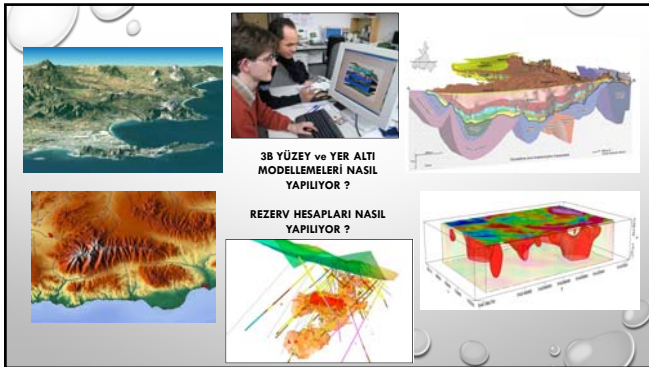


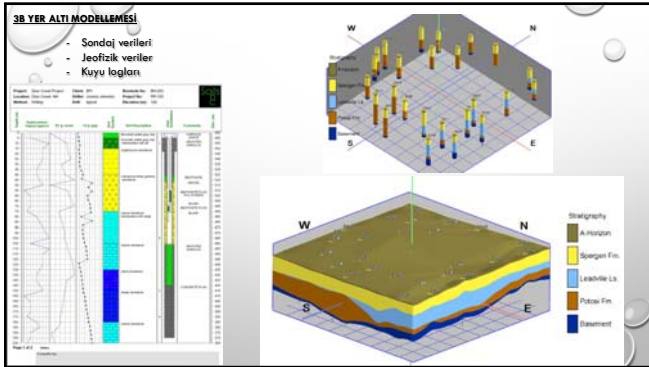
ARA DEĞER KESTİRİM (İTERPOLASYON) YÖNTEMLERİ VE MADEN YATAKLARINA UYGULANMASI

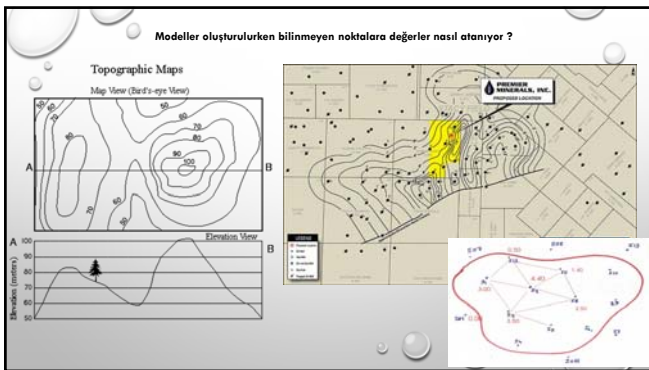
GEO405 JEOLOJİ MÜHENDİSLİĞİNDE TASARIM

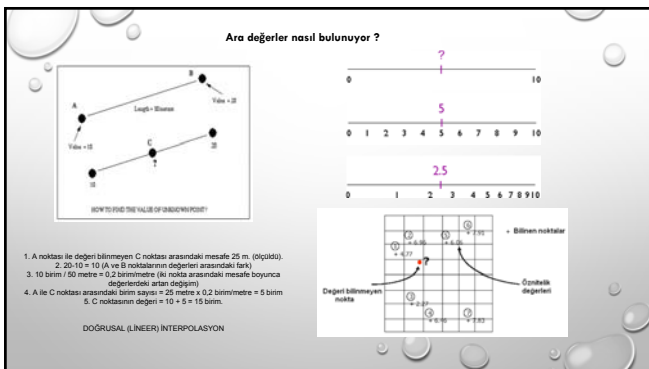
DR. SİNAN AKISKA











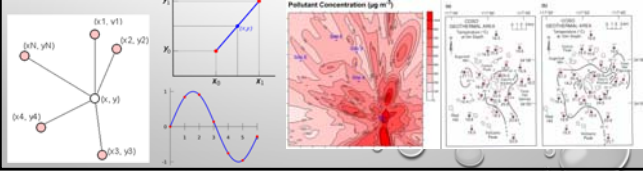
İnterpolasyon Nedir ?

