

BÖLÜM 9

REGRESYONDA GRUP DEĞİŞKENLER

GİRİŞ

- Bu noktaya kadar, modellerde sadece niceliksel değişkenler bağımsız değişken olarak kullanıldı.
- Bu bölüm, modelleri niteliksel veya kategorik değişkenleri de içerecek şekilde tanımlamıştır.
- Niceliksel değişkenler, uzunluk, ağırlık, sıcaklık, alan veya hacim gibi ölçümlerin elde etmektedir.
- Bu tür değişkenlerin ölçümlerinde her zaman mantıksal bir sıralama vardır.
- Niteliksel değişkenler, öte yandan, saç rengi, cinsiyet, ırk veya doğduğu ülke gibi durum, kategori veya grup tanımlar.
- Bu gruplara mantıksal bir sıralama olabilir veya olmayabilir.

GRUP DEĞİŞKENLERİNİN TANIMI

- Bir grup değişken, uygun bir kod ile bir değişkenin ayırt edici gruplarını veya düzeylerini tanımlar.
- Örneğin, bir deney alanında farklı genetik çizgileri veya çeşitleri tanımlayan bir kod, bir grup değişkendir.
- Değişkenin grupları veya düzeyleri, çeşitleri tanımlamak için atanan kod isimleri veya sayılardır.
- Bu tür grup değişkenlere bağımlı değişkendeki atfedilebilecek değişim, sınıf çeşitleri arasındaki değişimdir.
- Bir grup değişkene bir bağımlı değişkene ilişkin bir sürekli yanıt eğrisinin düşünülmesi mantıklı görünmemektedir.

TEK YÖNLÜ YAPILANDIRILMIŞ VERİ İÇİN MODEL

Tek yönlü yapılandırılmış veri için model (en sık karşılaşılan örnek tamamen rastgele tasarım modelidir-RTM) aşağıdaki gibi

$$\begin{aligned} Y_{ij} &= \mu_i + \epsilon_{ij} && \text{veya} \\ Y_{ij} &= \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}, && (9.1) \end{aligned}$$

yazılabilir. Burada, $\mu_i = \mu + \tau_i$, i . grup veya denemenin ortalaması ve ϵ_{ij} , i . gruptaki j . gözlemin rastgele hatasını gösterir, $j = 1, \dots, r$. Birinci ifadede μ_i olarak belirtilen grup ortalaması, ikinci ifadede bütün değerler üzerinden sabit μ olarak belirtilmiştir ve τ_i , i . grup veya denemenin etkisidir, $i = 1, \dots, t$. İlk model **ortalamalar modeli**, ikincisi klasik **etki modelidir**. (Eşitlik 9.1)

TEKİLLİĞİ ÇÖZÜMLEMEK İÇİN YENİDEN PARAMETRELENDİRME

- Yeniden parametrelendirmenin amacı tam ranklı modeli yeniden tanımlamaktır.
- Bu durum, tanımlanmamış parametre sayısını X 'in rankına eşit olacak biçimde indirgemek için parametreler üzerinde doğrusal kısıtların oluşturulması ile sağlanmaktadır.
- Daha sonra, tam ranklı X^* ile en küçük kareler bir çözüm elde etmek için kullanılabilir.
- Eğer X üzerinde tek bir tekillik varsa, bir kısıt oluşturulmalı veya parametrelerin sayısı 1 e indirilmeli.
- İki tekillik olması durumu parametre sayısının 2'ye indirilmesini gerektirir ve böylece devam edilir.

ORTALAMALAR MODELİ İLE YENİDEN PARAMETRELENDİRME

Ortalamalar modeli, $\mu_i = \mu + \tau_i$, burada klasik etkili modelin yeniden parametrelendirilmesi olarak tanımlanmıştır. Etki modelinde $(t + 1)$ parametre, t tane μ_i parametresi ile yer değiştirmiştir. Model buna göre

$$Y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij}. \quad (9.6)$$

biçimine dönüşür. (Modelin bu şekilde yeniden tanımlanması, orijinal modelde $\mu = 0$ kısıtınının konulması ile τ_1 'den τ_t 'ye kadar parametrelerin tahmin edilmesine eşittir. Grup ortalamalarına yeni parametrelerin önceki ilintisi nedeniyle, τ yerine kitle ortalaması için genel notasyon μ kullanılır.)

