MERKEZİ EĞİLİM ÖLÇÜTLERİ

MERKEZİ EĞİLİM ÖLÇÜLERİ

ANALİTİK ORTALAMALAR

Bir örneklemde mevcut olan tüm veriler hesaba katılır.

- Aritmetik ortalama
- Ağırlıklı ortalama
- Geometrik ortalama
- Harmonik ortalama

ANALİTİK OLMAYAN MERKEZİ EĞİLİM ÖLÇÜLERİ

Bir örneklemdeki verilerin bir kısmı dikkate alınır.

**Medyan(median)

**Mod(mode)

ANALİTİK ORTALAMALAR

1) ARİTMETİK ORTALAMA (aritmetic mean)

- Ham data için aritmetik ortalama hesaplanırken tüm veri değerleri toplanır ve veri sayısına oranlanır. Elde edilen değer tüm dataların aritmetik ortalamasıdır.

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{N} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \ldots\ldots X_n}{N}$$

$\overline{X}$: Aritmetik ortalama
N: Toplam veri sayısı
X: veri değeri

Tekrarlanan Gözlemler için Hesaplama

- Aynı formül ile aritmetik ortalama mümkün iken daha kısa işlem yapmak için aşağıdaki formülde kullanılabilir:

$$\overline{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} f_i X_i$$

$$N = \sum_{i=1}^{k} f_i$$

f_i: bir örnekteki X_i`nin frekansı
k: örnekteki gözlem sayısı
X_i: i.gözlem değeri
N=toplam veri sayısı

ÖZELLİKLER...

- Bir örneklemdeki data için aritmetik ortalama tekdir.
- Herbir veri değerinin aritmetik ortalamadan sapmaları(aralarındaki farklar) toplamları daima sıfırdır.

$$\sum (X - \overline{X}) = 0$$

ÖRNEK

- 5 kişilik bir gruptaki çocukların yaşları sırasıyla 5,8,3,7,4 olduğuna göre grubun yaş ortalamasını bulunuz.

$$\bar{X} = (5+8+3+7+4) / 5 = 27 / 5 = 5,4$$

$$\Rightarrow (5-5,4)+(8-5,4)+(3-5,4)+(7-5,4)+(4-5,4) = 0$$

- 20 kişilik bir sınıfta istatistik dersinden geçen öğrencilerin notu sırasıyla 5,5,5,5,5,6,6,6,7,7,8,8,8,9,9,9,10,10,10,10 ise bu sınıfın istatistik dersinin aritmetik not ortalaması nedir?

$$\bar{X} = [(5*5)+(3*6)+(2*7)+(3*8)+(3*9)+(4*10)] / 20=7,4$$

dezavantajları…

- Aritmetik ortalama veriler içindeki çok yüksek / çok düşük değerli verilerden oldukça kolay etkilenebilmektedir. Bu durum ise aritmetik ortalamanın o veri seti için merkezi eğilim ölçüsü olarak kullanılamamasını beraberinde getirmektedir.
- Açık sınıf aralıklı frekans dağılım tabloları için aritmetik ortalama hesabı yapılamamaktadır.

2)AĞIRLIKLI ORTALAMA (weighted mean)

- Aritmetik ortalamaya benzer bir yaklaşımı ifade etmektedir.
- Fakat aritmetik ortalamada herbir verinin eşit öneme sahip olduğu düşüncesi var iken, ağırlıklı ortalamada herbir veri için kendi sahip olduğu öneme (verinin ağırlığı) göre işlem yapılır.

$$\overline{X}_W = \frac{X_1W_1 + X_2W_2 + X_3W_3 + \dots\dots + X_nW_n}{W_1 + W_2 + W_3 + \dots\dots + W_n}$$

$$\overline{X}_W = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_i X_i}{\sum_{i=1}^{n} W_I}$$

W: Her bir veri değerinin tartısını yani önemini ifade etmektir.
$\overline{X}_W$: Ağırlıklı ortalama

