JEM 428 JEOLOJİ MÜHENDİSLİĞİNDE TASARIM

MODELLEME VE SİMÜLASYON-1

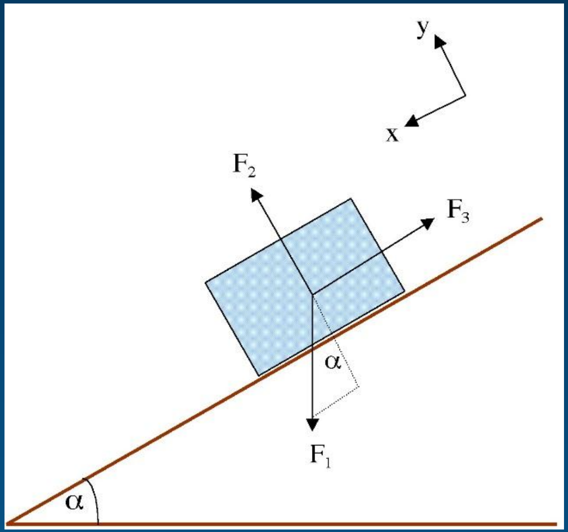
Sorumlu Öğretim Elemanı: Doç. Dr. Şebnem Arslan

1. Mühendislik Tasarımında Modellerin rolü

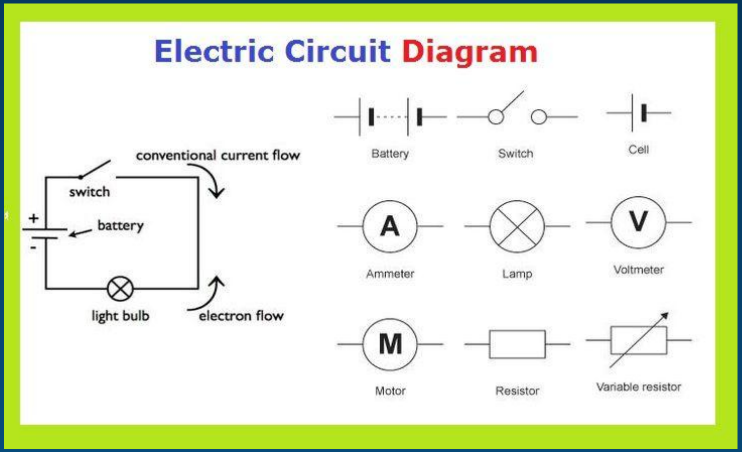
Model nedir?

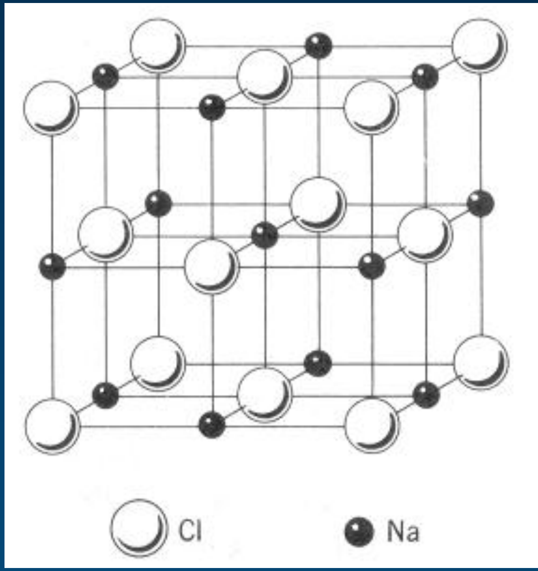
Model Bir problemin analiz edilmesine yardımcı olmak için gerçek dünyadaki bir olayın veya sistemin basitleştirilmesi ve kavramsallaştırılmasıdır.

Örnek:



