

Ulaştırma ve Atama Modelleri

KONU 2

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

Atlama Taşı Yöntemi

From \ To	A	B	C	Supply
1	6	8	10	150
2	7	11	11	175
3	4	5	12	275
Demand	200	100	300	600

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

2 / 62

From \ To	A	B	C	Supply	
1	6	8	10	150	151
2	7	11	11	175	
3	4	5	12	275	
Demand	200	100	300	600	

From \ To	A	B	C	Supply	
1	+1 6	-1 8	10	150	
2	7	11	11	175	
3	4	5	12	275	
Demand	200	100	300	600	

99

From \ To	A	B	C	Supply
1	+1 6 -1	8	10	150
2	7	11	11	175
3	-1 4	+1 5	12	275
Demand	200	100	300	600

$1A \rightarrow 1B \rightarrow 3B \rightarrow 3A$
 $+6 - 8 + 5 - 4 = -\$1$

BAŞLANGIÇ ÇÖZÜMÜ OPTİMAL DEĞİLDİR

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

5 / 62

From \ To	A	B	C	Supply
1	6 -	8 +	10	150
2	+ 7	11 -	11	175
3	- 4	+ 5	12	275
Demand	200	100	300	600

$2A \rightarrow 2C \rightarrow 1C \rightarrow 1B \rightarrow 3B \rightarrow 3A$
 $+\$7 - 11 + 10 - 8 + 5 - 4 = -\1

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

6 / 62

From \ To	A	B	C	Supply
	6 +	8 -	10	
1		25 ←	125 →	150
2	7 -	11 +	11	175
			175 →	
3	4	5	12	275
Demand	200	100	300	600

2B → 2C → 1C → 1B
 +\$11 - 11 + 10 - 8 = +\$2

From \ To	A	B	C	Supply
	6 +	8 -	10	
1		25 ←	125 →	150
2	7	11	11	175
			175 →	
3	4 -	5 +	12	275
		75 →		
Demand	200	100	300	600

3C → 1C → 1B → 3B
 +\$12 - 10 + 8 - 5 = +\$5

Hücre 1A için Öngörülen Atlama Taşı Yolu

From \ To	A	B	C	Supply
	+ 6	- 8	10	
1		25	125	150
2	7	11	11	175
3	- 4	+ 5	12	
	200	75		275
Demand	200	100	300	600

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

9 / 62

Atlama Taşı Yöntemindeki İkinci Döngü (İterasyon)

From \ To	A	B	C	Supply
	6	8	10	
1	25		125	150
2	7	11	11	175
3	4	5	12	
	175	100		275
Demand	200	100	300	600

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

10 / 62

From \ To	A	B	C	Supply
1	- 6 25	+ 8	+ 10 125	150
2	+ 7	+ 11	- 11 175	175
3	+ 4 175	- 5 100	+ 12	275
Demand	200	100	300	600

3A → 2C → 1C → 1A
 +\$7 - 11 + 10 - 6 = \$0

From \ To	A	B	C	Supply
1	- 6 25	+ 8	+ 10 125	150
2	+ 7	+ 11	- 11 175	175
3	+ 4 175	- 5 100	+ 12	275
Demand	200	100	300	600

1B → 3B → 3A → 1A
 +\$8 - 5 + 4 - 6 = +\$1

From \ To	A	B	C	Supply
	- 6	8	+ 10	
1	25		125	150
	7	+ 11	- 11	
2			175	175
	+ 4	- 5	12	
3	175	100		275
Demand	200	100	300	600

$2B \rightarrow 3B \rightarrow 3A \rightarrow 1A \rightarrow 1C \rightarrow 2C$
 $+\$11 - 5 + 4 - 6 + 10 - 11 = +\3

From \ To	A	B	C	Supply
	+ 6	8	- 10	
1	25		125	150
	7	11	11	
2			175	175
	- 4	5	+ 12	
3	175	100		275
Demand	200	100	300	600

$3C \rightarrow 3A \rightarrow 1A \rightarrow 1C$
 $+\$12 - 4 + 6 - 10 = +\4

$$\begin{aligned}
 x_{1A} &= 25 \text{ tons} & x_{2C} &= 175 \text{ tons} & x_{3A} &= 175 \text{ tons} \\
 x_{1C} &= 125 \text{ tons} & x_{3B} &= 100 \text{ tons} & & & \\
 Z &= \$6(25) + 8(0) + 10(125) + 7(0) + 11(0) + 11(175) + 4(175) + 5(100) + 12(0) \\
 &= \$4,525
 \end{aligned}$$

Alternatif Optimal Çözüm

From \ To	A	B	C	Supply
1	6	8	10	150
2	25	11	11	175
3	4	5	12	275
Demand	200	100	300	600

1. Determine the stepping-stone paths and cost changes for each empty cell in the tableau.
2. Allocate as much as possible to the empty cell with the greatest net decrease in cost.
3. Repeat steps 1 and 2 until all empty cells have positive cost changes that indicate an optimal solution.