ÖRNEK

1) Üniversitelerde ders geçme notları ve kredi karşılıkları ile ortalamaların hasaplanması
2) X şirketi normal perakende satış fiyatı ($400) üzerinden 95 adet A marka gömlek satmıştır. Bahar indirimi sırasında aynı gömlekleri $200 dan 126 adet, yaz indiriminde ise $100 dan 76 adet satmıştır. Buna göre bu gömleklerin ağırlıklı ortalama fiyatını bulunuz. X şirketi tanesi $200 dan bu gömlekleri aldığına göre satıştaki kazanç durumu ne olmuştur?

$$\overline{X}_w = \frac{(95 * 400) + (126 * 200) + (79 * 100)}{95 + 126 + 79}$$

$$\overline{X}_w = \frac{71100}{300} = \$\,237$$

$$\textit{Birim Kazanç} : 237 - 200 = \$\,37$$

$$\textit{Toplam Kazanç} : 37 * 300 = \$\,12100$$

3) GEOMETRİK ORTALAMA (geometric mean)

Geometrik ortalama genel olarak

- Verinin değişimleri yüzde, oransal, vb. şekillerde verildiği zaman değişim oranlarının hesaplanmasında
- Belirli bir süreçteki üretim/satış artış miktarının ortalamasını hesaplamada kullanılır.

Eğer veri değerlerinden herhangi biri sıfır veya negatif değer aldı ise geometrik ortalama yerine logaritmik geometrik ortalama hesaplanır. Ayrıca veri sayısının çok fazla olduğu durumlarda da kullanılabilir.

…….

- Geometrik ortalama;

$$G.O. = \sqrt[n]{(X_1)(X_2)(X_3).......(X_n)}$$

- Logaritmik geometrik ortalama;

$$\log G.O. = \frac{1}{n}\sum \log X_i$$

…….

- Süreç (periyot/aralık) söz konusu olduğunda geometrik ortalama;

$$G.O. = \sqrt[n-1]{\frac{\textit{bir periyotun sonundaki } \text{deger}}{\text{bir periyotun baslangicindeki deger}}} - 1$$

n : periyot araligi

Örneğin; belirli yıllar içerisinde nüfus değişimleri

Ortalamaların Karşılaştırılması

- Geometrik ortalama veri setindeki çok büyük/küçük değerlerden artimetik ortalamaya göre daha az etkilenmekte ve bu sebeple daha tutarlı sonuçlar vermektedir.

→ ***Geometrik Ortalama =< Aritmetik Ortalama***

ÖRNEK

- Bir inşaat şirketinin dört projedeki ortalama kar düzeyleri yüzde olarak 3,2,4 ve 6'dır. Bu şirketin ortalama karı nedir?

$$G.O. = \sqrt[4]{3*2*4*6} = \sqrt[4]{144} = \%3.46$$

$$\overline{X} = \frac{3+2+4+6}{4} = \%3.75$$

4)HARMONİK ORTALAMA (harmonic mean)

- Değişkenlerden biri sabit diğerleri değişken ise
- Hız, fiyat, verimlilik, vb oransal olarak belirtilebilen değişkenlerin ortalamalarının hesaplanmasında harmonik ortalama kullanılır.

$$H = \frac{N}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \dots + \frac{1}{X_n}} = \frac{N}{\sum \frac{1}{X_i}}$$

NOT: Sıfır değerli ya da farklı işaretli değişkenler mevcut olduğunda kullanılamaz.

ÖRNEK

İki kasaba arasındaki mesafe gidişte 75km/saat, dönüşte ise 50km/saat ise ortalama hız nedir?

Kasabalar arasındaki mesafenin 150km olduğu varsayımı ile gidiş 150/75=2 saat, dönüş ise 150/50=3 saat sürmüştür.

