

Ankara Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi, Fizik Mühendisliği Bölümü

FZM207

Temel Elektronik-I

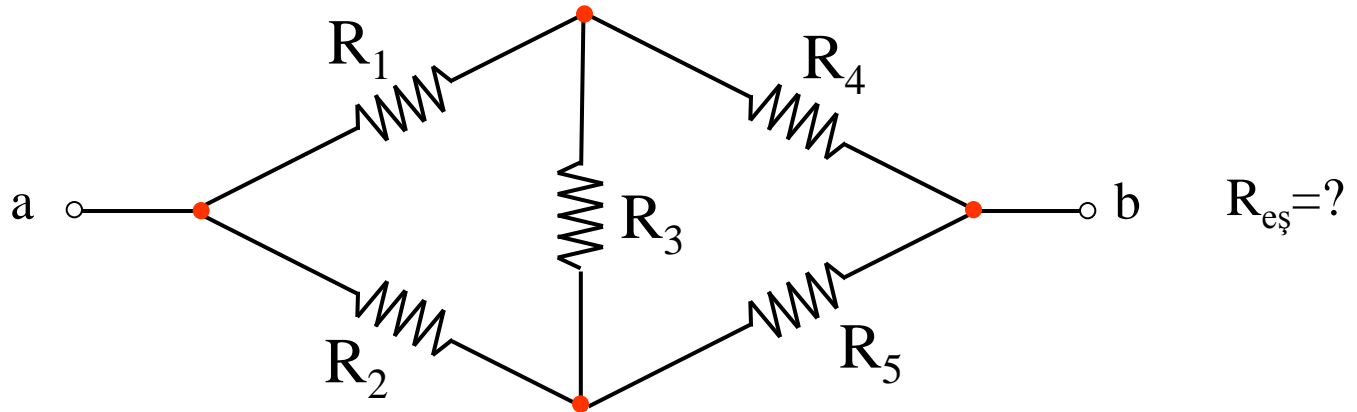
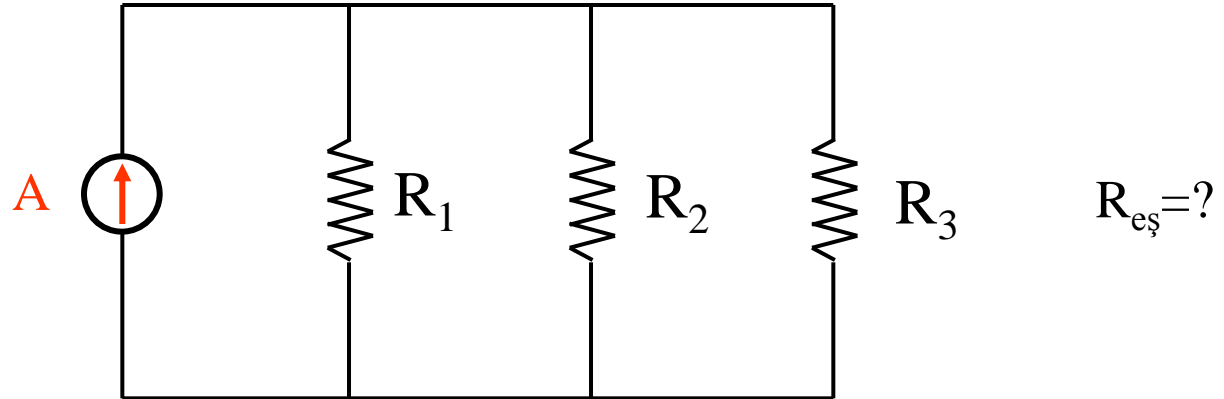
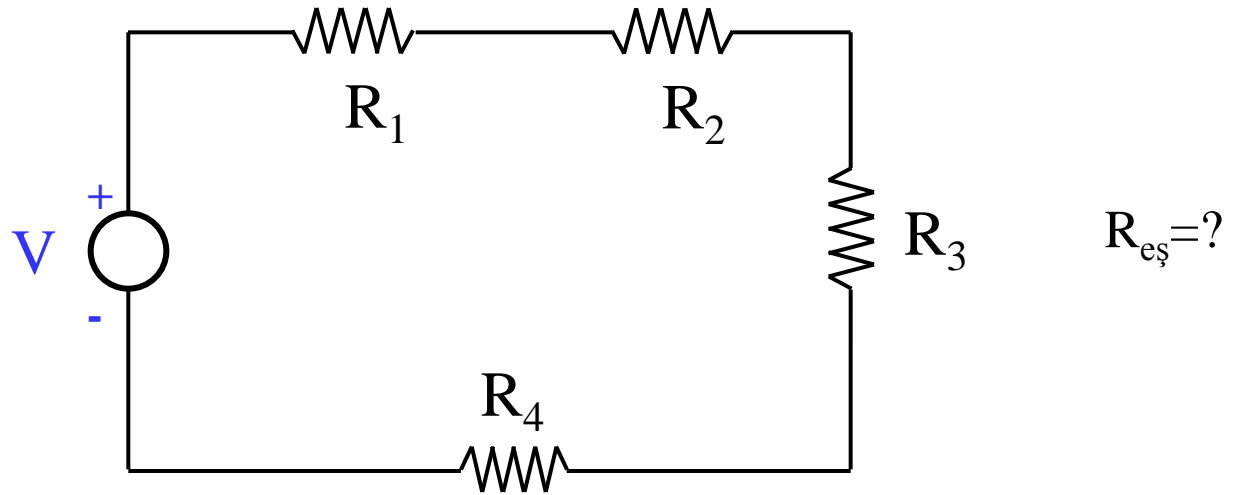
Prof. Dr. Hüseyin Sarı