Geliştirilmiş Dağıtım Yöntemi (Modi)

Minimum Maliyetli Hücre Yöntemiyle Bulunan Başlangıç Çözümü

	v_j	$v_A =$	$v_B =$	$v_C =$	
u_i	To From	A	B	C	Supply
$u_1 =$	1	6	8	10	150
$u_2 =$	2	7	11	11	175
$u_3 =$	3	4	5	12	275
	Demand	200	100	300	600

Dağıtım Tabi Olan Hücreler

$$u_i + v_j = c_{ij}$$

$$u_1 + v_B = c_{1B}$$

$$u_1 + v_B = 8$$

$$x_{1C}: u_1 + v_C = 10$$

$$x_{2C}: u_2 + v_C = 11$$

$$x_{3A}: u_3 + v_A = 4$$

$$x_{3B}: u_3 + v_B = 5$$

DOLU
HÜCRELER

$$x_{1B}: u_1 + v_B = 8$$

$$0 + v_B = 8$$

$$v_B = 8$$

$$x_{1C}: u_1 + v_C = 10$$

$$0 + v_C = 10$$

$$v_C = 10$$

$$x_{2C}: u_2 + v_C = 11$$

$$u_2 + 10 = 11$$

$$u_2 = 1$$

$$x_{3B}: u_3 + v_B = 5$$

$$u_3 + 8 = 5$$

$$u_3 = -3$$

$$x_{3A}: u_3 + v_A = 4$$

$$-3 + v_A = 4$$

$$v_A = 7$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

19 / 62

Tüm u_i ve v_j Değerleriyle Bulunan Başlangıç Çözümü

	v_j	$v_A = 7$	$v_B = 8$	$v_C = 10$	
u_i	To	A	B	C	Supply
$u_1 = 0$	1	6	25	125	150
$u_2 = 1$	2	7	11	175	175
$u_3 = -3$	3	4	5	12	275
	Demand	200	100	300	600

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

20 / 62

Boş Hücreler

$$c_{ij} - u_i - v_j = k_{ij}$$

$$\begin{aligned} x_{1A}: k_{1A} &= c_{1A} - u_1 - v_A = 6 - 0 - 7 = -1 \\ x_{2A}: k_{2A} &= c_{2A} - u_2 - v_A = 7 - 1 - 7 = -1 \\ x_{2B}: k_{2B} &= c_{2B} - u_2 - v_B = 11 - 1 - 8 = +2 \\ x_{3C}: k_{3C} &= c_{3C} - u_3 - v_C = 12 - (-3) - 10 = +5 \end{aligned}$$

MODI Çözüm Yöntemindeki İkinci Döngü (İterasyon)

	v_j	$v_A =$	$v_B =$	$v_C =$	
u_i	To	A	B	C	Supply
	From				
$u_1 =$	1	25	125	150	
$u_2 =$	2	175	175	175	
$u_3 =$	3	275	275	275	
	Demand	200	100	300	600

$$\begin{aligned}
 x_{1A}: \quad & u_1 + v_A = 6 \\
 & 0 + v_A = 6 \\
 & v_A = 6 \\
 x_{1C}: \quad & u_1 + v_C = 10 \\
 & 0 + v_C = 10 \\
 & v_C = 10 \\
 x_{2C}: \quad & u_2 + v_C = 11 \\
 & u_2 + 10 = 11 \\
 & u_2 = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_{3A}: \quad & u_3 + v_A = 4 \\
 & u_3 + 6 = 4 \\
 & u_3 = -2 \\
 x_{3B}: \quad & u_3 + v_B = 5 \\
 & -2 + v_B = 5 \\
 & v_B = 7
 \end{aligned}$$

İkinci İterasyon için Yeni u_i ve v_j Değerleri

	v_j	$v_A = 6$	$v_B = 7$	$v_C = 10$	
u_i	To	A	B	C	Supply
$u_1 = 0$	1	25	125	150	150
$u_2 = 1$	2	175	175	175	175
$u_3 = -2$	3	175	100	275	275
	Demand	200	100	300	600

$$c_{ij} - u_i - v_j = k_{ij}$$

$$x_{1A}: k_{1B} = c_{1B} - u_1 - v_B = 8 - 0 - 7 = +1$$

$$x_{2A}: k_{2A} = c_{2A} - u_2 - v_A = 7 - 1 - 6 = 0$$

$$x_{2B}: k_{2B} = c_{2B} - u_2 - v_B = 11 - 1 - 7 = +3$$

$$x_{3C}: k_{3C} = c_{3C} - u_3 - v_C = 12 - (-2) - 10 = +4$$

1. Develop an initial solution using one of the three methods available.
2. Compute u_i and v_j values for each row and column by applying the formula $u_i + v_j = c_{ij}$ to each cell that has an allocation.
3. Compute the cost change, k_{ij} , for each empty cell using $c_{ij} - u_i - v_j = k_{ij}$.
4. Allocate as much as possible to the empty cell that will result in the greatest net decrease in cost (most negative k_{ij}). Allocate according to the stepping-stone path for the selected cell.
5. Repeat steps 2 through 4 until all k_{ij} values are positive or zero.

