Risk ve Belirsizlik Altında Karar Verme

Bölüm 3
Oyun Teorisi

KONU 6

Oyun Teorisi – Giriş

Karar analizleri ve karar ağaçları bölümünde yalnızca tek karar verici açısından konu irdelenmiştir.

Diğer ifadeyle, önceden herhangi bir **rekabet** söz konusu değildir.

Ancak gerçekte **rekabetin olmadığı bir çevrenin varlığı** çok **nadir** gözlemlenen bir olgudur. Birden fazla karar verici ortak getiriler üzerinde **en iyi ödeme değerlerine ulaşabilmeyi hedeflemektedir**.

Bu hedefler ise Oyun Teorisi'nin konusuna girmektedir.

Oyun Teorisi kapsamında **karar vericiler kazanmak için planlar geliştirmektedir**.

Oyun Teorisi – Giriş

Rekabet haindeki karar vericiler **"Oyuncular"** olarak adlandırılır.

İki oyuncudan oluşturulan oyuna ise; **"İki Kişilik Oyun"** şeklinde isimlendirmek mümkündür. Eğer oyunda "n" kişi bulunuyorsa, **"n-kişilik Oyun"** denilmektedir.

Oyunlar da kendi aralarında sınıflandırılabilir, örneğin; oyuncuların kazançları ve kayıpları toplamı sıfır olduğunda, **"Sıfır Toplamlı Oyun"** söz konusu olmaktadır.

Eğer bu toplam sıfıra eşit değilse yeni oyun, **"Sıfır Toplamlı Olmayan Oyun"** olarak adlandırılır.

Oyun Teorisi – Sıfır Toplamlı Oyun

Bazı Uygulama Alanları:

1) Sendika, işveren ve hükümetin pazarlığını yaptığı işçi ücretleri
2) Ülkeler arası savaş stratejileri
3) Politikacılar arası seçim stratejileri
4) Firmaların Pazar payı arttırma stratejileri
5) Sporcu ve kulüp arasındaki transfer görüşmesi
6) İhalelerde teklif verme stratejileri
7) Satınalma politikaların tespiti
8) Yeni ürünler arası seçim yapılması

Oyun Teorisi – Sıfır Toplamlı Oyun

İki kişilik oyunda **kazancını maksimize** etmeye çalışan kişi **saldırgan** olan taraftır. **Kaybını minimize** etmeye çalışan taraf ise; **savunma** yapan kişidir.

İki rakip firmanın birbirlerine karşı geliştirdiği stratejileri inceleyelim.

A Firması'nın Stratejileri ($)	B Firması'nın Stratejileri ($) B1	B2	B3	B4
A1	**40** (+)	34	**30** (x)	33
A2	38	**35** (+)(x)	36	37
A3	**28** (x)	33	**37** (+)	**38** (+)

*(x) : **Maximin strateji** ; A, sıra değerlerinin minimumunu alıp içinden maksimumunu seçer*
*(+) : **Minimax strateji** ; B, sütun değerlerinin maksimumunu alıp içinden minimumu seçer*

Oyun Teorisi – Sıfır Toplamlı Oyun *(Maximin Strateji)*

A oyuncusu 1. stratejiyi oynadığında; B oyuncusu 1. stratejiyi oynarsa 40 $, 2. ,3. ve 4. stratejiler için sırasıyla 34 $, 30 $ ve 33 $ kazanacaktır. Matrisin diğer unsurları da benzer şekilde irdelenebilir. Her oyuncu, **karşısındaki oyuncunun kendine göre en iyi davranışı** gerçekleştireceğini varsaymalıdır.

A oyuncusu *(Maximin Strateji)*;

*a) **1. stratejiyi** oynadığında, **B'nin** en düşük değere sahip **3. stratejiyi (30$),***

*b) **2. stratejiyi** oynadığında, **B'nin 2. stratejiyi (35$),***

*c) 3. **stratejiyi** oynadığında ise; **B'nin 1. stratejiyi (28$)** oynayacağını*

varsaymaktadır.