Serbest cisim diyagramı



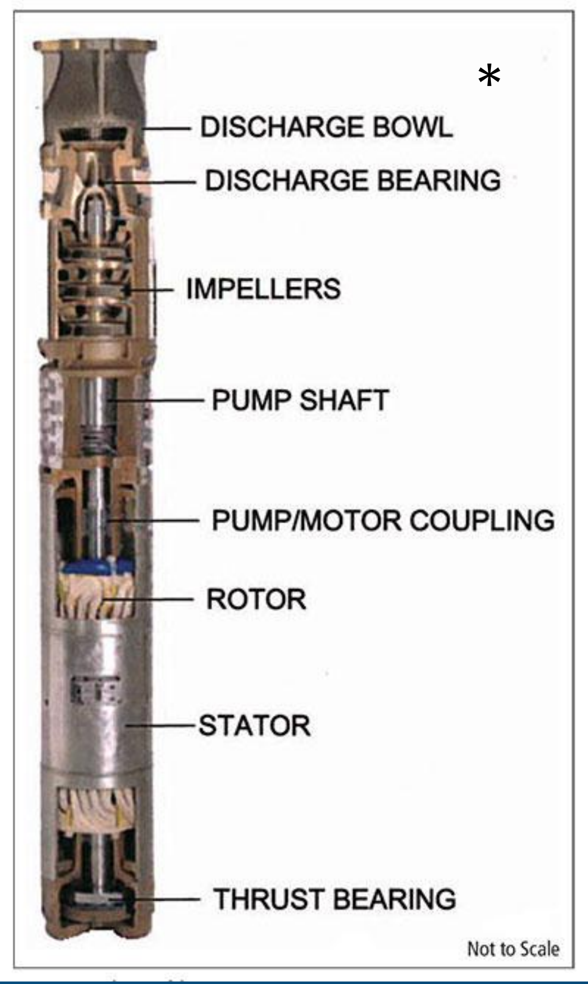


Kristal kafesi

Bir model tanımlayıcı (descriptive) veya tahmin edici (predictive) olabilir.

Tanımlayıcı bir model bizlerin gerçek dünyadaki bir olayı anlamamızı sağlar. Örnek: bir uçağın gaz türbininin kesitli modeli veya bir dalgıç pompanın kesit modeli

Tanımlayıcı modeller genelde bilgi almaya ve fikir alışverişine yönelik kullanılırlar ve sistemin davranışını tahmin etmemize yardımcı olamazlar.



* https://waterwelljournal.com/engineering-of-water-systems/jan-water-works/

Mühendislik tasarımında genelde tahmin edici modeller kullanılır çünkü hem sistemi anlamamıza hem de sistem performansını öngörmemize yardımcı olurlar.

Model

Statik veya dinamik

Statik model: Özellikleri zamanla değişmiyor (zaman bileşeni yok). Monte Carlo benzetim modelleri örnek olabilir. Zamanla değişen etkiler dinamik olarak düşünülür. Mesela bir banka için kurulan benzetim modelinde mesai saatlerine göre çalışma zamanı alınır.

Deterministik- Olasılıklı

Bu sınıf modellerde modellerin geleceği (ne olacağını) ön görme biçimi bakımından farklılık var. Deterministik model: Bir olayın sonucu (ürünü) bir kesinlik içinde gerçekleşir. Dolayısıyla deterministik sistemler etki-tepki ilişkileri içinde tanımlanırlar. YAS sistemi- çekim NEDEN, düşüm SONUÇ

Bir «olasılık» modeli tam bir öngörü sağlamaz ama model davranışını açıklayan sınırlamalar ile tanımlanmış olasılık dahilinde beklenen değerler verebilir.

İkonik- Analog- Sembolik

İkonik model: gerçeği gibi görünen fiziksel model- ölçekli gösterim (örn. Kristal kafesi)

Analog model: Gerçek sistemler gibi davranan modeller. İkonik modellerin tersine bir analog model gerçek sistem gibi görünmeyebilir ama aynı fiziksel prensiplere uygun olmalıdır. Örn. Elektrik analog model

Sembolik model: Gerçek sistemin özelliklerini temsil etmek için sembolleri kullanır. Fiziksel bir sistemin önemli ölçülebilir bileşenlerinin kavramlaştırılmasıdır.

Analog model:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{S}{T} \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} = \mathrm{RC} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

BENZERLİK DİKKAT ÇEKİCİ

Homojen ve izotropik geçirgen bir ortamda 1 boyutlu yeraltısuyu akışı

Devrelerde 1 boyutlu elektrik akışını gösteren diferansiyel denklem

E= Elektrik potansiyeli, bir elektriksel alan içerisindeki herhangi bir noktada birim Elektriksel yük başına düşen Elektriksel potansiyel enerjidir. Skaler bir büyüklüktür. Uluslararası Birimler Sisteminde geçerli olan birimi Volttur(V).
R= birim uzunluk başına direnç
C= hacim başına düşen kapasite

Elektrik akımının iletken malzemeler içerisinden geçerek akması ile suyun gözenekli bir ortamdan geçerek akması arasındaki benzerliğe dayanan analog model.