2. Bölüm

Dirençli Devreler-3

Devre İndirgenmesi

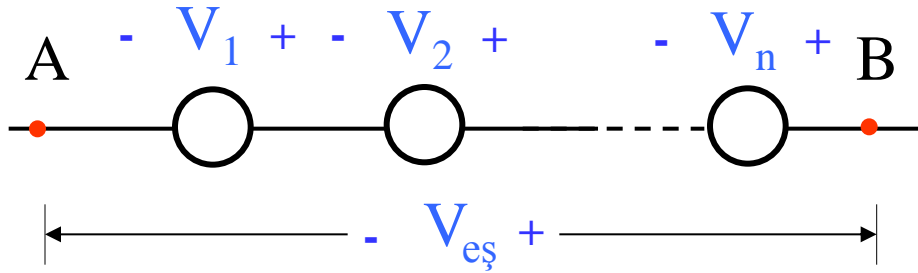
Başlamadan...



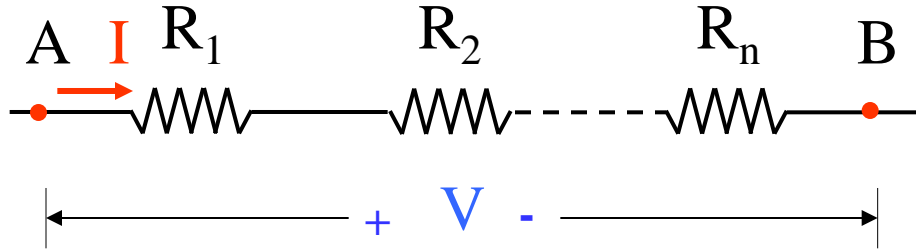
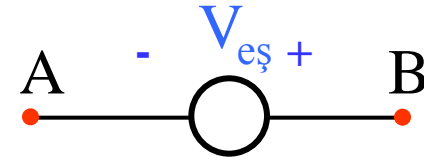
Devre İndirgenmesi

Devre karmaşıklığını azaltmada kullanılan yöntemlerden biri devre indirgenmesidir. İndirgenecek devre, kaynaklar veya devre elemanlarını içerebilir.

1- Seri bağlı devrelerde ortak nicelik akım dir.



$$V_{eş\ deger} = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$$



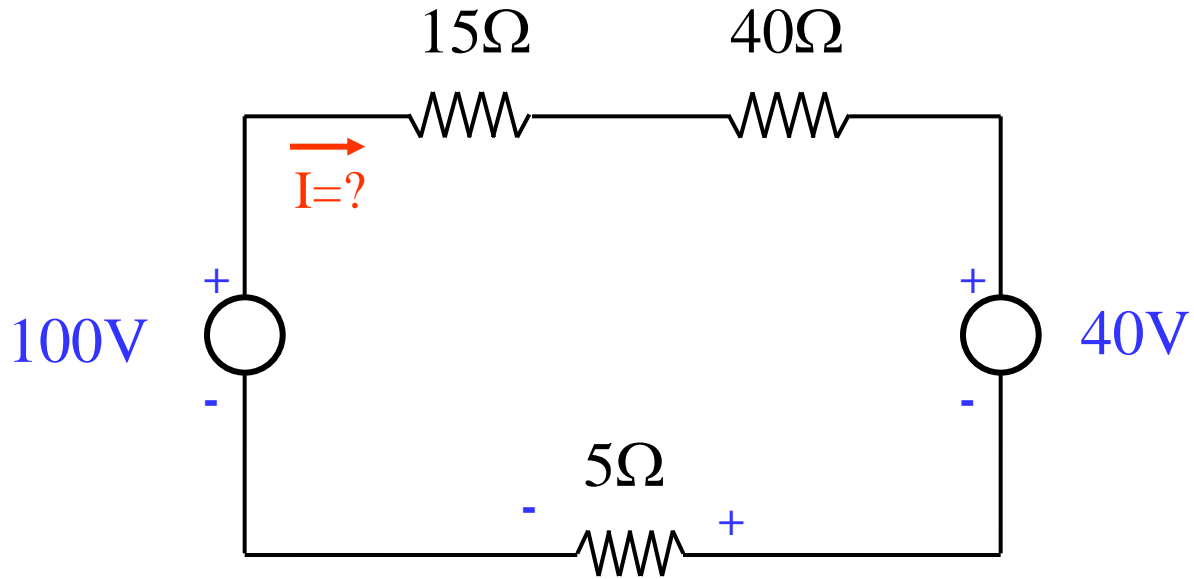
$$V = IR_1 + IR_2 + IR_3 + \dots + IR_n$$

