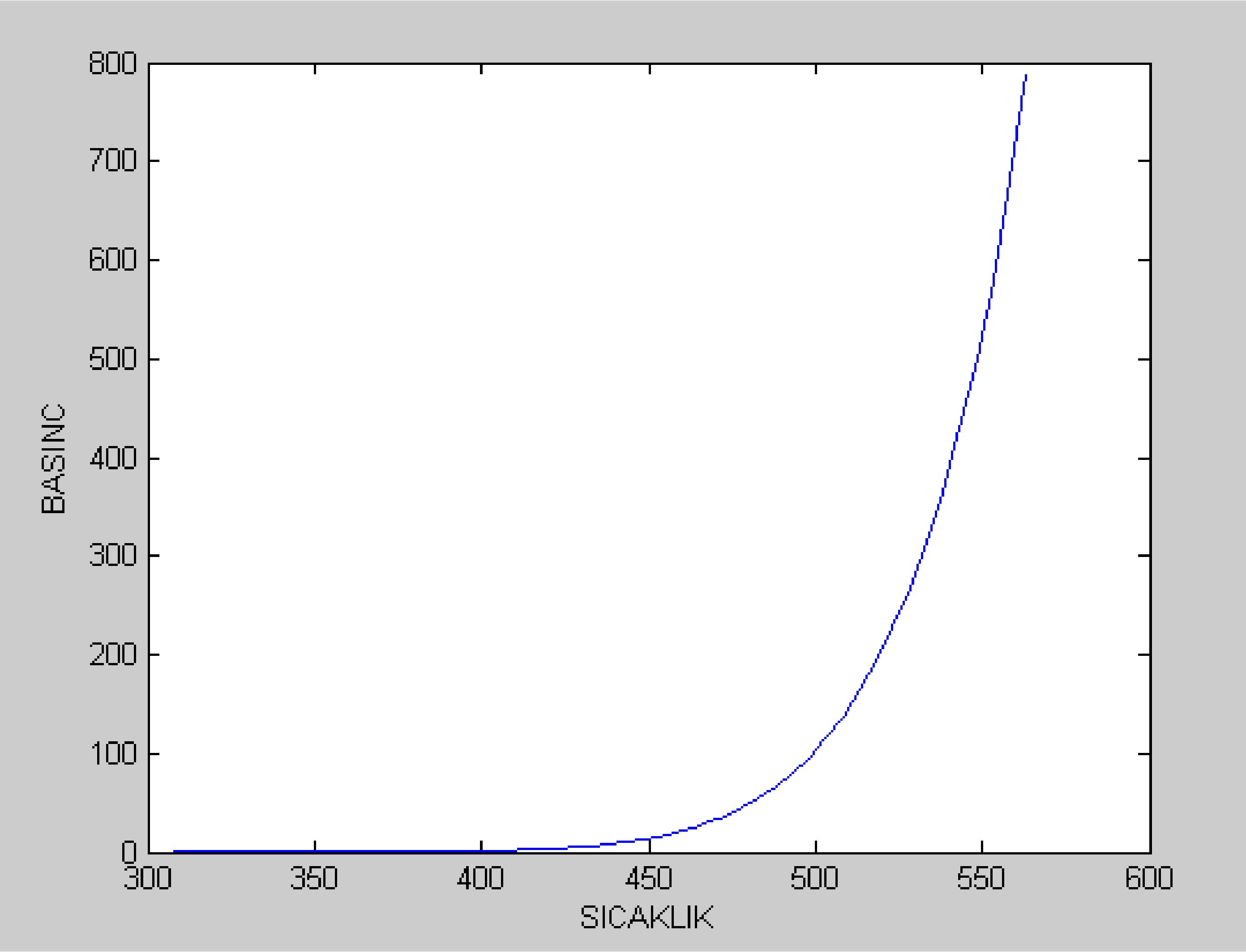
$$\log_{10} p = A - \frac{B}{T}$$

Sıcaklık-Basınç Değerleri

-DEVAMI-

P(mm Hg)	T(°K)	P(mm Hg)	T(°K)
308,16	0,0015	438,16	8,39
313,16	0,00235	443,16	10,3
318,16	0,0037	448,16	12,9
323,16	0,0058	453,16	15,9
328,16	0,00877	458,16	20,2
333,16	0,0133	463,16	24,8
338,16	0,0196	468,16	30,7
343,16	0,0288	473,16	36,7
348,16	0,0415	478,16	45,3
353,16	0,0606	483,16	55,3
358,16	0,0879	488,16	66,9
363,16	0,123	493,16	79,8
368,16	0,172	498,16	95,5
373,16	0,237	503,16	115
378,16	0,321	508,16	137
383,16	0,437	513,16	164
388,16	0,59	518,16	193
393,16	0,788	523,16	229
398,16	1,07	528,16	268
403,16	1,42	533,16	314
408,16	1,87	538,16	363
413,16	2,4	543,16	430
418,16	3,11	548,16	500
423,16	4,02	553,16	580
428,16	5,13	558,16	682
433,16	6,47	563,16	790

Sıcaklık-Basınç Grafiği



EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ

Bilinen p değerlerinin 10 tabanına göre logaritması alınarak Y değerlerine geçiş yapılabilir.

$$\log_{10} p = Y$$

Y değerleri bilinen gözlem değerleri olarak düşünülebilir. Bu durumda modelimiz şu şekilde ifade edilebilir :