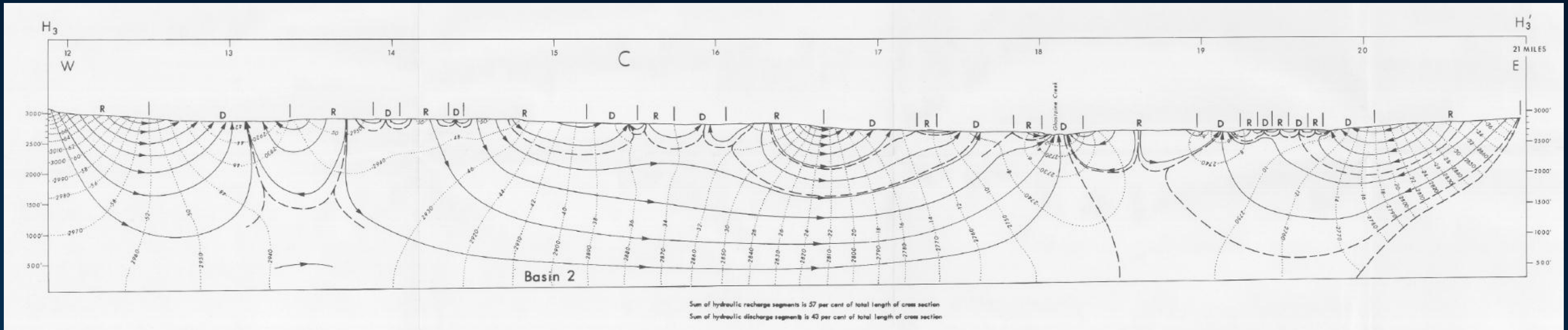
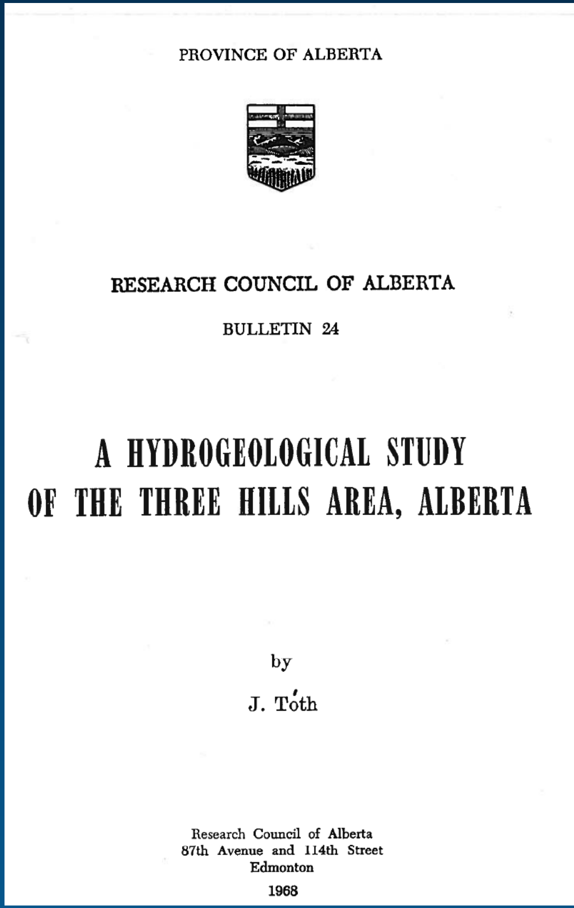


FIGURE 13. ELECTRIC ANALOG MODELS OF THE DISTRIBUTION OF FLUID POTENTIAL AND FORCE FIELD ALONG WEST-EAST CROSS SECTIONS.



PROVINCE OF ALBERTA

RESEARCH COUNCIL OF ALBERTA

BULLETIN 24

A HYDROGEOLOGICAL STUDY
OF THE THREE HILLS AREA, ALBERTA

by

J. Tóth

Research Council of Alberta
87th Avenue and 114th Street
Edmonton
1968

Analog model:

https://darcylecture2016.files.wordpress.com/2016/02/photo-15.jpg

Analog model:

UDK : 621. 3 : 55

Yeraltı Suları Dağılımının Elektriksel Benzer Model Yardımıyla İncelenmesi

Dr. Güney GÖNENÇ
A. Ertuğ SUBHI
ODTÜ

Ö Z E T

Yeraltı suları dağılımının çeşitli su çekme düzenleri ve iklim koşulları altında gelecekteki durumunun saptanması için kullanılan elektriksel benzer modele ilişkin temel bilgiler verilmekte, Ergene Havzası (Trakya) benzer modelini beslemek üzere ODTÜ de geliştirilen bir besleme cihazı ayrıntılarıyla anlatılmaktadır.

S U M M A RY

Essentials of underground water simulation by electrial analog models are given. These mo-dels are used to forecast hydrological regimes under different climatic conditions and pum-ping schedules. Details of an excitation unit (realized in the Middle East Technical Univer-sity, Ankara) to be used in connection with the Ergene Basin analog model is given.