Oyun Teorisi – Sıfır Toplamlı Oyun (*Minimax Strateji)*

Tam tersinden yapılacak bir analizle,

B oyuncusu *(Minimax Strateji)*;

a) ***1. stratejiyi*** *oynadığında,* ***A'nın*** *en yüksek değere sahip* ***1. stratejiyi (40$),***

b) ***2. stratejiyi*** *oynadığında,* ***A'nın da 2. stratejiyi (35$),***

c) 3. ***stratejiyi*** *oynadığında ise;* ***A'nın 3. stratejiyi (37$),***

d) 4. ***stratejiyi*** *oynadığında ise;* ***A'nın yine 3. stratejiyi (38$)*** *oynayacağını*

varsaymaktadır.

.

Oyun Teorisi – Sıfır Toplamlı Oyun *(Denge Durumu)*

Denge noktası; A oyuncusunun **maximin A_i** , B ise **minimax B_j** stratejileri ile hareket ettiğinde oyuncuların **stratejilerinin üst üste geldiği durumu** temsil eder.

Bu noktada iki strateji de dengeye gelmiştir. Kısaca, karar vericiler **risklerini minimize** etmişlerdir veya **emniyet düzeylerini maksimize** etmişlerdir.

Denge durumundaki çakışan strateji'nin **(A_i,B_j)** değeri örneğimizde **35 $** olarak ifade edilebilir.

Oyun Teorisi – Baskın Stratejiler

B oyuncusu 4. stratejiyi hiçbir zaman tercih etmez. Bunun nedeni; A oyuncusun her stratejisinde (A_i); B3 stratejisini B4'e tercih edecek olmasıdır.

Böylece, B4 stratejisi, B3 stratejisi tarafından domine edileceğinden, B'nin 4. stratejisi oyun dışı kalacaktır.

A Firması'nın Stratejileri ($)	B Firması'nın Stratejileri ($)			
	B1	**B2**	**B3**	**B4**
A1	**40 (+)**	34	**30 (x)**	33
A2	38	**35 (+)(x)**	36	37
A3	**28 (x)**	33	**37 (+)**	**38 (+)**

Oyun Teorisi – Baskın Stratejiler

A Firması'nın Stratejileri ($)	B Firması'nın Stratejileri ($)			
	B1	**B2**	**B3**	**B4**
A1	**42**	**34**	**30**	33
A2	**28**	**35**	**36**	37
A3	28	33	35	30

Sıfır toplamlı iki kişilik oyunlarda denge noktası bulunmadığında, oyuncular ayrıca bir **satır veya sütundaki değerleri diğer satır veya sütun değerleriyle karşılaştırır**.

Satırdaki değerler A oyuncusunun stratejileridir; sıradaki değerler diğer sıradaki değerlerden büyük veya eşit olduğunda ***büyük/eşit* olan sıra baskın strateji** olarak benimsenecektir *(Her A_i için B3; B4'e tercih edilir).*

Bu mantık içerisinde hiçbir zaman benimsenmeyecek olan stratejiler ise, zayıf stratejiler olup, oyun matrisi dışında tutulur. Benzer bir yaklaşımla ancak tam tersinden hareketle, sütunlardaki zayıf stratejiler çıkarılarak daha az elemanlı olan **sadeleştirilmiş bir oyun matrisi** elde edilir *(Her B_i için A2; A3'e tercih edilir).*

Sonuçta, baskınlık kurulan stratejiler **(domine edilen) oyun dışına çıkarılarak oyun matrisinin basitleştirilmesi** sağlanır.

Oyun Teorisi – Denge Durumu'nun Yokluğu

A Firması'nın Stratejileri ($)	B Firması'nın Stratejileri ($) B1	B2
A1	5 (x)	35 (+)
A2	20 (+)	10 (x)

Denge olan bir oyunda **her oyuncu diğerinin stratejisini bildiğinde stratejisini değiştirerek daha iyi sonuca ulaşabilmektedir**. Ancak, denge noktası olmadığında bu durum oluşamaz.

A oyuncusu'nun **Maximin** stratejisi **2. strateji** olduğunda; **B**'nin **Minimax** stratejisi **1. strateji** olmaktadır. Kısaca **denge noktası yoktur**.

Oyun Teorisi – Karma Stratejiler

Oyuncunun sadece Ai veya Bj'yi seçmesine **"Arı Strateji"** denilir. Karma stratejide ise oyunda söz konusu olan stratejilerin kombinasyonları göz önüne alınmaktadır.

Her iki oyuncu da karşısındakinin **stratejisini bilse dahi kendi stratejisinden vazgeçmeyecektir**. Bu durumda, **A karma Maximin strateji**'yi, **B** de **karma Minimax stratejiyi** benimsemektedir.