$$y = A - \frac{B}{T}$$

Y gözlem değerleri ile modelimiz tarafından bulunan y değerleri arasında fark hata olarak tanımlanırsa. Hata kareleri toplamı şu şekilde ifade edilir:

$$e = \sum_{i=1}^{N} (Y_i - y_i)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{N} (Y_i - A + \frac{B}{T_i})^2$$

Bu terimin her bir parametreye göre kısmi türevleri alınıp sıfıra eşitlenirse

$$\frac{\partial e}{\partial A} = \sum_{i=1}^{N} (Y_i - A + \frac{B}{T_i})(-1) = 0$$

$$\frac{\partial e}{\partial B} = \sum_{i=1}^{N} (Y_i - A + \frac{B}{T_i})(\frac{1}{T_i}) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{N} (Y_i) = A\sum_{i=1}^{N} (1) - B\sum_{i=1}^{N} (\frac{1}{T_i})$$

$$\sum_{i=1}^{N} (\frac{Y_i}{T_i}) = A\sum_{i=1}^{N} (\frac{1}{T_i}) - B\sum_{i=1}^{N} (\frac{1}{T_i^2})$$

Bu denklemler matris formda yazılabilir

$$\begin{bmatrix} N & -\sum_{i=1}^{N}(\frac{1}{T_i}) \\ \sum_{i=1}^{N}(\frac{1}{T_i}) & -\sum_{i=1}^{N}(\frac{1}{T_i^2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N}(Y_i) \\ \sum_{i=1}^{N}(\frac{Y_i}{T_i}) \end{bmatrix}$$