ORTALAMALAR MODELİ İLE YENİDEN PARAMETRELENDİRME

Ortalamalar modeli, $\mu_i = \mu + \tau_i$, burada klasik etkili modelin yeniden parametrelendirilmesi olarak tanımlanmıştır. Etki modelinde $(t + 1)$ parametre, t tane μ_i parametresi ile yer değiştirmiştir. Model buna göre

$$Y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij}. \quad (9.6)$$

biçimine dönüşür. (Modelin bu şekilde yeniden tanımlanması, orijinal modelde $\mu = 0$ kısıtınının konulması ile τ_1 'den τ_t 'ye kadar parametrelerin tahmin edilmesine eşittir. Grup ortalamalarına yeni parametrelerin önceki ilintisi nedeniyle, τ yerine kitle ortalaması için genel notasyon μ kullanılır.)

ORTALAMALAR MODELİ İLE YENİDEN PARAMETRELENDİRME

Ortalamalar modeli, $\mu_i = \mu + \tau_i$, burada klasik etkili modelin yeniden parametrelendirilmesi olarak tanımlanmıştır. Etki modelinde $(t + 1)$ parametre, t tane μ_i parametresi ile yer değiştirmiştir. Model buna göre

$$Y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij}. \quad (9.6)$$

biçimine dönüşür. (Modelin bu şekilde yeniden tanımlanması, orijinal modelde $\mu = 0$ kısıtınının konulması ile τ_1 'den τ_t 'ye kadar parametrelerin tahmin edilmesine eşittir. Grup ortalamalarına yeni parametrelerin önceki ilintisi nedeniyle, τ yerine kitle ortalaması için genel notasyon μ kullanılır.)

TABLO 9.1. Tamamen rastgele deney tasarımı için klasik varyans analizi ve en küçük kareler regresyon hesaplamaları arasındaki ilişki

<i>Değişim</i>		<i>Klasik</i>	<i>Regresyon</i>
<i>Kaynağı</i>	<i>s. d.</i>	<i>AOV SS</i>	<i>SS</i>
Toplam _{uncorr}	rt	$\sum \sum Y_{ij}^2$	$\mathbf{Y}'\mathbf{Y}$
Model	t	$\sum (Y_{i.})^2 / r$	$\tilde{\beta}' \mathbf{X}'\mathbf{Y}$
D.T.	1	$n\bar{Y}^2$	$n\bar{Y}^2$
Denemeler	$t - 1$	$\sum (Y_{i.})^2 / r - n\bar{Y}^2$	$\tilde{\beta}' \mathbf{X}'\mathbf{Y} - n\bar{Y}^2$
Artık	$t(r - 1)$	$\sum \sum Y_{ij}^2 - \sum (Y_{i.})^2 / r$	$\mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \text{SS}(\text{Model})$

$\sum \tau_i = 0$ ile Yeniden Parametrelendirme

Orijinal modelde τ_i , μ 'den sapma olarak tanımlanmıştı. Eğer μ , t denemenin doğru ortalaması $\bar{\mu}$ olarak ve τ_i , $\mu_i - \bar{\mu}$ olarak düşünülürse, doğru ortalama civarındaki deneme sapmalarının toplamının sıfır olması, $\sum \tau_i = 0$, koşulunun konulması makuldür. Bu koşul, bir tane τ_i 'nin diğer τ_i 'lerin toplamının negatif değerlisi olarak yazılabilir. Böylece tahmin edilecek parametre sayısı 1'e indirgenmiş olur.

$\sum \tau_i = 0$ kısıtı, son deneme etkisi τ_t 'nin ilk $(t - 1)$ deneme etkileri biçiminde ifade edilmesi için kullanılmıştır.

$\tau_t = 0$ ile Yeniden Parametrelendirme

Yüksek parametrelili bir modelde parametre sayısının azaltılması için bir diğer yöntem, keyfi olarak istenilen tahmin edilemeyen parametre sayısının sifıra eşit olarak alınmasıdır. Modelde tamamen rastgele deney tasarımı için bir kısıta ihtiyaç duyulur. Bu durumda bir parametre, genellikle en son τ_i , sifır olarak alınır. Dört denemeli örnekte, $\tau_4 = 0$ alınması ile

$$\beta^{*'} = (\mu^* \quad \tau_1^* \quad \tau_2^* \quad \tau_3^*)$$

elde edilir ve X^* , orijinal X 'in sadece ilk dört kolonunu içerir. X 'in son kolonu, birinci kolon ve X^* 'ın son üç kolonlarının toplamı arasındaki fark olduğundan X^* 'ın kolonlarının oluşturduğu boşluk X 'in kolonlarının oluşturduğu boşluk ile aynıdır. Diğer yeniden parametrelendirmelerde olduğu gibi, bu model tam ranklıdır ve en küçük kareler yöntemi $\hat{\beta}^*$ çözümlerini elde etmek için kullanılabilir.