Hidrolik	Elektrik
yükseklik, h (m)	gerilim, E (volt)
verdi (debi), Q (m^3/s)	akım şiddeti, I (amper)
hacim, V (m^3)	yük, q (kulon)
geçirgenlik, T (m^2/s)	iletkenlik, 1/R (mo)
a^2, depolama, a^2S (m^2)	sığa, C (farad)
yayınımkhk, a^2S/T (s)	zaman sabiti, RC (saniye)
gerçek zaman, t_R (s)	elektrik zamanı, t_E (saniye)

Sembolik model:

Örn. Sistem çıkış parametresinin giriş parametrelerine bağımlılığını ifade eden bir matematiksel bir denklem.

En önemli model sınıfı. Bir problemin çözümünde sembolik model kullanımı bizlerin analitik, matematiksel ve mantıksal güçlerimizi çalıştırmamıza yarar. Sonuçları sayısaldır. Bilgisayar kullanımı ile tasarım alternatifleri ucuz şekilde oluşturulup değerlendirilebilir.

Sembolik model:

Örn. Sistem çıkış parametresinin giriş parametrelerine bağımlılığını ifade eden bir matematiksel bir denklem.

En önemli model sınıfı. Bir problemin çözümünde sembolik model kullanımı bizlerin analitik, matematiksel ve mantıksal güçlerimizi çalıştırmamıza yarar. Sonuçları sayısaldır. Bilgisayar kullanımı ile tasarım alternatifleri ucuz şekilde oluşturulup değerlendirilebilir.

Sembolik model

Kuramsal

Doğanın evrensel kullarına dayanır

Ampirik

Deneysel verilere dayalı en iyi yaklaşık matematiksel temsiller

Modelleme bir sistemin veya sistemin bir parçasının davranışını göstermek için fiziksel veya matematiksel bir biçimde temsil edilmesidir.

Simülasyon (benzetim):

Modellerin nasıl davrandıklarını gözlemlemek ve böylece gerçek dünya sisteminden elde edilebilecek sonuçları araştırmak için modelleri çeşitli girdilere veya çevresel koşullara maruz bırakmayı içerir.

Simülasyon modelin manipülasyonudur (işletim)

Simülasyonların en büyük özelliği gerçekçi etkiye sahip olmaları ve gerçek ortamı aynen taklit etmesi için modellenmiş olmalarıdır.

* Hiç araba kullanmayı bilmeyen birini direk trafiğe çıkartmak yerine simülasyonlarla kolayca eğitebilir ve araba mekaniği ile neredeyse birebir aynı performansı göstererek ona araba kullanmayı öğretebilirsiniz. Bu basit örnekten yola çıkacak olursak, basit bir sürüş simülatörü hem yakıt ve araç maliyetini ortadan kaldırabilir hem de en güvenli şekilde eğitim vermeyi kolayca sağlayabilir.

Bir sistem operasyonunu matematiksel model ile simüle edebilmek bizlere deney yaparken harcayacağımızdan daha az zaman ve paraya mal olur.