$$V = I(R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n) = IR_{eş}$$

$$R_{eş\ deger} \equiv R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$



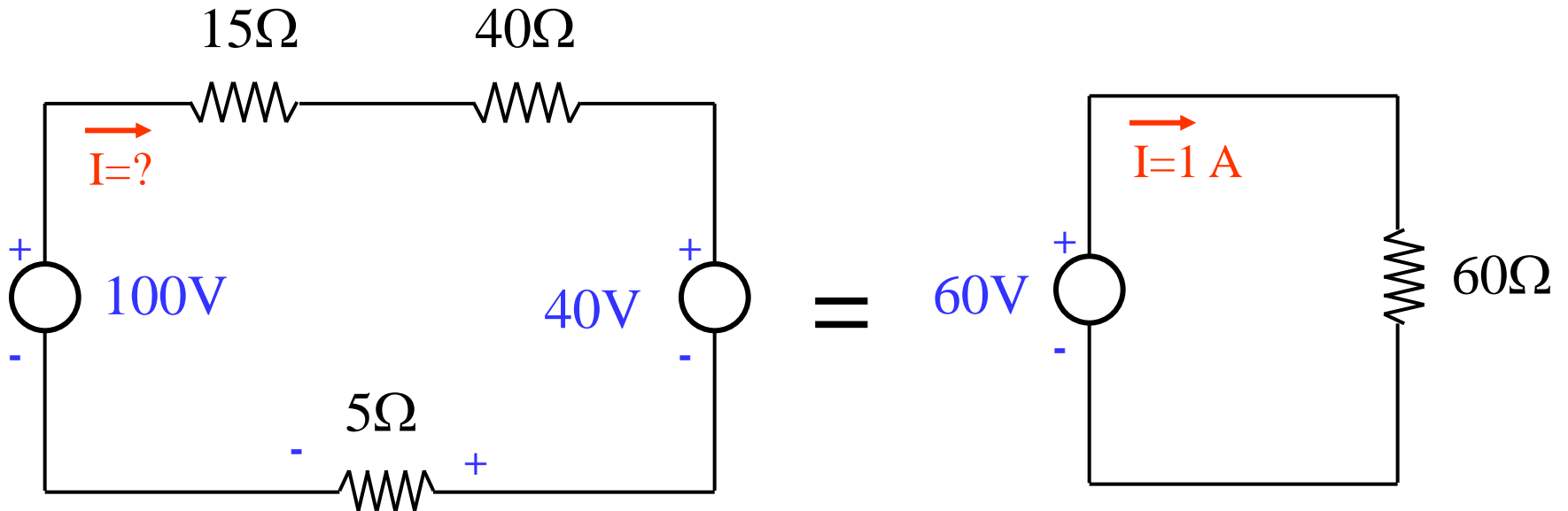
Örnek 2.10: Aşağıdaki devrede **I** akımını bulunuz.



Çözüm:

Eşdeğer gerilim kaynağı: $E_{eş} = 100V - 40V = 60V$

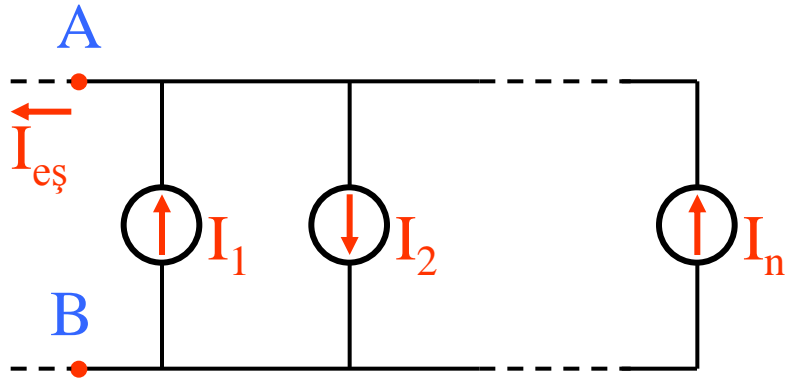
Eşdeğer direnç: $R_{eş} = 15\Omega + 40\Omega + 5\Omega = 60\Omega$ (Seri bağlı)