Herhangi bir katmandaki bilinmeyen noktaların öznelik değerlerinin, bilinen noktaların öznelik değerleri kullanılarak bulunması işlemidir.

Daha da basit bir ifadeyle bilinen değerler yardımı ile bilinen değerler arasındaki bilinmeyen bir değeri bulma işlemidir.

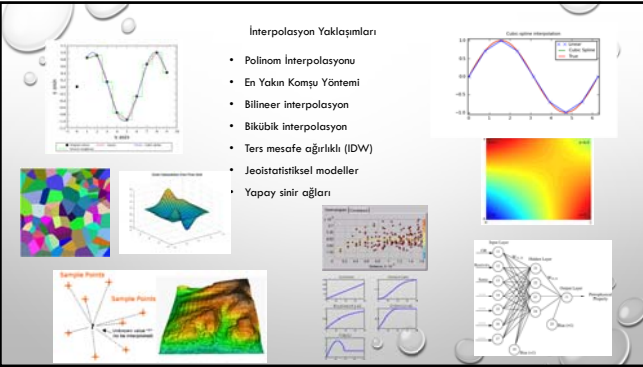
Öznelik değeri;

Yükseklik, kalorifik değer, kirlilik, % nem, % küllü, %Pb, Au(ppm), kalınlık, cevher tavan ve taban yükseklikleri vb. değerlerdir.



İnterpolasyon Yaklaşımları

- Polinom İnterpolasyonu
- En Yakın Komşu Yöntemi
- Bilineer İnterpolasyon
- Bıküçük İnterpolasyon
- Ters mesafe ağırlıklı (IDW)
- Jeostatistiksel modeller
- Yapay sinir ağları



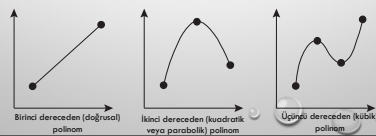
Polinom İnterpolasyonu

n. dereceden bir polinomun genel ifadesi :

$$P(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \dots + a_n \cdot x^n$$

(n+1) adet nokta için, bütün noktalardan geçen ve n. dereceden olan sadece tek bir polinom vardır (örn. iki noktayı bir doğru (yani birinci dereceden polinom) ya da üç noktayı sadece bir parabol (yani ikinci dereceden polinom) birleştirir). (n+1) noktadan geçen n. dereceden sadece bir polinom olmasına karşın, bu polinomu ifade edebilmek için birçok matematik ifade vardır.

Burada bahsedilen polinomlar dışında Newton'un bölünmüş fark interpolasyonu, Lagrange polinom interpolasyon, Spline polinom interpolasyonu vb. polinom interpolasyon türleri de bulunmaktadır.



Doğrusal (Lineer) İnterpolasyon

$x_0 = 0, x = 25, x_1 = 50, y_0 = 10, y_1 = 20 \Rightarrow y = ?$
 $y = y_0 + (y_1 - y_0) \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$
 $y = 10 + (20 - 10) \frac{(25 - 0)}{(50 - 0)}$
 $y = 15 \text{ birim}$

Uygulama-1

t (s)	V(m/s)
0	0
10	56
15	72
20	88
25	96
30	110

Yan tarafta bir aracın zamana bağlı hız değerleri görülmektedir. Bu aracın 18. saniyedeki hızını **lineer (doğrusal) interpolasyon** yöntemi ile bulunuz.

$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$
 $y = y_0 + (y_1 - y_0) \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$

Kuadratik İnterpolasyon

Eğer bir düzlem üzerinde üç nokta var ise bu noktalardan geçen ve ikinci dereceden (kuadratik) olan yalnız bir polinom vardır.

$f_2(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + b_2(x - x_0)(x - x_1)$

$b_0 = f(x_0)$
 $b_1 = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
 $b_2 = \frac{\frac{f(x_2) - f(x_0)}{x_2 - x_0} - \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}}{x_2 - x_0}$

Uygulama-2

Aralarında 50'şer metre mesafe olan üç noktadan sırasıyla 140, 120 ve 160 metre eş yükseltili eğrileri geçmektedir. Başlangıç noktasını sıfır kabul edersek, 80. metreden hangi eş yükseltili eğrisinin geçtiğini **kuadratik interpolasyon** yöntemi ile hesaplayınız.

