

# TEKLİ REGRESYON ANALİZİ (EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ)

## Proje ve Uygulama Çalışması

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

1

## Ürün Satış Tahmininin Yapılması

Bu çalışmada, aşağıda sunulan örneğimiz için ilgili doğrusal regresyon modelini kurarak belirli bir güven aralığında 25 defa telefonla aranması durumundaki ürün satışı tahminini yapalım. Veri seti aşağıda yer almaktadır. Öncelikle En Küçük Kareler yöntemiyle regresyon modeli oluşturulur ve ardından her parametrenin standart hata değerleri hesaplanacaktır.

Satış elemanı	Telofonla yapılan arama sayısı	Satış yapılan ürün adeti
Ali	14	28
Veli	35	66
Ayşe	22	38
Gül	29	70
Hüsnü	6	22
Necati	15	27
Zehra	17	28
Fatma	20	47
Zeynep	12	14
Ahmet	29	68

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

2

## Katsayılar için gerekli değerler;

- Bir tablo ile her bir gözlem için

Satış elemanı	Telofonla yapılan arama sayısı(X)	Satış yapılan ürün adeti (Y)	X <sup>2</sup>	XY	Y <sup>2</sup>
Ali	14	28	196	392	784
Veli	35	66	1225	2310	4356
Ayşe	22	38	484	836	1444
Gül	29	70	841	2030	4900
Hüsnü	6	22	36	132	484
Necati	15	27	225	405	729
Zehra	17	28	289	476	784
Fatma	20	47	400	940	2209
Zeynep	12	14	144	168	196
Ahmet	29	68	841	1972	4624
<b>TOPLAM</b>	<b>199</b>	<b>408</b>	<b>4681</b>	<b>9661</b>	<b>20510</b>

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

3

## Katsayıları hesaplırsak;

$$\hat{b} = \frac{n(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{n(\sum X^2) - (\sum X)^2}$$

$$= \frac{10(9661) - (199)(408)}{10(4681) - (199)^2}$$

$$= 2.1387$$

$$\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}X$$

$$= 40,8 - 2,1387(19,9)$$

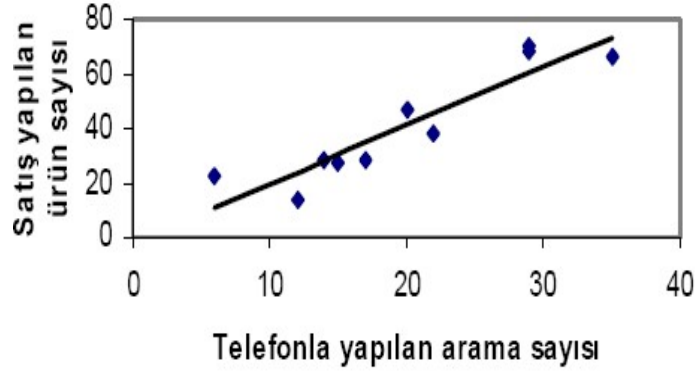
$$= -1,706$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

4



$$\hat{Y} = -1,7601 + 2,1387 X$$



5

## Regresyon katsayılarının tahmininde standart hatanın belirlenmesi:

- Regresyon doğrusu etrafında gözlenen değerlerinin nasıl/ ne kadar yayıldığını gözlemlemeye yarayan sayıdır. Tahmin için standart hata  $s_{yx}$  olarak gösterilir.
- Katsayıları hesaplayarak kurduğumuz modelin güvenilirliği bir başka deyişle bu modelin popülasyonu ne kadar gerçekçi olarak temsil ettiği örnekleme ait standart hatanın hesaplanması ile ölçülür.
- Standart hatalar bulunan katsayı değerlerinden küçük olmalıdır. s ile gösterilirler.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

6

## Katsayılara ait standart hataların hesaplanması:

- Birinci katsayı olan sabit değere (a) ilişkin standart hata;

$$s(\hat{a}) = \sqrt{\text{var}(\hat{a})}$$

$$\text{var}(\hat{a}) = \frac{\sum X^2}{n \sum (X - \bar{X})^2}$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

7

.....