Dengelenmemiş Ulaştırma Modeli (Talep > Arz)

From \ To	A	B	C	Supply
1	6	8	10	150
2	7	11	11	175
3	4	5	12	275
Dummy	0	0	0	50
Demand	200	100	350	650

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

27 / 62

Dengelenmemiş Ulaştırma Modeli (Talep < Arz)

From \ To	A	B	C	Dummy	Supply
1	6	8	10	0	150
2	7	11	11	0	175
3	4	5	12	0	375
Demand	200	100	300	100	700

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

28 / 62

Dejenerasyon Durumu

m sıra + n sütun - 1 = Yerleşim yapılabilecek hücre sayısı

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

29 / 62

Minimum Maliyetli Hücre Yöntemiyle Bulunan Başlangıç Çözümü

From \ To	A	B	C	Supply
1	6 100	8 50	10	150
2	7	11	11 250	250
3	4 200	5	12	200
Demand	200	100	300	600

m sıra + n sütun - 1 ; $3 + 3 - 1 = 5$ hücreye yerleşim yapılır.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

30 / 62

Başlangıç Çözümü

From \ To	A	B	C	Supply
1	0	100	50	150
2			250	250
3	200			200
Demand	200	100	300	600

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

31 / 62

$$\begin{aligned}
 & 2A \quad 2C \quad 1C \quad 1A \\
 x_{2A}: & 7 - 11 + 10 - 6 = 0 \\
 & 2B \quad 2C \quad 1C \quad 1B \\
 x_{2B}: & 11 - 11 + 10 - 8 = +2 \\
 & 3B \quad 1B \quad 1A \quad 3A \\
 x_{3B}: & 5 - 8 + 6 - 4 = -1 \\
 & 3C \quad 1C \quad 1A \quad 3A \\
 x_{3C}: & 12 - 10 + 6 - 4 = +4
 \end{aligned}$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

32 / 62

Atlama Taşı Yöntemi İkinci İterasyon

From \ To	A	B	C	Supply
1	6 100	8	10 50	150
2	7	11	11 250	250
3	4 100	5 100	12	200
Demand	200	100	300	600

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

33 / 62

Atama Modeli Örneği

Resmi Hakemlerin, Basketbol Maçlarının
Yapılacağı Bölgelere Olan Seyahat Mesafesi

Officials	Game Sites			
	RALEIGH	ATLANTA	DURHAM	CLEMSON
A	210	90	180	160
B	100	70	130	200
C	175	105	140	170
D	80	65	105	120

Her satırdaki minimum değer; satırda yer alan tüm değerlerden çıkarılır.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

34 / 62

Satır Azaltılması Sonucu Atama Tablosunun Son Durumu

Officials	Game Sites			
	RALEIGH	ATLANTA	DURHAM	CLEMSON
A	120	0	90	70
B	30	0	60	130
C	70	0	35	65
D	15	0	40	55

Her sütundaki minimum değer; sütunda yer alan tüm değerlerden çıkarılır.

Sütun Azaltılması Sonucu Atama Tablosunun Son Durumu

Officials	Game Sites			
	RALEIGH	ATLANTA	DURHAM	CLEMSON
A	105	0	55	15
B	15	0	25	75
C	55	0	0	10
D	0	0	5	0

Çizgi Testi ile Fırsat Maliyeti Tablosunun Elde Edilmesi

Officials	Game Sites			
	RALEIGH	ATLANTA	DURHAM	CLEMSON
A	105	0	55	15
B	15	0	25	75
C	35	0	0	10
D	0	0	5	0

Atamaların sayısı, satır veya sütunların sayısından düşük olduğu takdirde çizgi testi kullanılmalıdır.

Sıfırların bulunduğu satır ve sütunlar kesiştirilir ve geriye kalan sayılardan minimum olan değer (15) diğer kesişmeyen değerlerden çıkarılır.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

37 / 62

İkinci Aşamadaki İterasyon

Officials	Game Sites			
	RALEIGH	ATLANTA	DURHAM	CLEMSON
A	90	0	40	0
B	0	0	10	60
C	35	15	0	10
D	0	15	5	0

Söz konusu minimum değer (15) sıfırların bulunduğu satır ve sütunların kesiştiği noktalara ilave edilir.

