

ÖRNEK UYGULAMA ÇÖZÜMÜ

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

1

Çözüm: (a)

- $Y_i = a_0 + a_1 X_i + e_i$ $n=8$ ve $i=1,2,\dots,8$

$$\left. \begin{array}{l} Y_1 = a_0 + a_1 X_1 + e_1 \\ \dots \\ Y_8 = a_0 + a_1 X_8 + e_8 \end{array} \right\} \longrightarrow$$

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} 165 \\ 167 \\ \dots \\ 163 \end{bmatrix} \quad \underline{\beta} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & 163 \\ 1 & 164 \\ \dots & \dots \\ 1 & 166 \end{bmatrix} \quad \underline{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_8 \end{bmatrix}$$

$$\underline{Y} = \underline{\beta} X + \underline{e}$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

2

Çözüm: (b)

$$\underline{\hat{\beta}} = (X'X)^{-1} X'Y \longrightarrow$$

$$X'X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_1 & X_2 & \dots & X_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & \sum X_i \\ \sum X_i & \sum X_i^2 \end{bmatrix}$$

$$(X'X)^{-1} = \frac{1}{8\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \begin{bmatrix} \sum X_i^2 & -\sum X_i \\ -\sum X_i & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 429.3699 & -2.5723 \\ -2.5723 & 0.0154 \end{bmatrix}$$

$$X'Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_1 & X_2 & \dots & X_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum Y_i \\ \sum X_i Y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1337 \\ 223155 \end{bmatrix}$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

3

....

$$\underline{\hat{\beta}} = (X'X)^{-1} X'Y = \begin{bmatrix} 56.1965 \\ 0.6647 \end{bmatrix} \longrightarrow$$

$$\hat{Y}_i = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 X_i = 56.1965 + 0.6647 X_i$$

$$\hat{Y} = X \hat{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 163 \\ \dots & \dots \\ 1 & 166 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 56.1965 \\ 0.6647 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 167.54 \\ \dots \\ 166.55 \end{bmatrix}$$

$$\hat{e} = Y - \hat{Y} = \begin{bmatrix} 0.43 \\ \dots \\ -3.55 \end{bmatrix} \Rightarrow \sum \hat{e}_i = -0.02 \cong 0$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

4

ÇÖZÜM: (c-d)

- X= 169 cm ise modelde yerine yazılırsa

$$\hat{Y} = 56.1965 + 0.6647X \cong 168.53cm.$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum Y_i = \frac{1}{8} 1337 = 167.125$$

- İlgili değerleri bulup anova tablosunu oluşturursak:

$$SST = \sum Y_i^2 - n\bar{Y}^2 \cong 59$$

$$SSE = \sum e_i^2 = 30.21$$

$$SSR = \sum \hat{Y}_i^2 - n\bar{Y}^2 = SST - SSE = 28.79$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

5

Anova tablosu:

Kaynak	Sd	SS	MS	F
Model	2-1=1	28.79	28.79/1	28.79/5.0 35
Artık	8-2=6	30.21	30.21/6	
Toplam	8-1=7	59		

- $R^2 = SSR/SST = 0.48796$ o halde Y' ler içindeki değişimin yaklaşık olarak %49'u model tarafından açıklanmaktadır.
- Babaların boyu 1cm arttığı zaman çocukların boyu da 0.6647cm artmaktadır. Ayrıca babaların boyu sıfır iken çocukların boyu 56.1965cm olabilmektedir.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

6