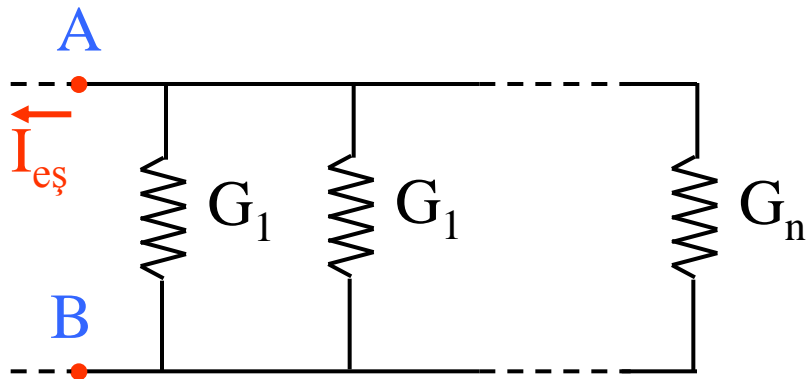
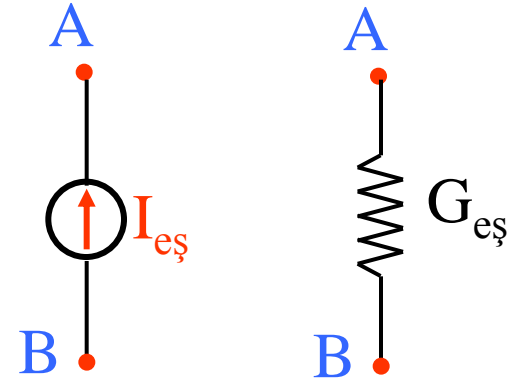
$$I = \frac{V_{eş}}{R_{eş}} = \frac{60V}{60\Omega} = 1A$$

Bir başka bağlantı şekli paralel bağlantıdır. Devre eleman ve kaynakların paralel bağlantı biçimleri aşağıda gösterilmiştir.

2- **Paralel bağlı** devrelerde ortak nicelik **gerilim**dir.



$$I_{eş \text{ deger}} = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n$$



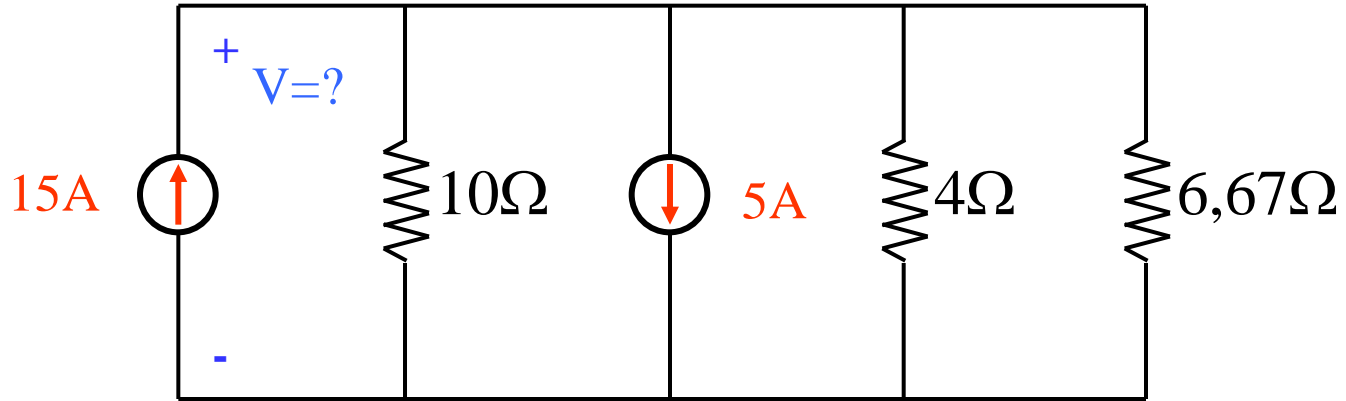
$$I = VG_1 + VG_2 + VG_3 + \dots + VG_n$$

$$I = V(G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n)$$

$$G_{eş \text{ deger}} \equiv G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n$$

$$G_{eş \text{ deger}} = \frac{1}{R_{eş}} \equiv \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