Karma stratejilerle tek bir değer olarak belirlenen stratejiye **"Oyunun Değeri (V)"** denilir.

Oyun Teorisi – Karma Stratejiler

A'nın **karma Maximin stratejisi V'yi minimum değerlerin maksimumu** olacak şekilde seçer.

B'nin **karma Minimax stratejisi** ise; A'nın beklenen değerinin **V'yi geçmesini engelleyecektir**. Buradan hareketle, **iki tarafın** da **dengeye** geldiği **nokta oyunun değeri "**V" olmaktadır.

Karma stratejide A'nın seçenekleri $A_1, \ldots A_m$

$$\Sigma X_i = 1$$

$X_1, \ldots X_m$ olasılıklarında "m" sonuçlu olasılık sürecinde "i" sonucu A_i seçilir.

A'nın karma stratejisi; Ai için Xi=p(Ai) olasılıkla seçildiği (X1,...Xm) olasılık setinden oluşur. Karma stratejide **en az iki olasılık sıfırdan büyük** olmaktadır. Ancak, "Arı strateji"de bir olasılık 1'e eşittir, diğerleri hep sıfırdır.

Oyun Teorisi – Karma Stratejiler

*Arı stratejilerde denge noktası bulunmadığında, karma stratejilerle oyuncuların **emniyet düzeyleri yükseltilebilir**.*

Ancak, karma strateji,arı strateji gibi oyuncuya kesin bir emniyet sağlamaz, çünkü olasılıklar söz konusudur.

A Firması'nın Stratejileri ($)	B Firması'nın Stratejileri ($) B1	B2
A1	5 (x)	35 (+)
A2	20 (+)	10 (x)

A oyuncusunun 1. ve 2. stratejileri oynama olasılığı eşit olduğunda,

B oyuncusu;

1. Stratejiyi oynadığında oyunun değeri;

V = 5. (0,5) + 20.(0,5) = **12,5**

2. Stratejiyi oynadığında ise oyunun değeri;

V = 35. (0,5) + 10.(0,5) = **27,5**

Her iki değer de A oyuncusunun Maximin stratejisinin değerinden (10) büyüktür.

Oyun Teorisi – Karma Stratejiler

Her oyuncu için kendi emniyet düzeyini en iyi seviyeye getiren karma stratejiyi benimsemelidir.

B, 1. stratejiyi seçtiğinde A'nın beklenen kazancı; **$5 X_1 + 20 X_2$**

B, 2. stratejiyi seçtiğinde A'nın beklenen kazancı; **$35 X_1 + 10 X_2$**

Beklenen değerleri eşitlersek; **$5 X_1 + 20 X_2 = 35 X_1 + 10 X_2$**

$$X_1 + X_2 = 1$$

$X_1 = 0,25$ ve **$X_2 = 0,75$** bulunur.

Oyunun değeri;

1. Strateji için; V = 5.(0,25) + 20.(0,75) = **16,25**

2. Strateji için; V = 35.(0,25) + 10.(0,75) = **16,25**

Oyun Teorisi – Karma Stratejiler

Konuya B oyuncusu için baktığımızda; B'nin karma stratejileri; $B_1,...B_n$

- **Σyi = 1**

$y_1,... y_n$ olasılıklarında "n" sonuçlu olasılık sürecinde "j" sonucu B_j seçilir.
B'nin karma stratejisi; B_j'nin için $y_j=p(B_j)$ olasılıkla seçildiği $(y_1,...y_n)$ olasılık setinden oluşur.

Soruna B youncusu açısından bakarsak, A 1. stratejiyi seçtiğinde B'nin beklenen kaybı; **$5 y_1 + 35 y_2$**

A, 2. stratejiyi seçtiğinde B'nin beklenen kaybı; **$20 y_1 + 10 y_2$**

Beklenen değerleri eşitlersek; **$5 y_1 + 35 y_2 = 20 y_1 + 10 y_2$**

$$y_1 + y_2 = 1$$

$y_1 = 0,625$ ve **$y_2 = 0,375$** bulunur.

Oyunun değeri;

1. Strateji için; V = 5.(0,625) + 35.(0,375) = **16,25**

2. Strateji için; V =20.(0,625) + 10.(0,375) = **16,25**