(Mesafe sabit, süre ise değişken olduğundan harmonik ortalama kullanılmıştır)

$$H = \frac{2}{\frac{1}{75} + \frac{1}{50}} = 60\ km$$

$$\cancel{\overline{X} = \frac{75+65}{2} = 62.5km}$$

ANALİTİK OLMAYAN
MERKEZİ EĞİLİM
ÖLÇÜTLERİ

A)MEDYAN (ortanca)

- Veri setinde çok büyük/küçük değerli verilerin olduğu durumlarda aritmetik ortalamanın özelilkle raporlama aşaması için tutarlı olmayan sonuçlar verir.

- Bu durumda medyan değeri bulunarak örneğin merkezi eğilimi ölçülebilir.

MEDYAN DEĞERİ BULUNURKEN;

Veri seti büyükten küçüğe (ya da küçükten büyüğe) sıralanır. Daha sonra setin tam ortasındaki değer medyan değeri olarak alınır.

Eğer veri düzenlenmemiş formda ise n toplam veri sayısını göstermek üzere;

medyan değerinin yeri= (n+1)/2

ÖZELLİKLERİ...

- Aritmetik ortalamaya kıyasla daha tutarlı bir sonuç elde edilir.
- Açık sınıf aralıklı veri setlerinde merkezi eğilim ölçüsü olarak kullanılabilir.
- Her bir veri seti için bir tek medyan söz konusudur.

ÖRNEK

(1)VERİ SAYISI ÇİFT İSE: Bir klinikte pansuman için ödenen fiyatlar 65,29,30,25,32,35 TL olarak verilmektedir. Medyan fiyatı bulunuz.

25 29 30 32 35 65

Medyan =(30+32) / 2 =31 TL

(2) VERİ SAYISI TEK İSE: A Sitesindeki evlerin m2 kira fiyatları 120,100,110,115,125 TL ise ortalama kira fiyatı nedir?

100 110 115 120 125

Medyan değeri=115 TL

B) MOD

- Tüm veri değerlerini göz önünde bulundurmadığı için tutarlı olmayan bir merkezi eğilim ölçüsüdür.

- Bir veri setinde en çok olarak karşımıza çıkan değer mod değeri olarak alınır.

- Örneğin; 4,6,5,4,7,5.5,4,6.5,7,8,4,6,4,5,4,4 veri setinde **yedi tane 4,** iki tane 5,bir tane 5.5,iki tane 6,bir tane 6.5,iki tane 7 ve bir tane 8 değeri vardır. O halde **MOD=4**

GRUPLANMIŞ VERİLERDE ARİTMETİK ORTALAMA, MEDYAN, MOD

- Ham datanın yerini gruplanmış verilere bıraktığı durumlarda aritmetik ortalama, medyan ve mod frekans dağılım tabloları kullanılarak hesaplanabilir.

- Hesaplanan değerler ham veri kullanılarak bulunan sonuçlardan faklılık gösterebilir.

- ***ARİTMETİK ORTALAMANIN FREKANS DAĞILIMININ HESAPLANIŞI:***

$$\overline{X} = \frac{\sum fX}{N}$$

X: herbir sınıfın orta noktası
F: her bir sınıf frekansı
N: Toplam veri sayısı yada frekansların toplam değeri

Örnek **

NET GELİR (MİLYON $)	İTHALATÇI SAYISI
2-5	1
5-8	4
8-11	10
11-14	3
14-17	2

net gelirin aritmetik ortalamasını hasaplayınız.

....

Net geliri (milyon $)	İthalatçı sayısı (f)	Sınıf orta noktası (X)	fX
2-5	1	3.5	3.5
5-8	4	6.5	26
8-11	10	9.5	95
11-14	3	12.5	37.5
14-17	2	15.5	31
Toplam	20		193

$$\overline{X} = \frac{\sum fX}{N} = \frac{193}{20} = 9.65$$

- **MEDYANIN FREKANS DAĞILIMI İLE HESAPLANMASI:**

L: medyan sınıfın alt sınırı
N: toplam frekans değeri
CF: medyan sınıfından önceki sınıfların frekans değerlerinin toplamı
f: medyan sınıfının frekansı
i: medyan sınıfının aralığı

$$Medyan = L + \frac{\frac{N}{2} - CF}{f}(i)$$

Örnek **'daki veri dikkate alındığında;