YENİDEN PARAMETRELENDİRME: BİR SAYISAL ÖRNEK

Bir küçük sayısal örnek ile üç yeniden parametrelendirme açıklanmıştır. $t = 4$ ve $r = 2$ olacak biçimde bir deneyi simule etmek için yapay bir veri seti oluşturulmuştur. $\mu = 12$, $\tau_1 = -3$, $\tau_2 = 0$, $\tau_3 = 2$ ve $\tau_4 = 4$ olarak seçilen parametreler ile klasik tek yönlü model kullanılmıştır. Sıfır ortalamalı ve birim varyanslı normal dağılımdan bir rastgele gözlem, rastgele hata oluşturmak için her bir beklenen değere eklenmiştir. (τ_i 'ler seçildiği için bu uygulamada sıfır olarak modele eklenmemiştir.)

TABLO 9.2. Tahminler $t = 4$ ve $r = 2$ olmak üzere, tek yönlü modelin üç yeniden parametrisasyonu için simülasyon verisinden elde edilmektedir.

<i>Ortalamalar Yeniden Parametrelendirme</i>					
<i>Modeli</i>		$\sum \tau_i = 0$		$\tau_4 = 0^a$	
$\hat{\beta}^*$	$\mathcal{E}(\hat{\beta}^*)$	$\hat{\beta}^*$	$\mathcal{E}(\hat{\beta}^*)$	$\hat{\beta}^*$	$\mathcal{E}(\hat{\beta}^*)$
8.830	$\mu + \tau_1$	12.731	$\mu + \bar{\tau}$	16.680	$\mu + \tau_4$
11.925	$\mu + \tau_2$	-3.901	$\tau_1 - \bar{\tau}$	-7.850	$\tau_1 - \tau_4$
13.490	$\mu + \tau_3$	-.806	$\tau_2 - \bar{\tau}$	-4.755	$\tau_2 - \tau_4$
16.680	$\mu + \tau_4$.759	$\tau_3 - \bar{\tau}$	-3.190	$\tau_3 - \tau_4$

GENELLEŐTİRİLMİŐ TERS YAKLAŐIMI

X tam ranklı olmadığında $(X'X)\beta = X'Y$ normal eŐitliklerinin tek bir cözümü yoktur. Tam ranktan daha az modellere bir genel yaklaŐım, normal eŐitliklere tek olmayan cözümlerden birinin kullanılmasıdır. Bu durum $X'X$ 'in bir genelleŐtirilmiŐ tersini kullanarak sağlanabilir. (Bir A matrisinin genelleŐtirilmiŐ tersi A^- ile gosterilir.) Bir bakıma farklı özelliklere sahip çok çeşitli türde genelleŐtirilmiŐ tersler mevcuttur. GenelleŐtirilmiŐ tersler üzerindeki bütün ağıklamalar için okuyucu Searle (1971)'den yararlanabilir.

İKİ YÖNLÜ GRUPLANDIRILMIŞ VERİ İÇİN MODEL

İki yönlü gruplandırılmış veri için bilinen model, (rastgeleleştirilmiş tam blok (RTB) tasarımı en çok kullanılan örnektir)

$$Y_{ij} = \mu + \gamma_i + \tau_j + \epsilon_{ij}, \quad (9.21)$$

dır. Burada, μ , genel ortalama; γ_i , i . blok etkisi; τ_j , j . deneme etkisi ve ϵ_{ij} , rastgele hatadır. Bu modelde, ij . deney birimi ile ilişkili olarak kısmi blok ve denemeyi tanımlayan, blok ve deneme olmak üzere iki grup değişken vardır. Blok grup değişkeninin b düzeyi ($i = 1, \dots, b$) ve deneme grup değişkeninin t düzeyi ($j = 1, \dots, t$) vardır.