* https://wmaraci.com/nedir/simulasyon

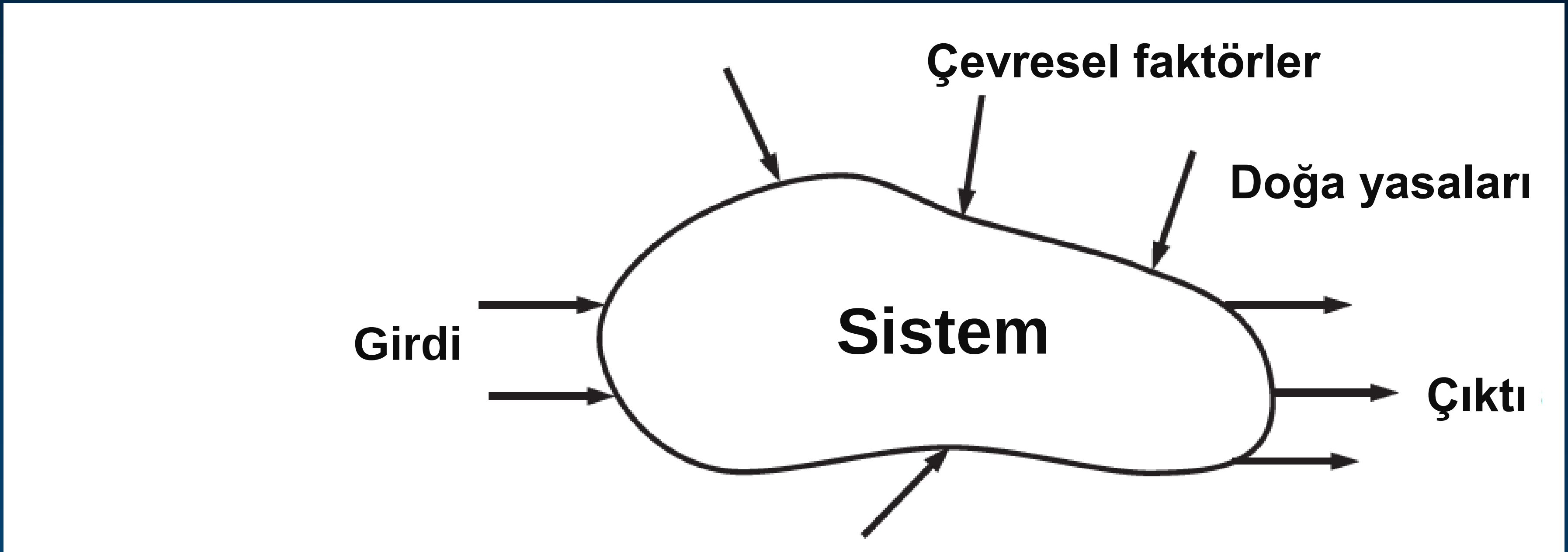
Matematiksel Modelleme

Matematiksel modellemede, bir sistemin bileşenleri idealize edilmiş elemanlarla temsil edilir. Bu elemanlar gerçek bileşenlerin temel özelliklerine sahiptir ve davranışları matematiksel denklemlerle tanımlanabilir.

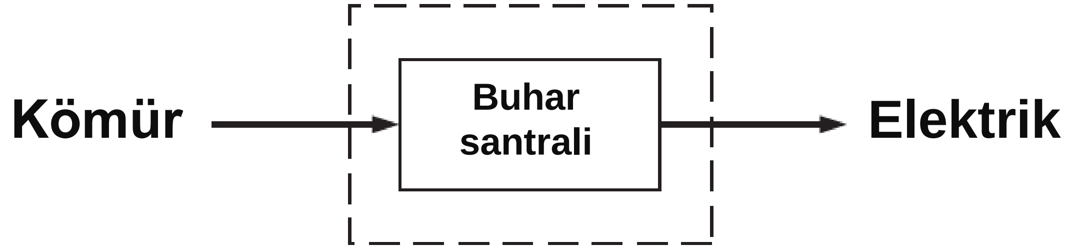
İLK ADIM: Analiz edilecek gerçek sistemin kavramsal modelini oluştur. Unutma: Yapılan varsayımlar- modelin gerçeklik derecesini belirlemekle kalmaz nümerik bir çözüme ulaşma durumunu da kontrol eder.

Modelleme becerisi- basit ama anlamlı modeller kurabilmek ve kurulan modelin gerçek dışı sonuçlar vermesi durumunda yanlışı bulabilmektir.

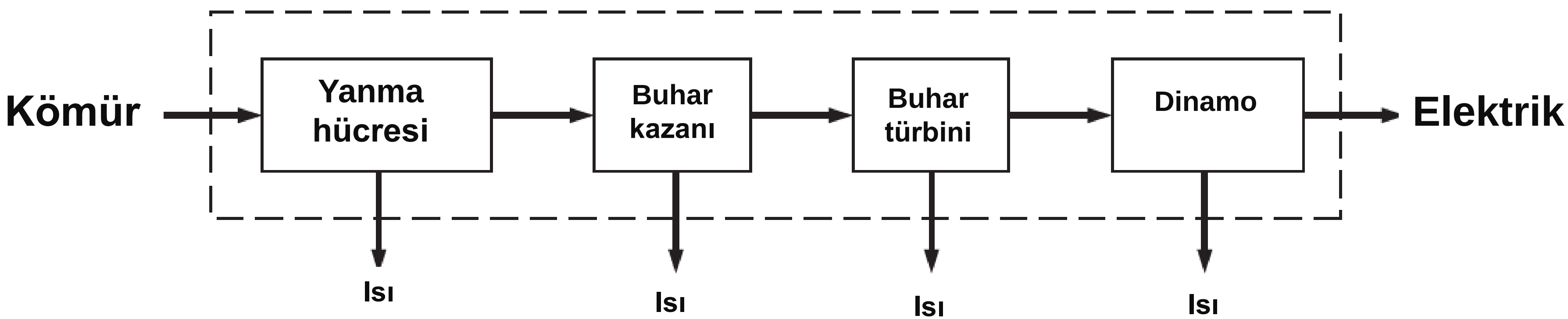
Mühendislik sistemleri genellikle çok komplekstir ve modelleme sürecinde en iyi ilerleme sistemi basit bileşenlere ayırmak ve bu bileşenleri ayrı ayrı modellemektir. Bu sırada bileşenlerin birbirine uyumu kontrol edilmelidir.