Net geliri (milyon $)	İthalatçı sayısı (f)	Sınıf orta noktası (X)	CF
2-5	1	3.5	1
5-8	4	6.5	5
8-11	10	9.5	15
11-14	3	12.5	18
14-17	2	15.5	20
Toplam	20		

$$medyan = 8000000 + \frac{\frac{20}{2} - 5}{10}(3000000)$$

$$medyan = 9500000$$

MODUN FREKANS DAĞILIMI KULLANILARAK HESAPLANMASI:

- Gruplanmış verilerde frekans sayısı en fazla olan sınıfın orta nokta değeri mod olarak alınır.
- ***BİMODAL DAĞILIM:*** Frekans dağılımında 2 sınıfın maximum frekansa sahip olduğu durumlardır.

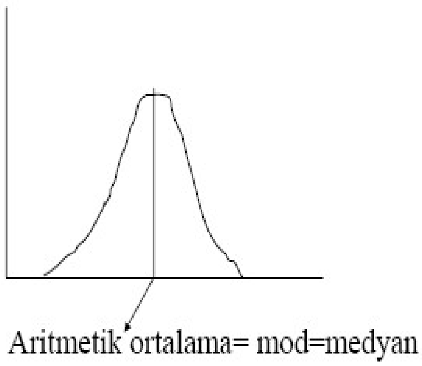
Örnek

- Bir ürünün satış fiyatına ait frekans dağılım tablosu aşağıda verilmiştir. Buna göre medyan ve mod değerlerini hesaplayınız.

Net satış ($ dolar)	Toplam yüzdesi
1-4	13
4-7	14
7-10	40
10-13	23
13 ve daha fazlası	10

40 frekans sayısı ile maksimum frekansa sahip sınıf 7-10 sınıfıdır. O halde bu sınıfın orta noktası **mod= 8.5**

Frekans Dağılım Grafiğinde Aritmetik Ortalama, Medyan ve Modun Karşılaştırılması

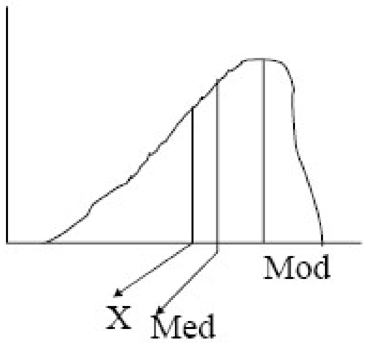


SİMETRİK FREKANS DAĞILIM GRAFİKLERİ:

Simetrik dağılım gösteren frekanslarda orta noktadaki değer aritmetik ortalama, mod ve medyan değerini vermektedir. Yani bu şekildeki dağılımlarda her üç merkezi eğilim ölçüsü de kullanılabilir.

……

NEGATİF ASİMETRİLİ FREKANS DAĞILIMLARI:



Bu şekildeki frekans dağılımları için;

arit. ort. < medyan < mod eşitsizliği söz konusudur. (grafik sağa yatık)

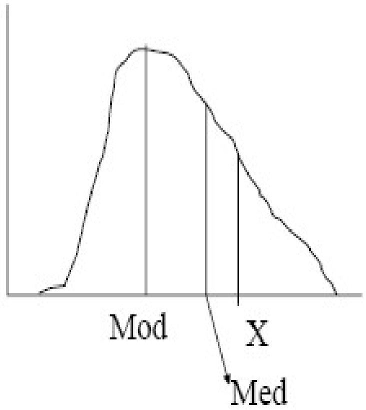
……

POZİTİF ASİMETRİLİ FREKANS DAĞILIMLARI:

Bu tarz eğriler için (sola yatık)

mod < medyan < arit. ort.

eşitsizliği söz konusudur.



…….

Tek modlu ve asimetrisi çok fazla olmayan veride;

arit. ort. - mod = 3 (arit. ort. - medyan)

eşitliği kullanılabilir.