REGRESYONUN HOMOJENLİĞİNİ TEST ETMEK İÇİN GRUP DEĞİŞKENLER

- Verinin iki veya daha fazla alt kümesinin var olduğu durum göz önüne alınsın.
- Bu durumların her biri ilgilenilen bağımlı değişken ve potansiyel açıklayıcı değişkenler üzerinde bilgi sağlasın.
- Verinin alt kümeleri, bir veya daha fazla grup değişkenin farklı düzeylerinden meydana gelmektedir.
- Örneğin, nitrojen ve fosfor gübre düzeylerine göre mısır üretimine ilişkin bir veri seti, çeşitli çevresel koşullarda büyütülen çeşitli mısır hibritleri için elde edilebilir.
- Ürün bağımlı değişken, nitrojen gübre miktarı ve fosfor gübre miktarı bağımsız değişkenler ve “hibrit” ile “çevresel koşullar” iki grup değişkendir.

TABLO 9.3 *Governor Morehead Okulu'ndaki bir dinleme-okuma yeteneğine ilişkin çalışmanın ön-test ve son-test skorları. Test skorları Gilmore Sözlü Okuma Testinden alınmıştır. (Veriler Dr. Larry Nelson'un izni ile kullanılmıştır.)*

<i>Denemeler</i>	<i>Ön-Test Skoru (X)</i>	<i>Son-Test Skoru (Y)</i>
<i>T1</i>	89	87
	82	86
	88	94
	94	96
<i>T2</i>	89	84
	90	94
	91	97
	92	93
<i>T3</i>	89	96
	99	97
	84	100
	87	98

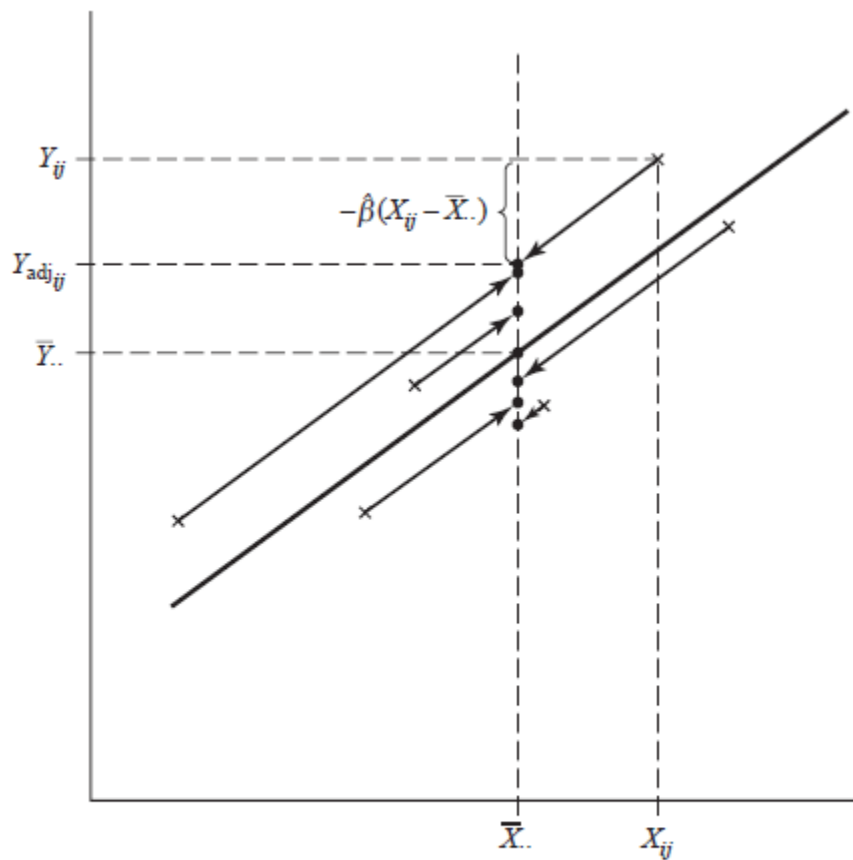
KOVARYANS ANALİZİ

- Kovaryans analizinin klasik amacı, deneysel birimler arasındaki değişimin istatistiksel kontrolü ile deneyin hassasiyetini geliştirmektir.
- En işe yarar bağımsız değişken deneysel birimler arasındaki değişimi ve aynı zamanda bağımlı değişken ile ilişkiyi tanımlar.
- Örneğin, deneysel birimlerdeki bitkilerin yoğunluğundaki değişim, çok sayıdaki bitki türünün ürünündeki değişime neden olur veya yaştaki değişim veya hayvanların boy uzunluğundaki değişim, beslenme denemelerindeki kazancın oranında değişime neden olur.
- Kovaryans analizi, bu değişim kaynağını deneysel hatalardan uzaklaştırır ve bağımsız değişkene yüklenebilir farklılıklar için deneme ortalamalarını düzeltir.