Bir tasarım model sürecinin nitelikleri (Dieter, 1987; Dieter ve Schmidt, 2009)



Kömürü elektriğe dönüştüren basit bir buhar santrali modeli



Bir buhar santralinin bileşenlerini gösteren blok şeması

Dieter ve Schmidt, 2009

MODEL GELİŞTİRİRKEN

SADELEŞTİRME ——— GERÇEKLİK

Sadeleştirmeye ulaşmanın bir yolu düşünülmesi gereken fiziksel niceliklerin sayısının azaltılması --- küçük etkileri göz ardı ederek bunu rutin olarak yapıyoruz.
Dikkat!!!! Bu küçük etkiler her durumda göz ardı edilmemeli.
Örnek: büyük nesnelerle uğraşırken yüzey gerilim etkileri göz ardı edilebilir ama küçük nesnelerle uğraşırken mutlaka hesaba katılmalıdır.

Ortamın yayılımının sınırsız olduğu ve modellenen sistemden etkilenmediği varsayımı
Fiziksel ve mekanik özelliklerin zaman veya sıcaklıkla değişmeyen sabitler olduğu varsayımı
Doğrusal modellerin (doğrusal diferansiyel denklemlerin) çözümü kolay olduğu için sistemi doğrusal model olarak kabul ederek başlamak (GERÇEĞE YAKIN OLMAK İÇİN vazgeçmek gerekebilir)
Deterministik bir model varsayımı (başlangıçta belirsizlikler ve dalgalanmalar göz ardı edilebilir)

Bir sistem eğer ki sınırlı sayıda ayrık elemanın uç noktalarının davranışları açısından analiz edilebilirse toplu parametrelere (lumped parameters) sahip olduğu söylenebilir. Toplu parametrelerin tek değeri vardır, dağılmış parametreler ise uzayda bir alana saçılmış bir çok değere sahiptir.

Toplu parametre sisteminin matematiksel modeli diferansiyel denklemler (ODE) ile ifade edilirken dağılmış parametre sistemleri kısmi differenasiyel denklemler (PDE) ile ifade edilirler.

(561050)

IS 5?? Analytical methods in Engineering

ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS

$$a_0(x)\frac{d^ny}{dx^n} + a_1(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \dots + a_{n-1}(x)\frac{dy}{dx} + a_n(x)y = f(x)$$

x = independent variable

$a_0, a_1, \dots, a_n$ = known coefficient

$y = y(x) = ?$ unknown function

$f(x)$: known right-hand-side function

non-homogeneous equation as $f(x) \neq 0$

ordinary as → x is the only independent variable

n^{th} order non-homo ordinary linear differential eqn.

first order term y^1 in unknown functions & its derivatives

$y = \dots$

→ we prefer this form. (this is the solution)

$a_0 = 1, \quad a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n = 0$

$\frac{d^ny}{dx^n} = f(x)$ non-homo, ordinary, linear, n^{th} order differential eqn

$y = \dots$

$$\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} = \int f\,dx + c_1$$

$$\frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}} = \iint f\,dx\,dx + c_1x + c_2$$

$$y = \underbrace{\iint \dots \int f\,dx \dots dx}_{y_p} + \underbrace{c_1\frac{x^{n-1}}{(n-1)!} + c_2\frac{x^{n-2}}{(n-2)!} + \dots + c_{n-1}x + c_n}_{y_H}$$

bu kısım olmazdı (homo $f(x)=0$)

solution of the homogeneous eqn.

LINEAR ODE with CONSTANT COEFFICIENTS

$$\frac{d^ny}{dx^n} + a_1\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \dots + a_{n-1}\frac{dy}{dx} + a_ny = h(x)$$

$a_1, a_2, \dots, a_n$ = constant (x'e bağlı değil)

$y = y_h + y_p$

$y_h = ? \quad : \frac{d^ny_h}{dx^n} + a_1\frac{d^{n-1}y_h}{dx^{n-1}} + \dots + a_{n-1}\frac{dy_h}{dx} + a_ny_h = 0$