Sonuçta fırsat maliyeti tablosunda sıfır değer alan noktalar seçimi yapılabilecek değerler setini oluşturur.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

38 / 62

<i>Assignment</i>	<i>Distance</i>
Team A → Atlanta	90
Team B → Raleigh	100
Team C → Durham	140
Team D → Clemson	<u>120</u>
	450 miles

<i>Assignment</i>	<i>Distance</i>
Team A → Clemson	160
Team B → Atlanta	70
Team C → Durham	140
Team D → Raleigh	<u>80</u>
	450 miles

Officials	Game Sites				
	RALEIGH	ATLANTA	DURHAM	CLEMSON	DUMMY
A	210	90	180	160	0
B	100	70	130	200	0
C	175	105	140	170	0
D	80	65	105	120	0
E	95	115	120	100	0

1. Perform row reductions by subtracting the minimum value in each row from all row values.
2. Perform column reductions by subtracting the minimum value in each column from all column values.
3. In the completed opportunity cost table, cross out all zeros, using the minimum number of horizontal or vertical lines.
4. If fewer than m lines are required (where $m =$ the number of rows or columns), subtract the minimum uncrossed value from all other uncrossed values, and add this same minimum value to all cells where two lines intersect. Leave all other values unchanged, and repeat step 3.
5. If m lines are required, the tableau contains the optimal solution and m unique assignments can be made. If fewer than m lines are required, repeat step 4.

ÖDEV – 2 Ulaştırma Modeli (Teslim Tarihi : 08.03.2007)

Üç farklı bölgede bulunan çelik üretimi gerçekleştiren fabrikaların üretim bilgileri aşağıdadır ;

<u>Bölge</u>	<u>Haftalık Üretim (ton)</u>
A	150
B	210
C	320
Toplam	680

Söz konusu şirketlerin sağladığı çelik dört farklı şehirdeki üretici tesislere sevkedilmektedir.

<u>Şehir</u>	<u>Haftalık Talep (ton)</u>
I	130
II	70
III	180
IV	240
Toplam	620

ÖDEV – 2 Ulaştırma Modeli (Teslim Tarihi : 08.03.2007)

Çeliğin ton başına nakliye maliyetleri ise aşağıdaki gibidir ;

Çelik Fabrikası	Ulaştırma Birim Maliyetleri (\$/ton)			
	Üretim Tesisleri			
	I	II	III	IV
A	14	9	16	18
B	11	8	7	16
C	16	12	10	22

Bu kapsamda, nakliye yapan firmaların grevde olması nedeniyle, "B" bölgesinden "III" nolu şehre ulaştırma yapılamamakta olduğu göz önüne alınarak;

- Ulaştırma tablosunu hazırlayınız ve başlangıç çözümü yapınız,
- Problemin başlangıç değerlerini MODI yöntemiyle çözünüz,
- Çoklu optimal sonuçlar var mıdır ? Açıklayınız ve varsa tanımlayınız,
- Problemi genel lineer programlama modeli olarak da formüle ediniz.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

43 / 62

ÖDEV – 2 Ulaştırma Modeli (Teslim Tarihi : 08.03.2007)

Bir çimento şirketi, ürettiği çimentoyu 3 farklı tesisten 3 farklı inşaat bölgesine sevk etmektedir. Her üç tesise ilişkin kapasite verileri ve bu tesislerden istenilen miktarlar ve birim ulaştırma maliyetleri (\$/ton) verilmektedir. Gerekli başlangıç ve çözüme yönelik Ulaştırma Modelini uygulayarak **optimal maliyet değerlerini ve çözümü bulunuz.**

Tesis	İnşaat Alanları (Ulaştırma Birim Maliyetleri (\$/ton))			Arz (Ton)
	A	B	C	
1	8	5	6	120
2	15	10	12	80
3	3	9	10	80
Talep (Ton)	150	70	60	280

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

44 / 62

ÖDEV – 1 Tamsayılı Programlama Ödevlerinin Değerlendirilmesi

<u>Çözümler</u>	<u>X1</u>	<u>X2</u>
DP gevşetilmiş	1.3	6.1
Tamsayılı prog.	1	5
Yuvarlanmış	1	6

• *Amaç fonksiyonunun değiştirilmemesi ve sonuçların X_1 ve X_2 'nin değerleri olduğu hususu*

($Z_{max.} = 1.3X_1 + 6.08X_2$ değil $Z_{max.} = 2X_1 + 3X_2$)

• *Soruda yuvarlanmış çözümün olurlu alan içerisinde olması gerektiği yazılmamıştır. Bu nedenle, cevap $(X_1:1, X_2:6)$ olup, söz konusu sonucun olurlu alan içerisinde bulunmadığının ifade edilmesi gereklidir.*