TABLO 9.4 b blok ve t deneme ile bir rastgeleleştirilmiş tam blok tasarımı için kovaryans analizinden kısmi kareler toplamları ve ortalama kareler

<i>Kaynak</i>	<i>s. d.</i>	<i>Kısmi SS^a</i>	<i>MS</i>
Toplam	$bt - 1$	$\mathbf{Y}'\mathbf{Y} - C.F.$	
Bloklar	$b - 1$	$R(\gamma' \tau' \beta \mu)$	
Denemeler	$t - 1$	$R(\tau' \gamma' \beta \mu)$	
Bğmsz. Dğşkn. 1		$R(\beta \gamma' \tau' \mu)$	
Artık	$(b - 1)(t - 1) - 1$	$\mathbf{Y}'\mathbf{Y} - R(\gamma' \tau' \beta \mu)$	s^2

^a γ' ve τ' , sırasıyla “bloklar” ve “denemeler” grup değişkenleri için satır vektörlerinin etkilerini tanımlar.



ŞEKİL 9.1. X bağımsız değişkeni üzerindeki değişimler için Y yanıt değişkeninin düzeltmelerinin gösterimi

SAYISAL ÖRNEKLER

İki örnek kullanılmıştır. İlk örnek, bu bölümde verilen çeşitli kavramları birleştirmektedir:

1. Yeniden parametrelendirmeyi içeren bir regresyon problemi gibi varyans analizi
2. Regresyonun homojenliğini test etmek için yapay değişkenlerin kullanımı
3. Deneme etkilerinin uygulanmasına yardımcı olmak için kovaryans analizi

VARYANS ANALİZİ

Tam rastgele tasarımda denemelerin bir faktöriyel kümesi için klasik model

$$Y_{ijk} = \mu + \gamma_i + \tau_j + (\gamma\tau)_{ij} + \epsilon_{ijk}, \quad (9.48)$$

TABLO 9.5 Üç farklı günde iki farklı çeşitteki lahananın ağırlığı ve askorbik asit içeriği

Çeşitlilik Sayısı	Üretim Günü					
	16		20		21	
	Ağırlık	Askorbik İçeriği	Ağırlık	Askorbik İçeriği	Ağırlık	Askorbik İçeriği
39	2.5	51	3.0	65	2.2	54
	2.2	55	2.8	52	1.8	59
	3.1	45	2.8	41	1.6	66
	4.3	42	2.7	51	2.1	54
	2.5	53	2.6	41	3.3	45
	4.3	50	2.8	45	3.8	49
	3.8	50	2.6	51	3.2	49
	4.3	52	2.6	45	3.6	55
	1.7	56	2.6	61	4.2	49
	3.1	49	3.5	42	1.6	68
52	2.0	58	4.0	52	1.5	78
	2.4	55	2.8	70	1.4	75
	1.9	67	3.1	57	1.7	70
	2.8	61	4.2	58	1.3	84
	1.7	67	3.7	47	1.7	71
	3.2	68	3.0	56	1.6	72
	2.0	58	2.2	72	1.4	62
	2.2	63	2.3	63	1.0	68
	2.2	56	3.8	54	1.5	66
	2.2	72	2.0	60	1.6	72

TABLO 9.6 *Lahananın askorbik asit içeriğinin faktöriyel varyans analizi.*

<i>Kaynak</i>	<i>s.d.</i>	<i>Kareler Toplamı</i>	<i>Ortalama Kare</i>
Toplam _{uncorr}	60	207,533.0	
Model	6	205,041.9	
D.T.	1	201,492.1	
Günler	2	909.3	454.7
Çeşitlilik	1	2,496.2	2,496.2
Günler × Çeşitlilik		144.3	72.2
Artık	54	2,491.1	46.1

REGRESYON KATSAYILARININ HOMOJENLİĞİNİN TESTİ

- Kovaryans analizi, bütün denemelerin bağımlı değişken ve bağımsız değişken arasında aynı ilişkiye sahip olduğunu söyler.
- Lahana verisinin kovaryans analizine hazırlığında (Kısım 9.8.3), bu bölüm regresyon katsayılarının homojenliğinin testini verir.
- Homojenliği test etmek için tam model, her deneme grubunun askorbik asit içeriğinin ağırlıkla ilişkili kendi regresyon katsayısına sahip olmasına izin verir.