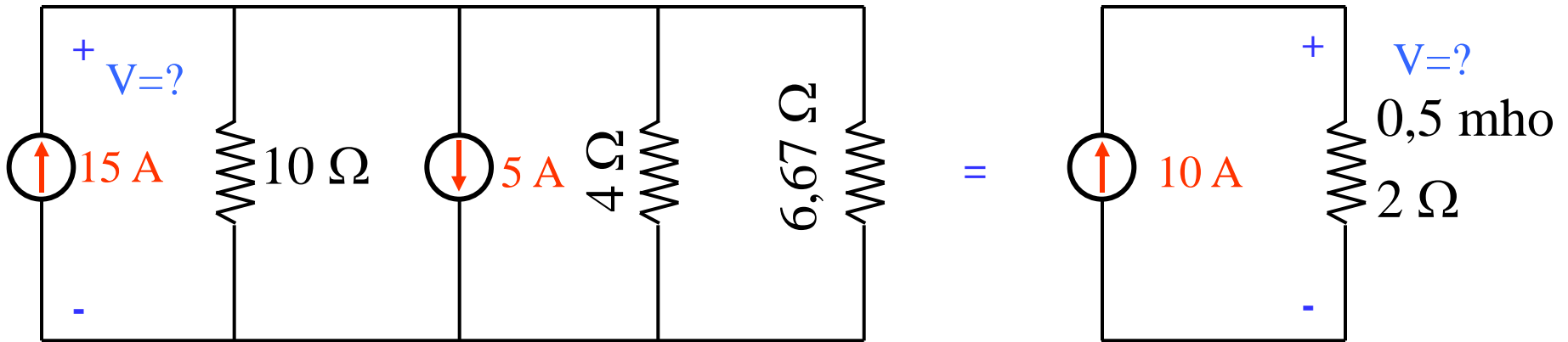
Örnek 2.11: Aşağıdaki paralel devrenin uçları arasındaki gerilimi bulunuz.



Çözüm:

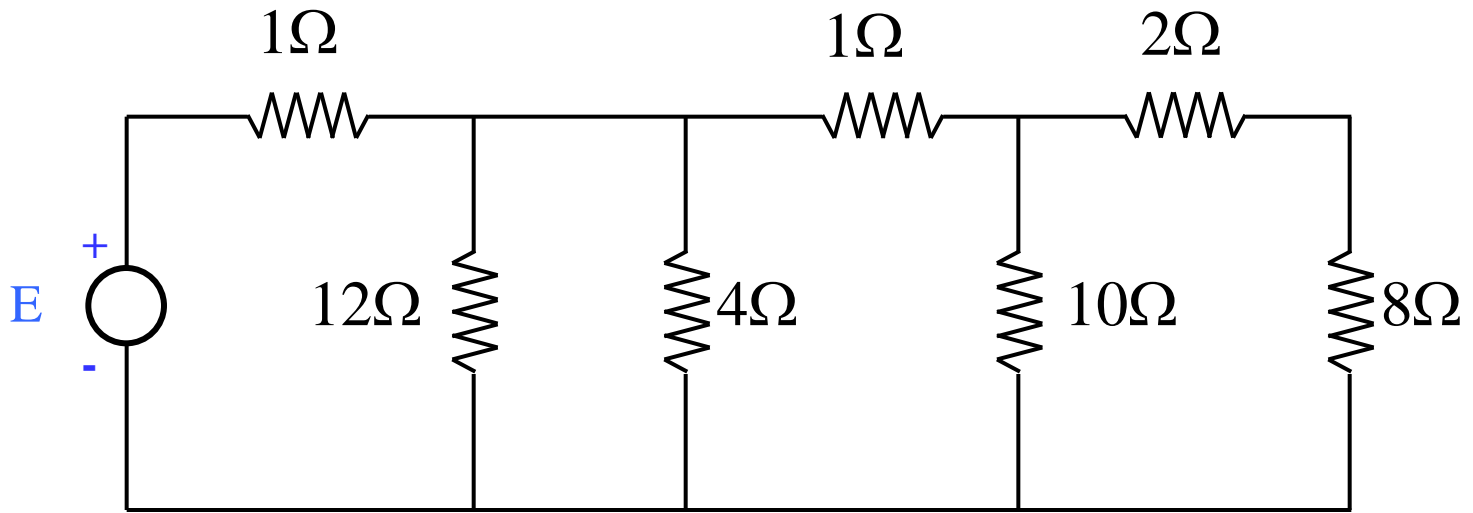
Eşdeğer akım kaynağı: $I_{eş} = 15A - 5A = 10A$

Eşdeğer direnç $G_{eş} = \frac{1}{10} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6,67} = 0,5 \text{ mho} \Rightarrow R_{eş} = 2 \Omega$