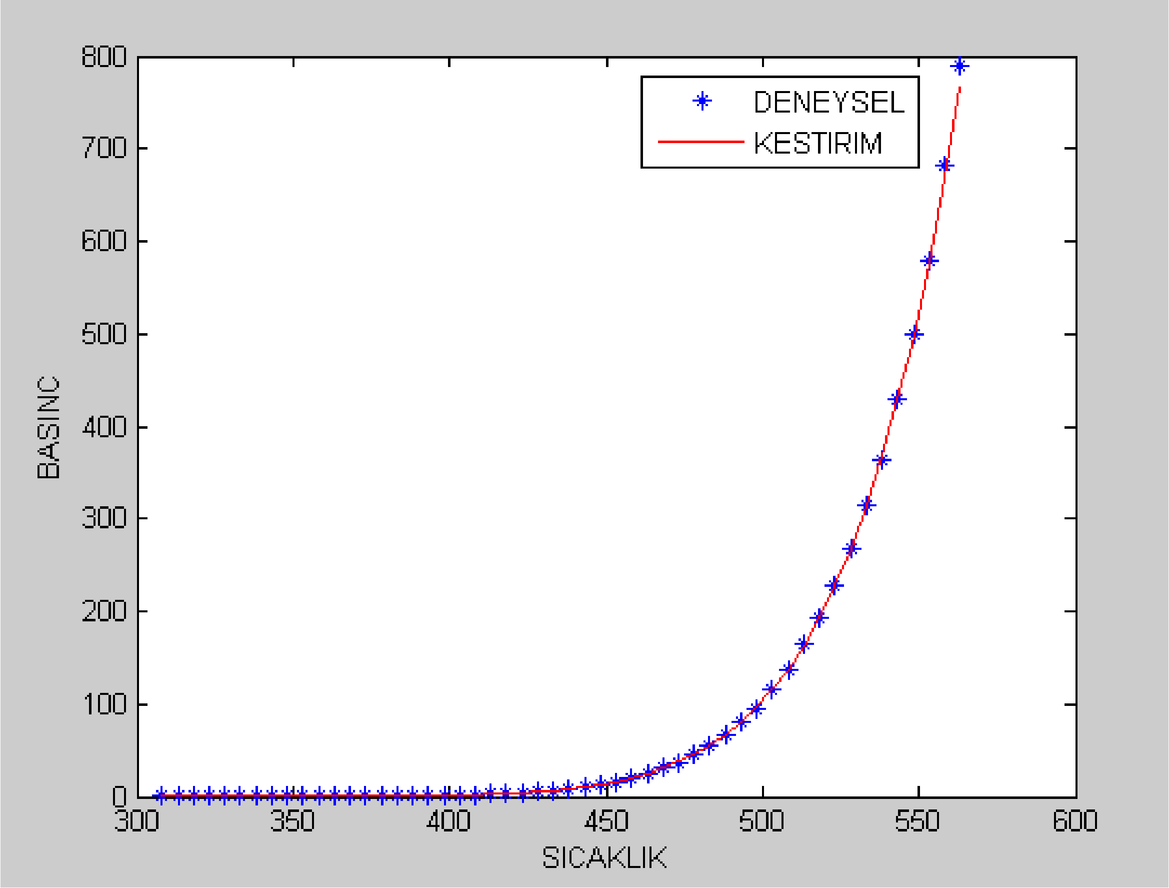
Denklem sistemi çözüldüğünde A ve B parametreleri için En Küçük Kareler Yaklaşımıyla kestirim elde edilmiş olur.

```
clear all
close all
p=[.00150 .00235 .00370 .00580 .00877 .01330 .01960 .02880 .04150
.06060 .08790 .12300 .17200...
   .23700 .32100 .43700 .59000 .78800 1.07000 1.42000 1.87000
2.40000 3.11000 4.02000 5.13000...
   6.47000 8.39000 10.30000 12.90000 15.90000 20.20000 24.80000
30.70000 36.70000 ...
   45.30000 55.3 66.9 79.8 95.5 115 137 164 193 229 268 314 363 430
500 580 682 790];
T(1)=308.16;
for i=1:51
    T(i+1)=T(i)+5;
end
N=max(size(p));
Y=log10(p);

k11=N; k12=-sum(1./T); k21=sum(1./T); k22=-sum(1./(T.^2));
K=[k11 k12;k21 k22];
L=[sum(Y) sum(Y./T)]';
parameter=inv(K)*L;
A=parameter(1)
B=parameter(2)

p_est=10.^(A-(B./T));

plot(T,p,'*'); hold on;plot(T,p_est,'r');
xlabel('Sicaklik');ylabel('Basinc');legend('DENEYSEL','KESTIRIM')
hata=p-p_est;
figure
plot(hata);title('HATA')
```

