

BÖLÜM 5

ÇOKLU REGRESYON ANALİZİ: SEKK'NİN ASİMTOTİK ÖZELLİKLERİ

İÇİNDEKİLER

BÖLÜM 5: ÇOKLU REGRESYON ANALİZİ: SEKK'NİNE ASİMTOTİK ÖZELLİKLERİ

1. TUTARLILIK

2. ASİMTOTİK NORMALLİK VE BÜYÜK ÖRNEK ÇIKARIMI

3. SEKK'NİN ASİMTOTİK ETKİNLİĞİ

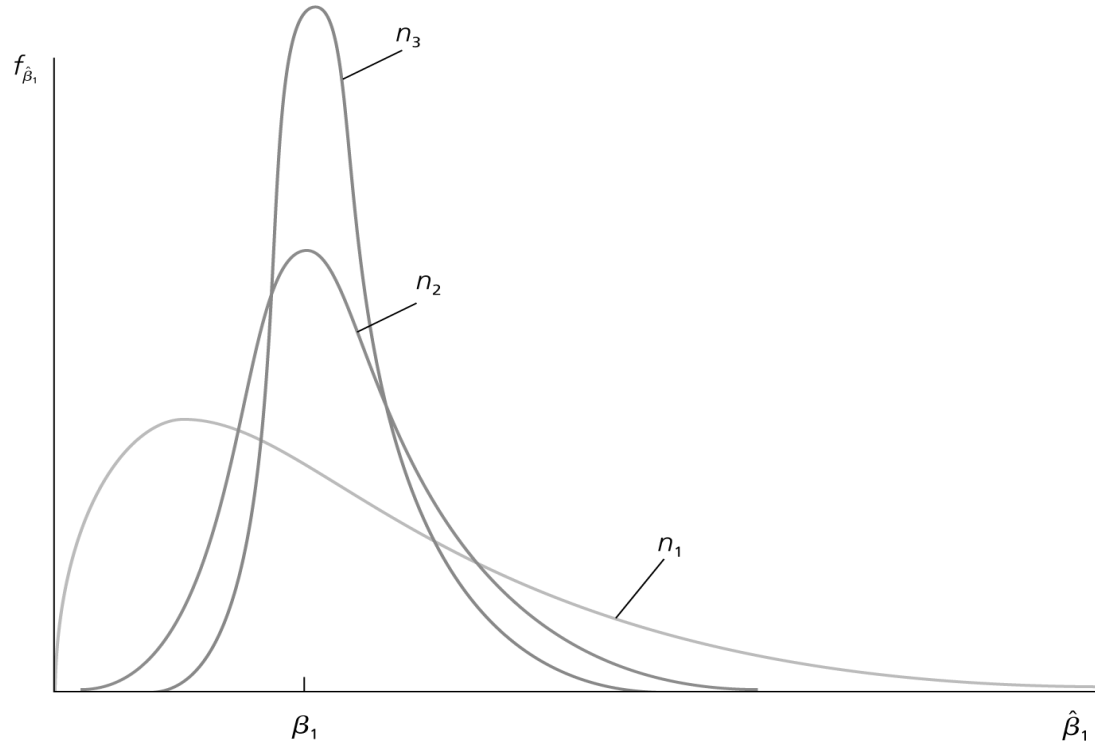
1. TUTARLILIK

Tahmincilerin sapmasızlığı, önemli olmasına karşın, her zaman gerçekleşmez.

Örneğin, üçüncü bölümde tartıştığımız gibi, çoklu regresyon modelinde regresyonun standart hatası, $\hat{\sigma}$, hata terimi u 'nun standart sapmasının, σ , sapmasız bir tahmincisi değildir.

ŞEKİL 5.1

$n_1 < n_2 < n_3$ örnek büyüklükleri için $\hat{\beta}_1$ 'in örnekleme dağılımları



Teorem 5.1 (SEKK'nin Tutarlılığı)

ÇDR.1-ÇDR.4 varsayımları altında \hat{b}_j, b_j 'nin tutarlı bir SEKK tahmincisidir, $j \in \{0, 1, \dots, k\}$ için.

