# FZM 305: Kuantum Mekaniği I

## 12. HAFTA

Deniz Yılmaz

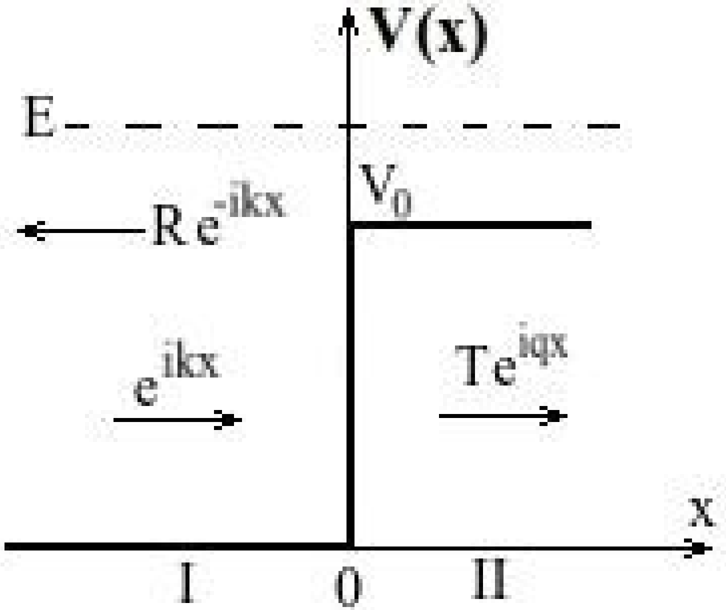
# KAYNAKLAR

Bu ders sunumu hazırlanırken aşağıdaki kaynak kullanılmıştır:

**Kuantum Mekaniği ve Atom Fiziği Ders Notları**
**Z. Zekeriya AYDIN**
**Ankara Üniversitesi**

## Saçılma Durumu Örnekleri

**Potansiyel Basamağı**




$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ V_0, & x > 0 \end{cases}$$

soldan itici potansiyel basamağına doğru bir parçacık (ya da birim hacimde bir parçacık olacak şekilde bir demet veya dalga paketi) gönderelim. Parçacığın enerjisi $E > V_0$ olsun.

$x<0$ bölgesinde

$$k^2=\frac{2mE}{\hbar^2}$$

olmak üzere, Schrödinger denklemi

$$\frac{d^2U(x)}{dx^2}+k^2U(x)=0$$

olup, çözüm

$$U_I(x)=e^{ikx}+Re^{-ikx}$$

şeklindedir. Burada $R$ katsayısına **yansıma genliği** denir ve yansıyan akım $\hbar k|R|^2/m$' dir. I. bölgedeki net akım ise

$$J=\frac{\hbar k}{m}\left(1-|R|^2\right)$$

kadardır.

$x>0$ bölgesinde

$$q^2=\frac{2m}{\hbar^2}\left(E-V_0\right)$$

olmak üzere, Schrödinger denklemi

$$\frac{d^2U(x)}{dx^2}+q^2U(x)=0$$

olup, çözüm, $x=+\infty$' dan yansıma olmayacağından

$$U_{II}(x)=T\,e^{iqx}$$

şeklindedir. Burada $T$ katsayısına **geçme genliği** denir. II. bölgedeki net akım ise

$$J=\frac{\hbar q}{m}|T|^2$$

kadardır.

Sınır koşullarından *R* ve *T* katsayıları belirlenebilir.

$$U_I(0) = U_{II}(0)$$

$$U'_I(0) = U'_{II}(0)$$

eşitliklerinden

$$1+R=T$$

$$k(1-R)=qT$$

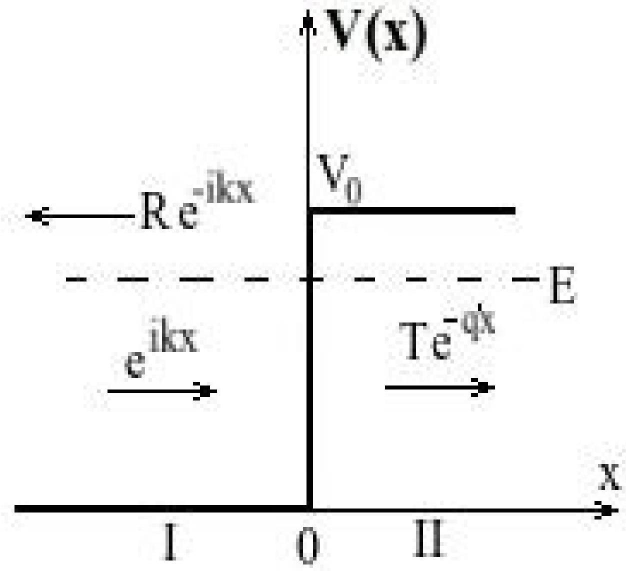
Bağıntılarına ulaşılır. Bu iki bağıntıdan da

$$R=\frac{k-q}{k+q}$$

$$T=\frac{2k}{k+q}$$

ifadeleri elde edilir.