KOVARYANS ANALİZİ

- Kovaryans analizi, lahananın askorbik asit içeriği üzerinde deneme etkilerinin yorumlanmasına yardımcı olarak kullanılmıştır.
- Düzeltilmiş deneme ortalamaları arasındaki farklılıklar, deneme etkileri olarak dahil edilmemiştir.
- Kareler toplamları ve deneme ortalamalarındaki değişimler, askorbik asit içeriği ve ağırlık olarak tanımlı iki yanıt değişkeni üzerindeki deneme etkileri arasındaki ilişkinin derecesini sağlamak üzere düzenlendiği anlamındadır.

TABLO 9.7 *Lahana verisi için askorbik asit içeriğinin kovaryans analizi için kısmi kareler toplamı.*

<i>Kaynak</i>	<i>s.d.</i>	<i>Kareler Toplamı</i>	<i>Ortalama Kare</i>
Toplam _{uncorr}	60	207,533.0	
Model	7	205,557.9	
D.T.	1	201,492.1	
Günler	2	239.8	119.9
Çeşitlilik	1	1,237.3	1,237.3
Günler \times Çeşitlilik	2	30.7	15.4
Bağımsız Değişken	1	516.0	516.0
Artık	53	1,975.1	37.3

TABLO 9.8 *Bağımsız değişken lahanada ağırlığındaki değişimler için lahanadaki askorbik asit içeriği için deneme ortalamalarının düzeltilmesi.*

<i>Grup</i>	<i>Ortalama</i>		$-\hat{\beta}(\bar{X}_{ij} - \bar{X}_{...})$	<i>Ortalama</i>	
	<i>Ortalama</i> <i>Ağırlık</i>	<i>Askorbik Asit</i> <i>(Düzeltilmemiş)</i>		<i>Askorbik Asit</i> <i>(Düzeltilmiş)</i>	<i>Askorbik Asit</i> <i>(Düzeltilmiş)</i>
11	3.18	50.3	2.64	52.94	(2.06) ^a
12	2.26	62.5	-1.50	61.00	(1.97)
21	2.80	49.4	.93	50.33	(1.95)
22	3.11	58.9	2.33	61.23	(2.03)
31	2.74	54.8	.66	55.46	(1.94)
32	1.47	71.8	-5.06	66.74	(2.36)
Ortalama	2.593	57.95	.00	57.95	

^aDüzeltilmiş deneme ortalamalarının standart hataları parantez içinde gösterilmiştir. Her bir düzeltilmemiş deneme ortalamasının standart hatası 2.15'tir.

TABLO 9.9 Fosfor gübresinin kaynakları ve oranlarına ilişkin bir çalışmadan ortalama kuru toplanan ürünler (lbs/A). Deneysel tasarım, her biri iki orana uygulanan yedi farklı fosfor kaynağı ile bir rastgeleleştirilmiş tam blok tasarımıdır (lbs/A). Topraktaki fosfor içeriği (P_2O_5 ppm), çalışmanın başında olabilecek bir bağımsız değişkenin kullanımı için kaydedilmiştir. (Veriler, Dr. Gertrude M. Cox'un çalışmasından alınmıştır.)

Deneme		Blok I		Blok II		Blok III	
Kaynak	Oran	Fosfor	Toplanan Ürün	Fosfor	Toplanan Ürün	Fosfor	Toplanan Ürün
SUPER	40	32.0	2,475	43.2	3,400	51.2	3,436
SUPER	80	44.8	3,926	56.0	4,145	75.2	3,706
TSUPER	40	43.2	2,937	52.8	2,826	27.2	3,288
TSUPER	80	41.6	3,979	64.0	4,065	36.8	4,344
BSLAG	40	49.6	3,411	62.4	3,418	46.4	2,915
BSLAG	80	51.2	4,420	62.4	4,141	48.0	4,297
FROCK	40	48.0	3,122	75.2	3,372	22.4	1,576
FROCK	80	48.0	4,420	76.8	3,926	24.0	1,666
RROCK	40	54.4	2,334	60.8	2,530	49.6	1,275
RROCK	80	60.8	3,197	59.2	3,444	46.4	2,414
COLOID	40	72.0	3,045	59.2	2,206	19.2	540
COLOID	80	76.8	3,333	32.0	410	70.4	4,294
CAMETA	40	64.0	3,594	62.4	3,787	44.8	3,312
CAMETA	80	62.4	3,611	76.8	4,211	48.0	4,379

TABLO 9.10 Fosfor gübre verisinden kuru toplanmanın varyans analizi.