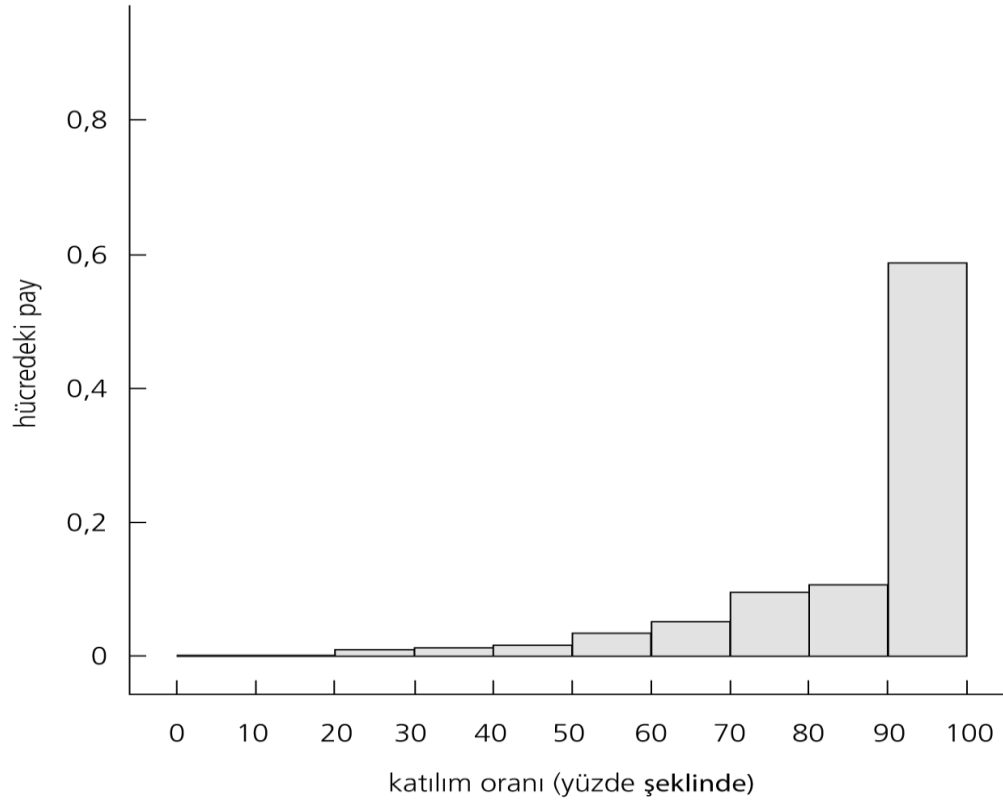
2. ASİMTOTİK NORMALLİK VE BÜYÜK ÖRNEK ÇIKARIMI

Tutarlılık önemli bir özelliktir ancak, tek başına istatistiksel çıkarım yapmamıza izin vermez. Sadece örneklem büyüklüğü arttıkça tahmincinin anakütle değerine yakınsadığının bilinmesi parametrelere ilişkin hipotez testleri yapmamıza izin vermez.

Test yapabilmek için SEKK tahmincilerinin örnekleme dağılımına da ihtiyacımız vardır.

ŞEKİL 5.2

401K.RAW'daki veriler kullanılarak *prate*'in histogramı



Teorem 5.2 (SEKK'nin Asimtotik Normalliği)

Gauss-Markov'un ÇDR.1-ÇDR.5 varsayımları altında,

(i) $\sqrt{n}(\hat{\beta}_j - \beta_j) \xrightarrow{d} \text{Normal}(0, \sigma^2/a_j^2)$ burada $\sigma^2/a_j^2 > 0$, $\sqrt{n}(\hat{\beta}_j - \beta_j)$ 'nin **asimtotik varyans**ıdır;

$(\hat{\beta}_j - \beta_j)$ eğim katsayıları için, $a_j^2 \stackrel{p}{\sim} \sum_{i=1}^n \hat{r}_{ij}^2$ olup, \hat{r}_{ij} , x_j 'nin diğer bağımsız değişkenler üzerine regresyonundan elde edilen artıklarıdır. Bu durumda, $\hat{\beta}_j$ 'ler asimtotik normal dağılıyor denir. (EK C'ye bakınız.)

(ii) $\hat{\sigma}^2, \hat{\sigma}^2 \stackrel{p}{\sim} \text{Var}(u)$ 'nun tutarlı bir tahmincisidir.

(iii) Her j için,

$$\sqrt{n}(\hat{\beta}_j - \beta_j)/\text{se}(\hat{\beta}_j) \xrightarrow{d} \text{Normal}(0,1).$$

5.7

Burada $\text{se}(\hat{\beta}_j)$ SEKK'nin alışılmış standart hatasıdır.

3. SEKK'NİN ASİMTOTİK ETKİNLİĞİ

Teorem 5.3 (SEKK'nin Asimtotik Etkinliği)

Gauss-Markov varsayımları altında \tilde{b}_j , (5.19) biçimindeki denklemleri çözen tahminçileri ve \hat{b}_j , SEKK tahminçilerini gösterebiliriz. Bu durumda $j = 1, 2, \dots, k$ için SEKK tahminçileri en düşük asimtotik varyansa sahiptirler: $\text{Avar} \sqrt{n} (\hat{b}_j - b_j) \leq \text{Avar} \sqrt{n} (\tilde{b}_j - b_j)$. (5.19)'daki tahminçilerin tutarlılığının gösterilmesinden sonra, onların asimtotik normal olduklarının gösterimi matematiksel olarak daha zordur.