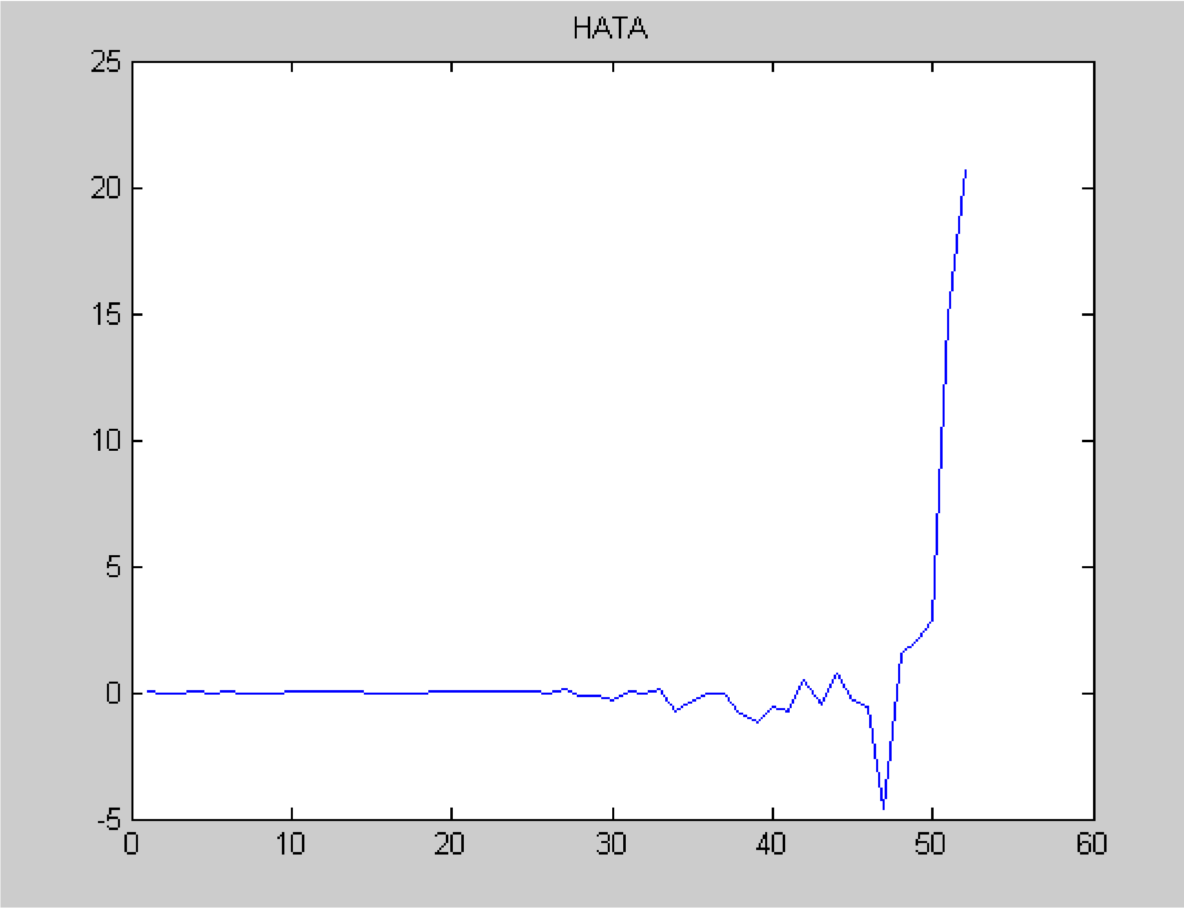
Kestirilen Parametreler

A = 9.7884
B = 3.8871e+003

$$\log_{10} p = 9.7884 - \frac{3887.1}{T}$$



Hata Fonksiyonu

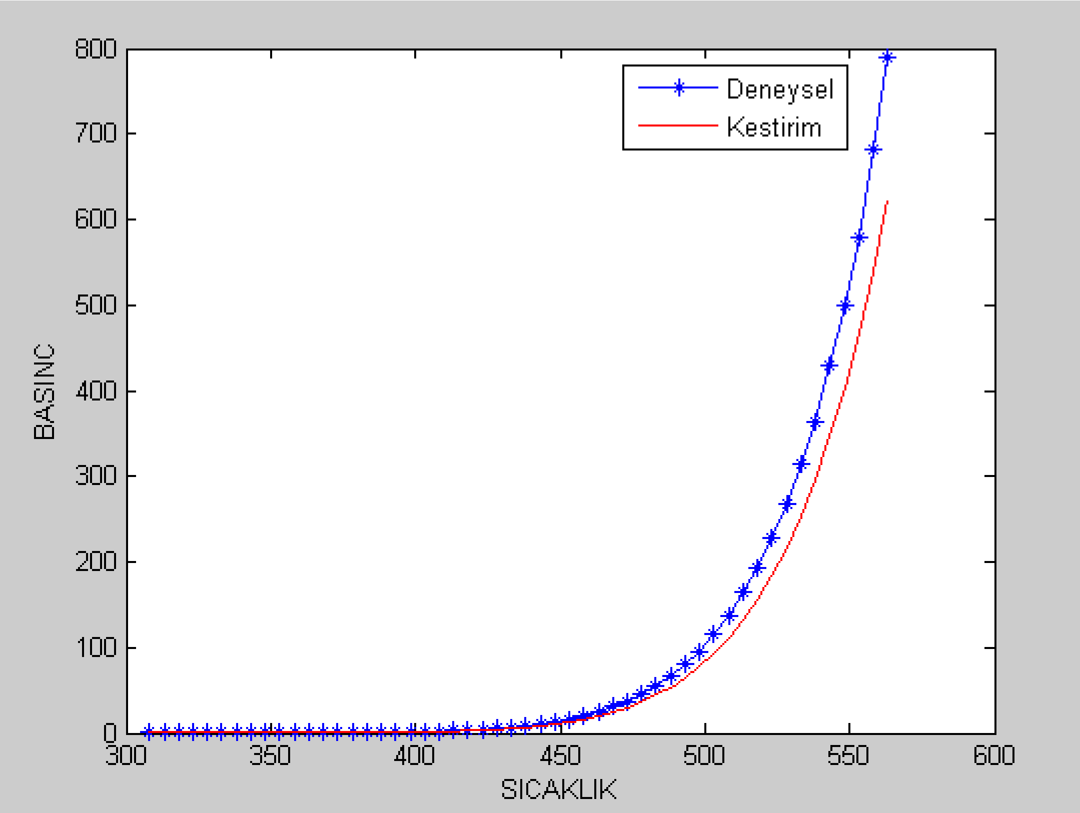


GAUSS NEWTON YÖNTEMİ

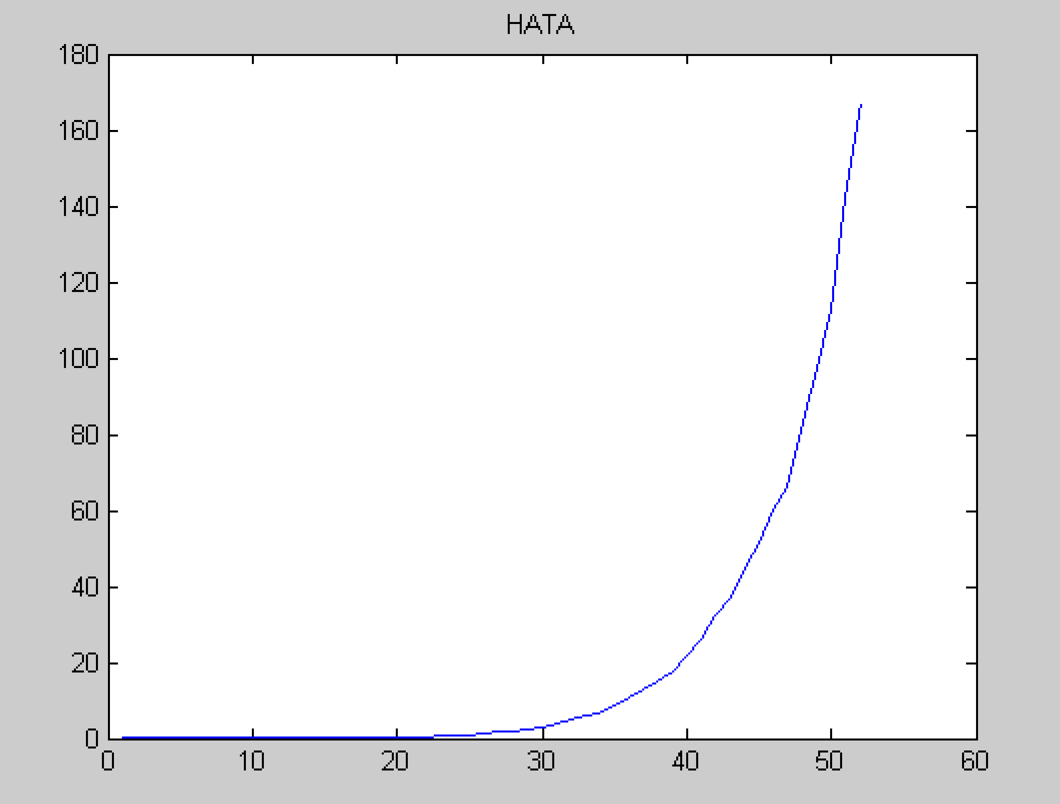
A0 = 7.8
B0 = 3500

A = 9.7197
B = 3900

$$\log_{10} p = 9.7197 - \frac{3900}{T}$$



Hata Fonksiyonu



Linear least squares (of matrix problems).

- lsqlin - Linear least squares with linear constraints.
- lsqnonneg - Linear least squares with nonnegativity constraints.

Nonlinear least squares (of functions).

- lsqcurvefit - Nonlinear curvefitting via least squares (with bounds).
- lsqnonlin - Nonlinear least squares with upper and lower bounds.