FZM 305: Kuantum Mekaniği I

4. HAFTA

Deniz Yılmaz

KAYNAKLAR

Bu ders sunumu hazırlanırken aşağıdaki kaynak kullanılmıştır:

Kuantum Mekaniği ve Atom Fiziği Ders Notları
Z. Zekeriya AYDIN
Ankara Üniversitesi

HEISENBERG KESİNSİZLİK BAĞINTILARI

Daha önce elde ettiğimiz $\Delta k \Delta x$ ifadesinin her iki tarafını $\hbar$ ile çarparsak

$$\Delta p \Delta x \geq \hbar$$

bağıntısını buluruz. Bu, **Heisenberg' in kesinsizlik bağıntısı**dır. Δp ve Δx genişlikleri parçacığın p-uzayında ve x-uzayında bulunabileceği yerleri gösterir. Bu ifadeden de anlaşılacağı gibi hem Δx hem de Δp aynı anda sıfır yapılamaz. Başka bir deyişle ***parçacığın hem konumu hem de momentumu aynı anda tam kesinlikle ölçülemez.***

Heisenberg' in kesinsizlik ilkesi parçacıkların dalga doğasının bir sonucudur. Deney aletleri ne kadar mükemmel olursa olsun, bu kesinsizlikler vardır. Doğanın temelinde bu ilke yatmaktadır.

Klasik mekanikte bu ilkenin sonuçlarını hissetmeyişimizin nedeni, Planck sabitinin çok küçük oluşudur.

$m=10^{-4}$ gram kütleli bir toz parçacığı $V=10^{4}$ cm/s hızla hareket ediyorken, $p=1$gr cm/s olan momentumunda $\Delta p=10^{-6}$ *gr cm/s* belirsizlik olduğunu düşünelim. Bu tozun yerini saptamadaki kesinsizlik

$$\Delta x \sim \hbar/\Delta p \sim 10^{-21} cm$$

olur. Bu ise asla hissedilemeyecek kadar küçüktür.

Bohr yörüngesindeki bir elektron için $\Delta p \sim p \sim mc\alpha/n$ alırsak, yörünge yarıçapındaki kesinsizlik

$$\Delta x \sim \hbar/\Delta p \sim r/n$$

olur, yani yarıçapın kendisi basamağındadır!

Bu iki örnekten de anlıyoruz ki Heisenberg' in kesinsizlik ilkesi makroskopik sistemlerde önemsenemez; fakat atomik sistemlerde mutlaka dikkate alınmalıdır.

$$\Delta p \Delta x \geq \hbar$$

bağıntısı enerji ile zaman arasında da bir kesinsizlik bağıntısına yol açar. Bunun için $E=p^2/2m$ enerji bağıntısının E ve p' ye göre değişimini almak yeterlidir:

$$\Delta E = V\,\Delta p = (\Delta x/\Delta t)\,\Delta p$$

$$\Delta E \Delta t = \Delta p \Delta x$$

Buradan, enerji ile zaman arasındaki kesinsizlik bağıntısını

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

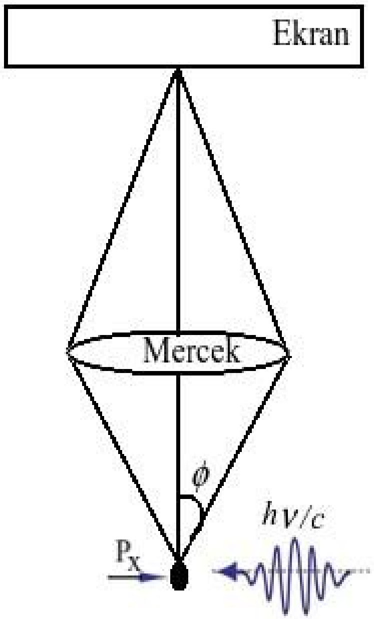
olarak buluruz.

Bu ifadeye göre parçacığın (ya da sistemin) E enerjisindeki ΔE kesinsizliği ne kadar küçükse, bu enerjili durumda bulunma süresi (ömrü) Δt o kadar büyüktür. ΔE büyüdükçe, sistemin bu durumda bulunma süresi Δt küçülecektir.

Kesinsizlik İlkesiyle İlgili Uygulamalar

Bir elektronun yerinin ölçülmesi:

Şekildeki gibi düşsel bir mikroskopla, yatay doğrultuda sağa doğru iyi bilinen bir p_x momentumuyla giden bir elektronun yerini ölçmek isteyelim. Sağdan sola doğru gönderilen $h\nu/c$ momentumlu foton, elektron tarafından 2Φ açılı mercek konisi içerisine saçılırsa, elektron "görülür".