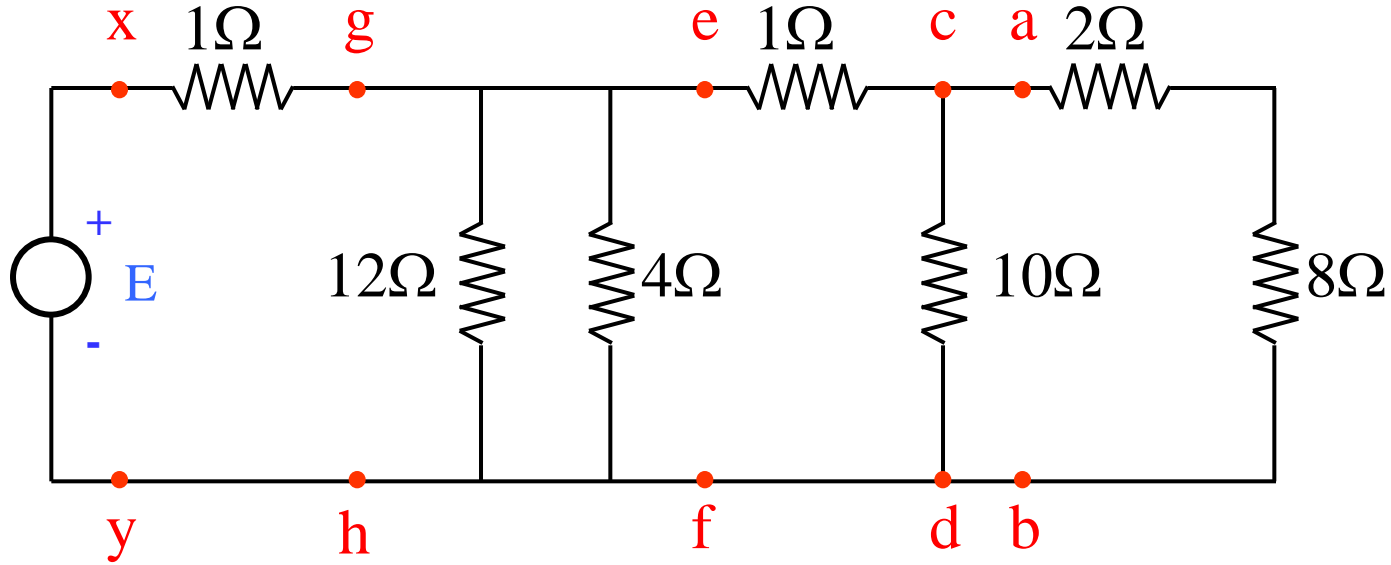


Gerilim: $V = I_{eş} R_{eş} = (10A)(2 \Omega) = 20V$

Örnek 2.12: Aşağıdaki devrede yük (R) ve besleyiciden (E) oluşan devre kesimini bir tek eşdeğer direnç ile yer değiştirilmesi önerilmektedir. Gerekli direnç değerini bulunuz.

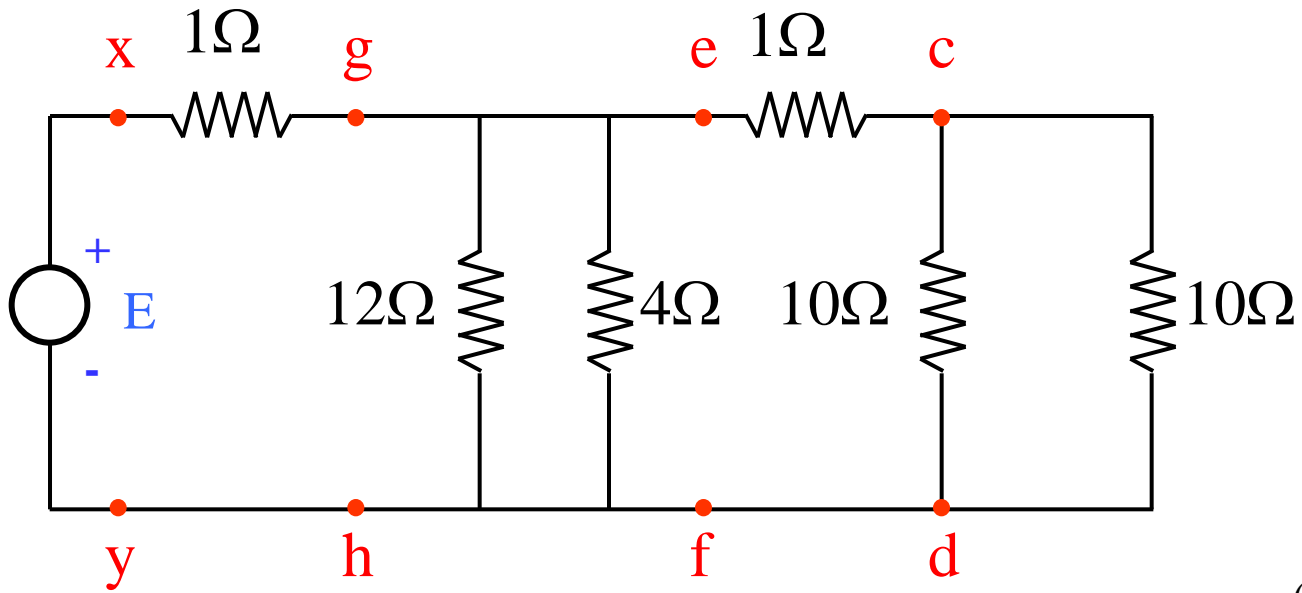


Çözüm: Devre indirgeme yöntemini uygularken devrenin kaynaktan en uzakta olan noktasından başlayıp ve kaynağa doğru giderek dirençler birleştirilir.