Şimdi de *E<0* durumunu inceleyelim.




*x<0* bölgesinde çözüm

$$U_I(x)=e^{ikx}+R\,e^{-ikx}$$

şeklindedir.

*x>0* bölgesinde ise

$$U_{II}(x)=T\,e^{-q'x} \quad q'=-q$$

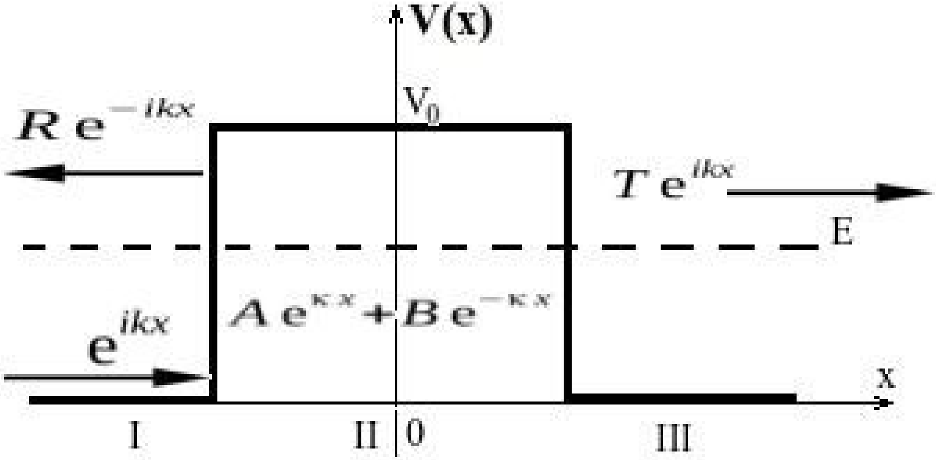
biçiminde üstel olarak azalan bir fonksiyon bulunur. Sınır koşullarından

$$R=\frac{k-iq'}{k+iq'}$$

$$T=\frac{2k}{k+iq'}$$

ifadeleri elde edilir.

**Karesel potansiyel engeli: tünel olayı**




I. ve III. bölgelerdeki Schrödinger denklemi

$$\frac{d^2U(x)}{dx^2}+k^2U(x)=0 \qquad k^2=\frac{2mE}{\hbar^2}$$

II. bölgedeki Schrödinger denklemi ise

$$\frac{d^2U(x)}{dx^2}-\kappa^2U(x)=0 \qquad \kappa^2=\frac{2m}{\hbar^2}(V_0-E)$$

şeklindedir.

Buna göre üç bölgedeki çözüm

$$U_I(x)=e^{ikx}+R\,e^{-ikx}$$

$$U_{II}(x)=A\,\mathrm{e}^{\kappa x}+B\,\mathrm{e}^{-\kappa x}$$

$$U_{III}(x)=T\,e^{ikx}$$

olarak bulunur. Sınır koşullarını kullanarak R ve T katsayıları kolaylıkla bulunabilir:

$$R=-i\,\mathrm{e}^{-2ika}\frac{(k^2+\kappa^2)\sinh(2\kappa a)}{2k\kappa\cosh(2\kappa a)-i(k^2\kappa^2)\sinh(2\kappa a)}$$

$$T=\mathrm{e}^{-2ika}\frac{2k\kappa}{2k\kappa\cosh(2\kappa a)-i(k^2\kappa^2)\sinh(2\kappa a)}$$

# PROBLEMLER

**1)** Bir kutu içindeki parçacığın dalga fonksiyonu $\psi(x)=N\sin(n\pi x/L)$ olarak verilmektedir. Bu fonksiyonun Schrödinger dalga denkleminin çözümü olduğunu gösteriniz ($V=0$) ve izinli enerji değerlerini hesaplayınız.

**2)** Kenarları $x=0$ ve $x=a$' da olan tek-boyutlu kutudaki (sonsuz derin kuyudaki) parçacık için Schrödinger denklemini $U(0)=U(a)=0$ sınır koşulu için çözünüz. Enerji özdeğerlerini ve boylandırılmış özfonksiyonlarını bulunuz.

**3)** Bir parçacık ($0,a$) kutusunun taban durumunda bulunurken, $x=0$ kenarı birden bire $x=-a$' ya götürülüyor. Parçacığın yeni ($-a$, $a$) kutusunun taban durumunda ve ilk uyarılmış durumunda bulunma olasılıkları nelerdir?