$y_h = e^{rx} \quad : \left(\frac{d}{dx} - r_1\right)\left(\frac{d}{dx} - r_2\right)\dots\left(\frac{d}{dx} - r_n\right)y_h = 0$

$$\frac{dy_h}{dx} - r_ny_h = 0$$

$\frac{dy_h}{dx} - r_2y_h = 0 \qquad \frac{dy_h}{dx} - r_iy_h = 0 \qquad i = 1, \dots, n$

e^{r_ix}

$y_h = e^{rx} \quad : r^ne^{rx} + a_1r^{n-1}e^{rx} + \dots + a_{n-1}re^{rx} + a_ne^{rx} = 0$

$(r^n + a_1r^{n-1} + \dots + a_{n-1}r + a_n)e^{rx} = 0$

if it's 0 we're looking for trivial soln.

we're looking for non-trivial soln.

so $e^{rx} \neq 0$

$r^n + a_1r^{n-1} + \dots + a_{n-1}r + a_n = 0$ → characteristic eqn.

r → only unknown

ODE- tek bir değişken

correct values for r can be selected to satisfy this eqn

n → roots.

i) $r_1, r_2, \dots, r_n$ are real & distinct.

$e^{r_1x} \quad e^{r_2x} \quad \dots \quad e^{r_nx}$ → n individual solutions.

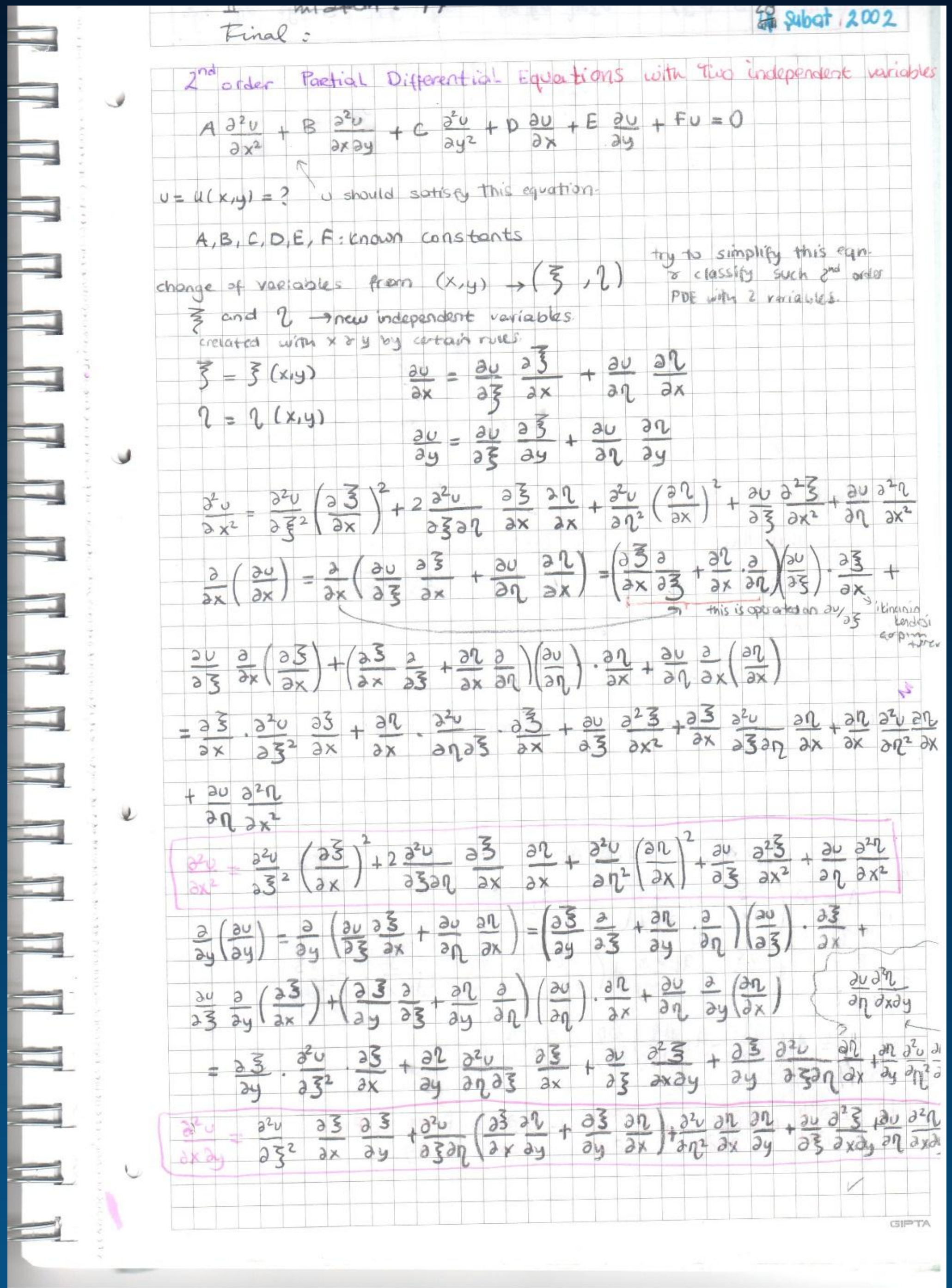
if r → real & distinct, solutions are linearly independent