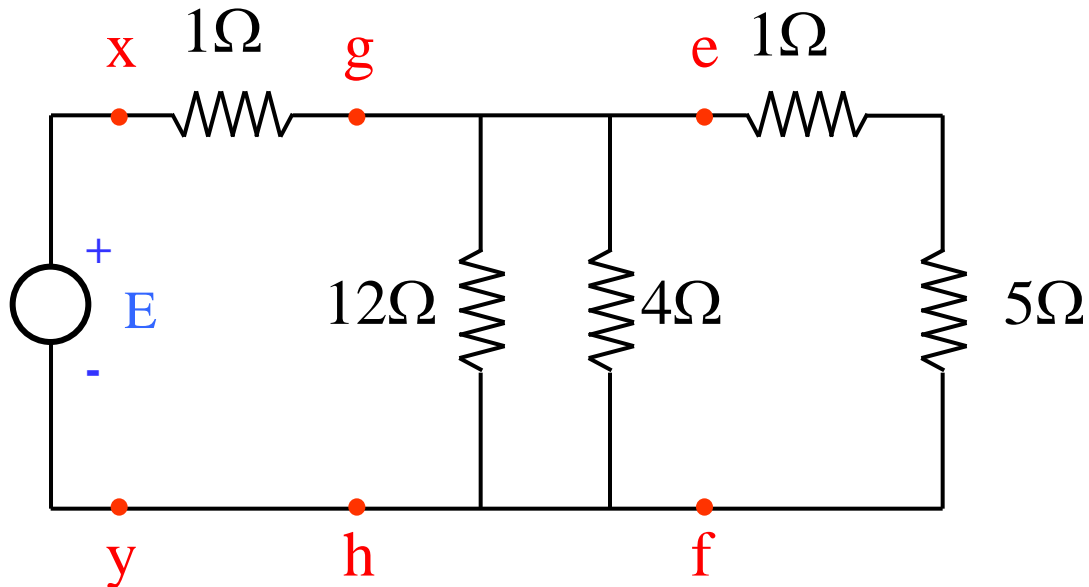


a-b noktası arasında kalan 2 ve 8Ω'luk dirençler seri bağlıdır.

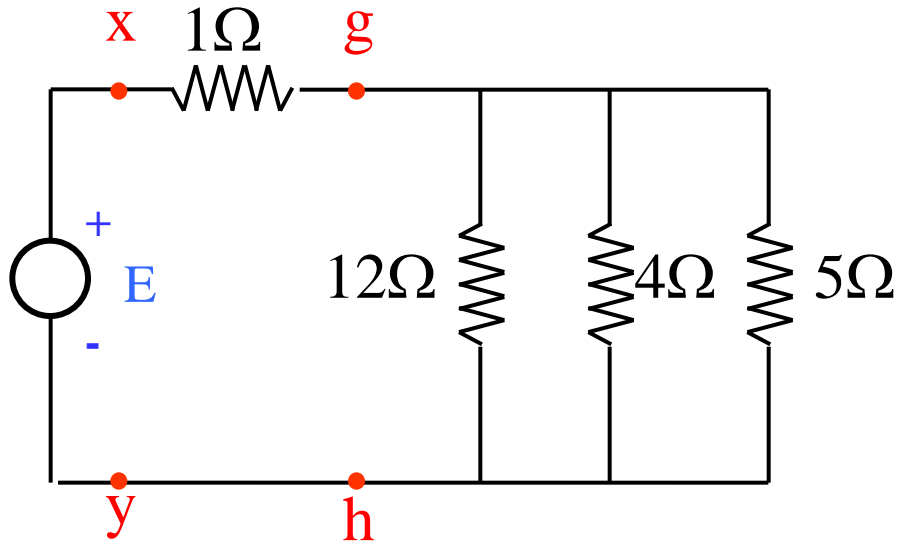
$$R_{ab} = 2\Omega + 8\Omega = 10\Omega$$



c-d noktası arasında kalan 10 ve 10 Ω 'luk dirençler paralel bağlıdır. $R_{cd} = \frac{(10\Omega)(10\Omega)}{10\Omega+10\Omega} = 5\Omega$