Optikten biliyoruz ki mikroskopun çözme gücü

$$\Delta x \sim \lambda / \sin\Phi$$

dir. Elektrona aktarılacak momentum aralığı ise

$$\Delta p \sim 2h \sin\Phi / \lambda$$

olup bu, elektronun p_x momentumunda bu kadarlık bir kesinsizliğe yol açar; öyle ki $\Delta x \Delta p_x$ çarpımı sabit kalır: $\Delta x \Delta p_x = 2h$. **Demek ki $\boldsymbol{\Delta p_x}$ ' in büyümesine yol açmadan $\boldsymbol{\Delta x}$ ' i küçültmenin olanağı yoktur.**

Kesinsizlik İlkesiyle İlgili Uygulamalar

Bir küre içine hapsedilen parçacığın enerjisi:

Tüm uzayda tamamıyla serbest olarak hareket eden bir parçacığın en düşük enerjisi $E=0$ olacaktır. Fakat bu parçacığı r yarıçaplı bir küre içine hapsedersek, konumunu $\Delta r \sim r$ kadarlık bir kesinsizlikle belirlemiş oluruz. Konumdaki bu kesinsizlik parçacığa $\Delta p \sim \hbar/r$ kadarlık bir momentum kazandırır. Bu ise parçacığa

$$\Delta E = (\Delta p)^2/2m \sim \hbar^2/2mr^2$$

büyüklüğünde bir kinetik enerji vermek demektir.

i) $r \sim 10^{-8}$ cm ve $m=9.1x10^{-28}$ gr alırsak, bir atomik elektronun enerjisini

$$E_{kin} \sim 4eV$$

basamağında buluruz.

ii) $r \sim 2x10^{-13}$ cm ve $m=1.67x10^{-24}$ gr alırsak, çekirdek içindeki bir nükleonun enerjisini

$$E_{kin} \sim 5MeV$$

basamağında buluruz.

Kesinsizlik İlkesiyle İlgili Uygulamalar

Çekirdek kuvvetleri için Yukawa mezon teorisi:

Yukawa 1935' te, kısa erimli çekirdek kuvvetlerinin iki nükleon arasında π-mezon denen bir parçacığın değiş tokuşuyla açıklanabileceğini ileri sürdü. π-mezon' un durgun kütlesi μ olsun. Çekirdek içindeki bir nükleon bir π-mezon yayınlayacak ve bunu bir başka nükleon yutacaktır. π-mezon yayınlandığında çekirdeğin enerjisinde $\Delta E \sim \mu c^2$ kadarlık bir değişim olacaktır. Bu değişim

$$\Delta t \sim \hbar / \Delta E \sim \hbar / \mu c^2$$

kadar sürer. Bu süre içinde π-mezon en çok $c\Delta t \sim \hbar / \mu c$ kadar yol alır. Bu yol çekirdek çapından büyük olamaz; çünkü kendisini bir başka nükleon yutacaktır. Dolayısıyla $\hbar / \mu c \sim r_ç \sim 10^{-13}\ cm$ olduğundan π-mezonun durgun kütle enerjisi

$$\mu c^2 \sim 180 MeV$$

olarak bulunur. π-mezon için gerçek değer *140 MeV*' dir.

PROBLEMLER

1) *(-L, L)* aralğındaki kısımları aşağıda verilen periyodik $f(x)$ fonksiyonlarını Fourier serisine açınız.

a) $f(x) = x$ b) $f(x) = |x|$ c) $f(x) = x^2$

2) $A(k) = a\,(k^2 + a^2)^{-1}/\pi$ açılım fonksiyonu ile oluşturulan $\psi(x)$ dalga paketini bulunuz. $A(k)$ ve $\psi(x)$' in genişliklerinin çarpımının 1 basamağında olduğunu gösteriniz.

3) $r = 10^{-13}$ *cm* yarıçaplı bir çekirdekten yayınlanan α-parçacığının tipik enerjisini kestiriniz. ($M_\alpha \approx 6x10^{-24}$ *gr*)

4) Bir gaz lazerinde bir atomun bir uyarılmış durumda kalma süresi ortalama olarak 10^{-8} *s* kadardır. Bu lazer merkez dalgaboyu *6328 Å* olan bir ışık yayınlar. Kesinsizlik ilkesine göre, bu çizginin minimum frekans genişliğini hesaplayınız.