- İkinci katsayı olan eğime (b) ait standart hata

$$s = \sqrt{\frac{\sum e^2}{n-2}} \text{ olmak üzere ;}$$

$$s(\hat{b}) = \sqrt{\text{var}(\hat{b})}$$

$$\text{var}(\hat{b}) = \frac{s^2}{\sum (X - \bar{X})^2}$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

8



- Tahminin standart hatası Y bağı X olmak üzere  $s_{YX}$ ;

$$s_{YX} = \sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{n - 2}}$$

- Gözlem sayısının çok fazla olduğu durumlarda standart hata şu şekilde de hesaplanabilir:

$$s_{YX} = \sqrt{\frac{\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n} - \frac{(\sum XY)^2}{n}}{n - 2}}$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

9

### Örnek:

- Az önce belirlediğimiz regresyon modeli için standart hatayı hesaplayalım:

$$\hat{Y} = -1,7601 + 2,1387X$$

Satış elemanı	Telofonla yapılan arama sayısı(X)	Satış yapılan ürün adedi (Y)	Tahmini satılan ürün adedi (Y')	(Y-Y')	(Y-Y') <sup>2</sup>
Ali	14	28	28,1817	-0,1817	0,033
Veli	35	66	73,0944	-7,0944	50,3305
Ayşe	22	38	45,2913	-7,2913	53,1631
Gül	29	70	60,2622	9,7378	94,8247
Hüsnü	6	22	11,0721	10,9279	119,4190
Necati	15	27	30,3204	-3,3204	11,0251
Zehra	17	28	34,5978	-6,5978	43,5310
Fatma	20	47	41,0139	-5,9861	35,8334
Zeynep	12	14	23,9043	-9,99043	98,0952
Ahmet	29	68	60,2622	7,7378	59,8735
<b>TOPLAM</b>	<b>199</b>	<b>408</b>		<b>0</b>	<b>566,1285</b>

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

10

- Bulunan değerler

$$s_{yx} = \sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{n-2}}$$

Formülünde yerleştirilirse standart hata şu şekilde bulunur:

$$s_{y.x} = \sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{566,1287}{10-2}} = 8.412$$

## Modelin belirlilik katsayısının hesaplanması:

- Kurduğumuz regresyon modelindeki gözlem değerlerinin modele uyumluluğunu belirlilik katsayısı ile ölçebiliriz. Belirlilik katsayısı  $R^2$  ile gösterilir.
- $R^2$  bağımlı değişkendeki değişimin % kaçının bağımsız değişken tarafından açıklandığını gösterir.
- O halde  $R^2$  1'e yaklaştıkça modelin uygunluğu artar. ( $0 \leq R^2 \leq 1$ )  $R^2$  ise modelde dışlanan değişken yoktur.



$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 - \sum_{i=1}^n e_i^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

13

## Güven aralığının hesaplanması:

- Güven aralığı hesaplanırken gözlem sayısı dikkate alınarak uygun olan test seçilir. Test seçiminde eğer gözlem sayısı  $n < 30$  ise t testi,  $n \geq 30$  ise z testi kullanılmalıdır.
- Güven aralığı hesabı için ilgili teste ait tablo değerleri daha önceki konularımızda işlendiği gibi bulunup kullanılacaktır.
- Güven aralığı bir eşitsizlik şeklinde bulunacaktır. Buna göre eşitsizliğin ilk kısmı (küçük değer) alt sınır, ikinci kısım (büyük değer) ise üst sınırdır.
- Belirli bir anlamlılık seviyesi ( $\alpha$ ) üzerinden güven aralığı tespit edilir.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

14



- Regresyon tahmin modeli için ilgili güven aralığı;
  - t testi df:n-2 serbestlik düzeyine/risk derecesine göre bulunmalıdır.
  - t yerine gözlem sayısı  $n \geq 30$  olduğunda z değeri gelmelidir
  - İfadenin pay kısmında yer alan X değeri soru içerisinde seçilmiş olan özel bir değerdir.

$$\hat{Y} \pm t(s_{YX}) \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X - \bar{X})^2}{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}}$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

15

## Örnek Uygulama

- Aynı örneğimiz için 25 kez telefonla arama yapan satış uzmanlarının sattığı ürün sayısının güven aralığını %95 güven aralığında hesaplayalım.

$$X=25$$

$$df=n-2=10-2=8$$

$$\alpha=0.05 \text{ için } t_{\text{tablo}}=2.306$$

$$s_{YX}=8.412$$

$$\hat{Y} = -1,7601 + 2,1387$$

$$\hat{Y} = 51,7074$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

16





$$Y' \pm t(s_{y,x}) \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X - \bar{X})^2}{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}} = 51,7074 \pm 2,306(8,412) \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{(25 - 19,9)^2}{4681 - \frac{(199)^2}{10}}}$$



(44.5516 , 58.8632)

modele ilişkin güven aralığı olarak bulunur.