$$y_h = c_1e^{r_1x} + c_2e^{r_2x} + \dots + c_ne^{r_nx} = \sum_{i=1}^{n} c_ie^{r_ix}$$

ex: $\frac{d^3y}{dx^3} + 2\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 2y = 0$

$y = e^{rx} = r^3 + 2r^2 - r - 2 = 0 \quad r_1 = 1, \; r_2 = -1, \; r_3 = -2$

PDE- birden fazla değişken



Final :

Şubat 2002

2nd order Partial Differential Equations with Two independent variables

$$A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + D\frac{\partial u}{\partial x} + E\frac{\partial u}{\partial y} + Fu = 0$$

$u = u(x,y) = ?$ u should satisfy this equation.

A, B, C, D, E, F : known constants

change of variables from $(x,y) \rightarrow (\xi, \eta)$

try to simplify this eqn. & classify such 2nd order PDE with 2 variables.

ξ and η → new independent variables created with x & y by certain rules.

$$\xi = \xi(x,y) \qquad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$\eta = \eta(x,y) \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2 + 2\frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta}\frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2}\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^2 + \frac{\partial u}{\partial \xi}\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial u}{\partial \eta}\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x}\right) = \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x}\cdot\frac{\partial}{\partial \eta}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial \xi}\right)\cdot\frac{\partial \xi}{\partial x} +$$

this is operated on $\partial u / \partial \xi$

ikincinin kendisi çarpım türev

$$\frac{\partial u}{\partial \xi}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x}\frac{\partial}{\partial \eta}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial \eta}\right)\cdot\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial \eta}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)$$

$$= \frac{\partial \xi}{\partial x}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial x}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial \eta \partial \xi}\cdot\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial \xi}\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial x}\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2}\frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$+ \frac{\partial u}{\partial \eta}\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2 + 2\frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta}\frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2}\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^2 + \frac{\partial u}{\partial \xi}\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial u}{\partial \eta}\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x}\right) = \left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial y}\cdot\frac{\partial}{\partial \eta}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial \xi}\right)\cdot\frac{\partial \xi}{\partial x} +$$

$$\frac{\partial u}{\partial \xi}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial y}\frac{\partial}{\partial \eta}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial \eta}\right)\cdot\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial \eta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \eta}\frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y}$$

$$= \frac{\partial \xi}{\partial y}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}\cdot\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y}\frac{\partial^2 u}{\partial \eta \partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial \xi}\frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial y}\frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y}\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2}\frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}\frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta}\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial y}\frac{\partial \eta}{\partial x}\right) + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2}\frac{\partial \eta}{\partial x}\frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial \xi}\frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial y} + \frac{\partial u}{\partial \eta}\frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y}}$$

GIPTA

Sistemin ana bileşenleri tanımlandıktan sonraki adım, sistemin davranışını tanımlayan ve belirleyen önemli fiziksel ve kimyasal nicelikleri listelemektir.

Daha sonra, çeşitli fiziksel nicelikler, uygun fiziksel yasalarla birbirleriyle ilişkilendirilir. Bu fiziksel nicelikler modele uygun yollarla girdi miktarlarını istenen çıktıya dönüştürebilmek için değiştirilebilirler. Dönüşüm için kullanılan bağıntı «aktarma fonksiyonu» olarak bilinir. Bu fonksiyon cebirsel, diferansiyel veya integral fonksiyonu olabilir. Bu denklemlerin çözümleri (analitik, nümerik veya grafiksel) modelleme sürecinin son adımıdır.

Bu sunum hazırlanırken Prof. Dr. Hasan Yazıcıgil tarafından 1996 yılında Orta Doğu Teknik Üniversitesi Jeoloji Mühendisliği Bölümü’nde hazırlanan “Geological Engineering Design” ders notlarından, Dieter, G.E., (1987) Engineering Design, McGraw-Hill Book co., NY ve Dieter, G.E., Schmidt, L.C., (2009) Engineering Design Fourth Edition McGraw-Hill, NY kitaplarından yararlanılmıştır.