BÖLÜM 3

MATRİS GÖSTERİMİNDE ÇOKLU REGRESYON YÖNTEMİ

GİRİŞ

- Bölüm 1’de çoklu regresyona bir giriş yapıldı ve daha uygun gösterimlere ihtiyaç olduğu öne sürüldü.
- Bölüm 2’de matris gösterimi ve matrislerle işlemler tanıtıldı.
- Bu bölümde matris gösterimiyle çoklu regresyon sonuçları açıklanıyor.
- Bu bölümdeki gelişmeler tam ranklı modeller içindir.
- Genelleştirilmiş ters matrisleri kullanan tam ranktan daha düşük modeller Bölüm 9’da tartışıldı.

MODEL

p bağımsız değişkenle bağımlı değişkenin ilişkisi için doğrusal toplamsal model

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_p X_{ip} + \epsilon_i. \tag{3.1}$$

şeklindedir.

TABLO 3.1. *Ozon düzeylerine ait soya fasulyesinin doğrusal regresyonu için sonuçlar*

$\boldsymbol{X}_i$	$\boldsymbol{Y}_i$	$\widehat{Y}_i$	e_i
0.02	242	247.563	−5.563
0.07	237	232.887	4.113
0.11	231	221.146	9.854
0.15	201	209.404	−8.404

RASSAL VEKTÖRLERİN DOĞRUSAL FONKSİYONLARININ ÖZELLİKLERİ

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}$, $\widehat{\boldsymbol{Y}}$ ve $\boldsymbol{e}$'nin $\boldsymbol{Y}$ rassal vektörünün fonksiyonları olduğu rassal vektörler olduğunu dikkate alalım. Daha önceki bölümlerde, bu vektörler $\boldsymbol{Y}$'nin $\boldsymbol{AY}$ doğrusal fonksiyonu olarak ifade edilmişti. $\boldsymbol{A}$ matrisi

- $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ için $(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'$
- $\widehat{\boldsymbol{Y}}$ için $\boldsymbol{P}$ ve
- $\boldsymbol{e}$ için $(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{P})$

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}$, $\widehat{\boldsymbol{Y}}$ ve $\boldsymbol{e}$'nin özelliklerine geçmeden önce, rassal vektörlerin doğrusal fonksiyonlarının genel özelliklerini incelemek yararlı olacaktır.

MATRİS FORMÜLLERİN ÖZETİ

Model:	$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon}$
Normal denklemler:	$(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y}$
Parametre tahminleri:	$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y}$
Kestirim değerleri:	$\widehat{\boldsymbol{Y}} = \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}$
	$= \boldsymbol{P}\boldsymbol{Y}$, burada $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'$
Artıklar:	$\boldsymbol{e} = \boldsymbol{Y} - \widehat{\boldsymbol{Y}}$
	$= (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{P})\boldsymbol{Y}$
$\widehat{\boldsymbol{\beta}}$'nın varyansı:	$\mathbf{Var}(\widehat{\boldsymbol{\beta}}) = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\sigma^2$
$\widehat{\boldsymbol{Y}}$'nın varyansı:	$\mathbf{Var}(\widehat{\boldsymbol{Y}}) = \boldsymbol{P}\sigma^2$
$\boldsymbol{e}$'nin varyansı:	$\mathbf{Var}(\boldsymbol{e}) = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{P})\sigma^2$