

ÇOKLU REGRESYON MODELİ

Bölüm 1

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

1

ÇOKLU REGRESYON MODELİ

- Ekonomi ve işletmecilik alanlarında herhangi bir bağımlı değişkeni tek bir bağımsız değişken ile açıklamak mümkün değildir. Ekonomik modeller, genellikle birden fazla sebebin sonucudurlar. Çok fazla sayıda değişken bir araya gelerek bir diğer değişkeni etkileyebilmektedirler. Bu değişkenler aynı zamanda kendi aralarında da birbirlerini etkileyebilmektedir. Bu sebeple, bu tür birden fazla değişkenin kullanılması gereken durumlarda tekli regresyon analizi yapılması mümkün değildir. Birden fazla bağımsız değişken kullanılarak yapılan regresyon analizine "çoklu regresyon analizi (multiple regression analysis)" adı verilmektedir.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

2

.....

- X_i 'ler bağımsız değişkenleri ve Y de bağımlı değişkeni göstermek üzere en genel çoklu regresyon denklemi;

$$Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_kX_k + e_i$$
$$= a_0 + \sum a_r X_r + e_i$$

- Çoklu regresyon modelleri de EKK kullanılarak çözülebilir. Tekli regresyonda olduğu gibi tahmini denklem kurularak diğer hesaplamalar yapılır.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

3

İki bağımsız değişkenli modelin EKK ile çözümü:

- Üzerinde hesaplama yapacağımız model iki bağımsız değişken (X_2 ve X_3) ile bir bağımlı değişken (Y) içeren

$$Y = a + bX_2 + cX_3 + e_i$$

modeli olacaktır. Bu regresyon denkleminde ait tahmin modeli:

$$\hat{Y} = \hat{a} + \hat{b}X_2 + \hat{c}X_3$$

Burada e_i hata terimi:

$$e_i = Y - \hat{Y}$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

4

Katsayıların hesaplanması:

- Çoklu regresyon modelinde de tıpkı tekli modelde olduğu gibi katsayılar hesaplanırken bağımsız değişkenlerin ortalamadan sapmaları kullanılmaktadır. Aşağıda sırası ile b,c ve a katsayılarının nasıl tahmin edileceğine ait formüller verilecektir. Formüller için kullanılacak x_i ve y değerlerinin eşiti olan ifadeler yazılmıştır.($i=1,2,3$)

$$x_i = X_i - \bar{X}_i$$

$$y = Y - \bar{Y}$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

5

$$\hat{b} = \frac{(\sum y \cdot x_2)(\sum x_3^2) - (\sum y \cdot x_3)(\sum x_2 \cdot x_3)}{(\sum x_2^2)(\sum x_3^2) - (\sum x_2 \cdot x_3)^2}$$

$$\hat{c} = \frac{(\sum y \cdot x_3)(\sum x_2^2) - (\sum y \cdot x_2)(\sum x_2 \cdot x_3)}{(\sum x_2^2)(\sum x_3^2) - (\sum x_2 \cdot x_3)^2}$$

$$\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}\bar{X}_2 - \hat{c}\bar{X}_3$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

6

.....

- Regresyon katsayıları hesaplanıp regresyon tahmin modeli kurulduktan sonra belirlilik katsayısı olan R^2 hesaplanır. Bu sayede katsayıların anlamlılığı, modelin uygunluğu gözlemlenecektir. Genel çoklu regresyon modeli için R^2 hesabı; (b,c,..,z katsayılar x_i ler de tanımlanan değerlerdir)

$$R^2 = \frac{\hat{b} \cdot \sum y \cdot x_2 + \hat{c} \cdot \sum y \cdot x_3 + \dots + \hat{z} \cdot \sum y \cdot x_k}{\sum y^2}$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

7

Düzeltilmiş R^2 :

- R^2 belirlilik katsayısı çoklu modellerde genellikle yeterli değildir. Çünkü çoklu regresyon modelleri için denkleme yeni değişken ilave edilmesi durumunda R^2 değeri genellikle artmaktadır. Bu yüzden anlamlı bir test yapabilmek için çoklu__modellerde düzeltilmiş R^2 hesaplanmalıdır. (R^2)

n:gözlem sayısı k:modeldeki değişken sayısı (*bağımsız değişken+bağımlı değişken*)

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

8

.....

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - k}$$

- Tekli regresyon modellerinde olduğu gibi belirlilik katsayısı 1'e ne kadar yakın ise mevcut olan model o kadar uygundur(anlamlıdır).

.....

- Modelde tahmin edilen katsayıların güvenilirliği standart hata ve varyansın küçüklüğüne bakılarak test edilir. Bu bize tahmin değerlerinin gerçek değerlere uygunluğu için kısmen bir oran vermektedir.
- Regresyon modelindeki bağımsız değişkenlerin katsayıları modelin durumu, anlamlılığı, gücü hakkında bilgi verdiği halde bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkinin yönünü ve kuvvetini göstermemektedir. Bu nedenle korelasyon analizi ile bağımlı ve bağımsız değişken veya değişkenler arasındaki ilişkiyi ölçeriz.
- Görüldüğü gibi eklenen yeni değişkenlere ilişkin ufak uyarlamalar ile çoklu regresyon modelleri de tekli regresyon modellerine benzer işlemler ile yorumlanabilmektedir.