<i>Kaynak</i>	<i>s.d.</i>	<i>Kareler</i>	<i>Ortalama</i>	<i>F</i>	<i>Olasılık $k > F$</i>
		<i>Toplamı</i>	<i>Kare</i>		
Düzeltilmiş toplam	41	41, 719, 241			
BLOCK	2	1, 520, 897	760, 449	1.03	.3700
SOURCE	6	13, 312, 957	2, 218, 826	3.01	.0226
RATE	1	7, 315, 853	7, 315, 853	9.94	.0040
SOURCE*RATE	6	435, 267	72, 544	.10	.9959
Hata	26	19, 134, 266	735, 933		

TABLO 9.11 İki orana uygulanan yedi fosfor kaynaklı bir rastgeleleştirilmiş tam blok tasarımından kuru toplanan ürün için kovaryans analizi. Bağımsız değişken, üç yıllık çalışmanın başında parseldeki toprak fosforu miktarı.

<i>Kaynak</i>	<i>s. d.</i>	<i>Kareler</i>		<i>F</i>	<i>Olasılık>F</i>
		<i>Toplamı</i>	<i>Kare</i>		
Model	16	32,099,838	2,006,240	5.21	.0001
Hata	25	9,619,403	384,776		
Düzeltilmiş Toplam	41	41,719,241			

Ardışık Kareler Toplamları

<i>Kaynak</i>	<i>s. d.</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Olasılık>F</i>
BLOCK	2	1,520,897	760,449	1.98	.1596
SOURCE	6	13,312,957	2,218,826	5.77	.0007
RATE	1	7,315,853	7,315,853	19.01	.0002
SOURCE*RATE	6	435,267	72,544	.19	.9773
PHOSDEV	1	9,514,863	9,514,863	24.73	.0001

Kısmi Kareler Toplamları

<i>Kaynak</i>	<i>s. d.</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Olasılık>F</i>
BLOCK	2	1,173,100	586,550	1.52	.2373
SOURCE	6	15,417,193	2,569,532	6.68	.0003
RATE	1	3,623,100	3,623,100	9.42	.0051
SOURCE*RATE	6	999,892	166649	.43	.8497
PHOSDEV	1	9,514,863	9,514,863	24.73	.0001

TABLO 9.12 Fosfor gübresinin “kaynak” ve “oranı” için düzeltilmemiş ve düzeltilmiş denemeler ortalamaları. Burada “oran-kaynak” etkileşimi olmadığından, deneysel sonuçlar marjinal ortalamalar bakımından özetlenmiştir.

<i>Deneme</i>	<i>Toplanan Ürün Ortalaması (Düzeltilmemiş)^a</i>	<i>Fosfor Ortalama Sapması^b</i>	<i>Kovaryans Düzeltmesi^c</i>	<i>Toplanan Ürün Ortalaması (Düzeltilmiş)</i>	<i>Standart Hata</i>
SOURCE (KAYNAK) Ortalamaları:					
<i>BSLAG</i>	3,767.0	0.914	-36.4	3,730.6	253.3
<i>CAMETA</i>	3,815.7	7.314	-291.0	3,524.7	259.9
<i>COLOID</i>	2,304.7	2.514	-100.1	2,204.6	254.0
<i>FROCK</i>	3,013.7	-3.352	133.3	3,147.0	254.7
<i>RROCK</i>	2,532.3	2.781	-110.6	2,421.7	254.2
<i>SUPER</i>	3,514.7	-2.019	80.3	3,595.0	253.8
<i>TSUPER</i>	3,573.2	-8.152	324.3	3,897.5	261.5
RATE (ORAN) Ortalamaları:					
40	2,800.0	-2.895	115.2	2,915.1	137.3
80	3,634.7	2.895	-115.2	3,519.5	137.3