Ters Mesafe Ağırlıklı Yöntem

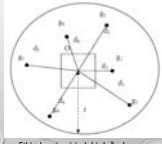
Bu yöntem en sık kullanılan ve en basit interpolasyon yöntemlerinden biridir. Bilinmeyen noktalara öznelik değer atanırken, öznelik değerleri bilinen noktalara yakın olanlara daha fazla, uzak olanlara ise daha az ağırlık değerleri verilerek hesaplama yapılır. Böylelikle interpolasyon yapılmış yakın noktaların değerlerinin etkisi daha fazladır.

Tahminde kullanılan ağırlıklar mesafeye ters orantılı olarak herhangi bir üs ile ifade edilir. Bu değer öznelikle doğrusallığın öz olduğu durumlarda daha yüksek tutulur. Örneğin bu üs değeri (p) = 2 ise **mesafenin karesi ile ters orantılı** denir.

Burada diğer bir önemli alan ise etki alanının ya da etki edecek eleman sayısının da belirlenmesidir. Böylelikle öznelik değeri hesaplanacak noktaya hangi mesafeden daha yakın noktalar baz alınarak hesaplama yapılabilir ya da kaç adet noktanın değerinden yararlanılarak hesaplama yapılabilirliği belirtilebilir.

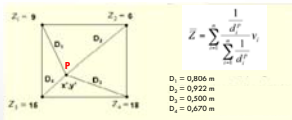
$$\bar{Z} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i^p}} \sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i^p} V_i$$
 Genel formül

Z: interpolate edilecek noktanın öznelik değeri
w: ağırlık değeri
v: öznelik değeri
d: noktalar arası mesafe
p: ağırlık derecesi



$$W_i = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i^p}} \Rightarrow \bar{Z} = \sum_{i=1}^n W_i V_i \quad \sum_{i=1}^n W_i = 1$$

Uygulama-4



Üste 4 adet noktanın (Z₁, Z₂, Z₃ ve Z₄) öznelik değerleri verilmektedir. Bu noktalardan, sırasıyla D₁, D₂, D₃ ve D₄ mesafelerinde bulunan etki alanı yarıçapı 0,850 m olan P noktasının öznelik değerini **Ters Mesafenin Karesi** yöntemi ile bulunuz.

Yararlanılan Kaynaklar

- Chapra, S., C., Canale, R., P., 2003, Mühendisler için sayısal yöntemler, Literatür Kitabevi, 1026 s. ISBN-01 301 264 11
- Data Interpolation, 2014. Data Interpolation. Statistical methods of interpolation. Map Algebra. Interpolation with raster and vector GIS data, (<http://www.columbia.edu/ht/eee/e1001/edit/lect6.html>).
- Düzgün, Ş., 2011. Uzaktan Algılamaya Giriş. TÜBA Ulusal Açık Ders Matzemeleri, (<http://www.ocakders.org.tr/course/view.php?id=28>).
- Erarslan, K., 2008. Maden Değerlendirmeye Ders Notları, 81 s.
- Erarslan, K., 2012. Computer Aided Ore Body Modelling and Mine Valuation. In: Earth Sciences (Ed. Dar, LA.), InTech , 345-372.
- Interpolation, 2014. Interpolation, (https://www.e-education.psu.edu/geog482fall2/c7_p9.html).
- Karılı, F., 2014. Görüntü Transformasyonu (Geometrik Dönüştürme, Registration, Rectification) + Gri Değer Enterspolasyonu/Örnekleme (Resampling). Fotogrametri II Ders Notları, (http://harita.gumushane.edu.tr/user_files/files/photo_deg_hafta-3.pdf).
- Sert, C., Lecture Notes for ME 310 Numerical Methods, (http://www.metu.edu.tr/~csert/teaching_notes.htm).