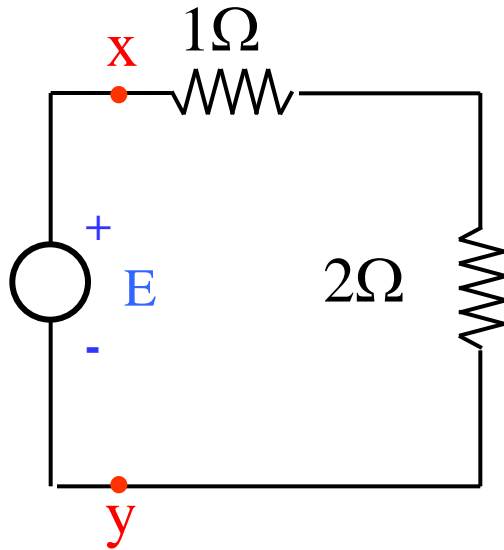


e-f noktası arasında kalan 5 ve 1 Ω 'luk dirençler seri bağlıdır. $R_{ef} = 5\Omega + 1\Omega = 6\Omega$

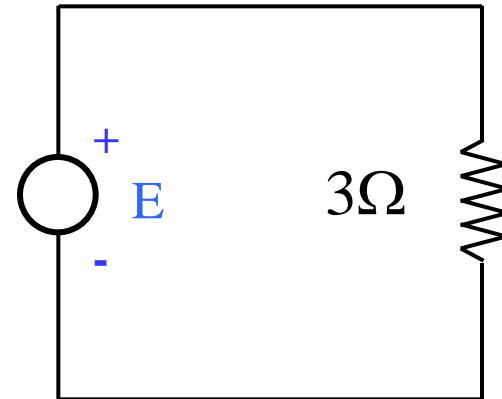


g-h noktası arasında kalan dirençler paralel bağlıdır.

$$\frac{1}{R_{gh}} = \frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{12\Omega} = \frac{1}{2\Omega} \Rightarrow R_{gh} = 2\Omega$$

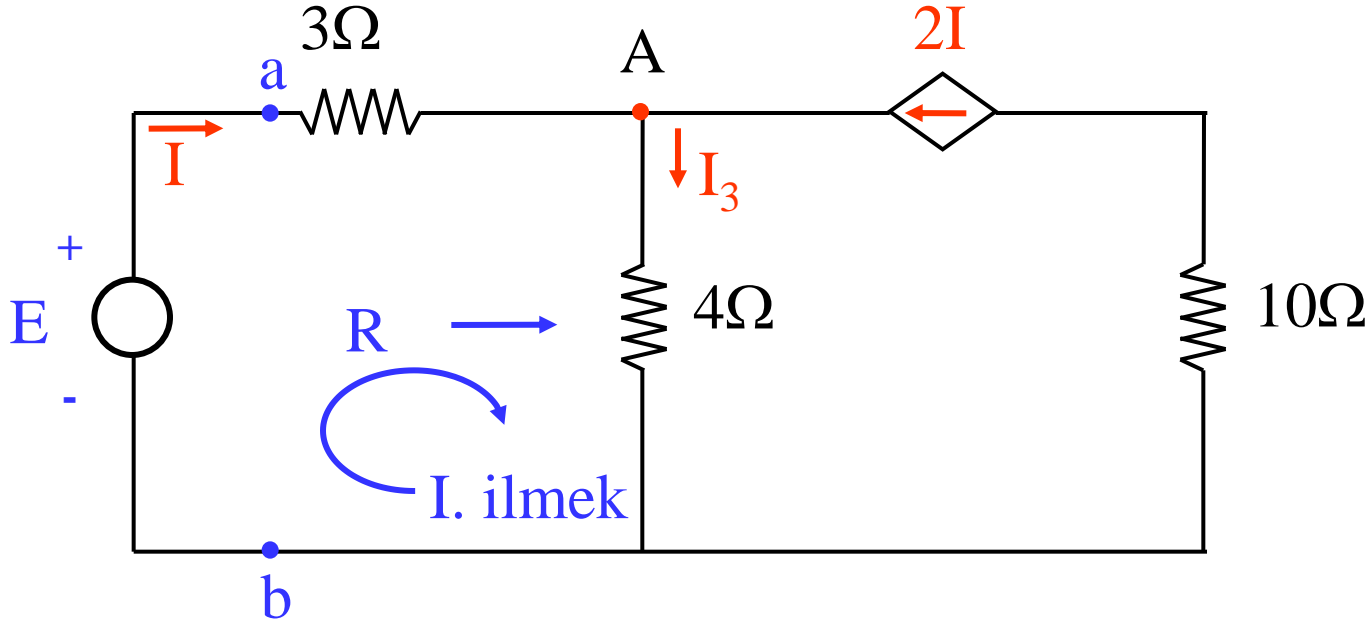


x-y noktası arasında kalan 2 ve 1Ω' luk dirençler seri bağlıdır.



$$R_{xy} = 2\Omega + 1\Omega = 3\Omega$$

Örnek 2.13: Aşağıdaki devrede, R giriş direncini (R_{ab}) bulunuz.

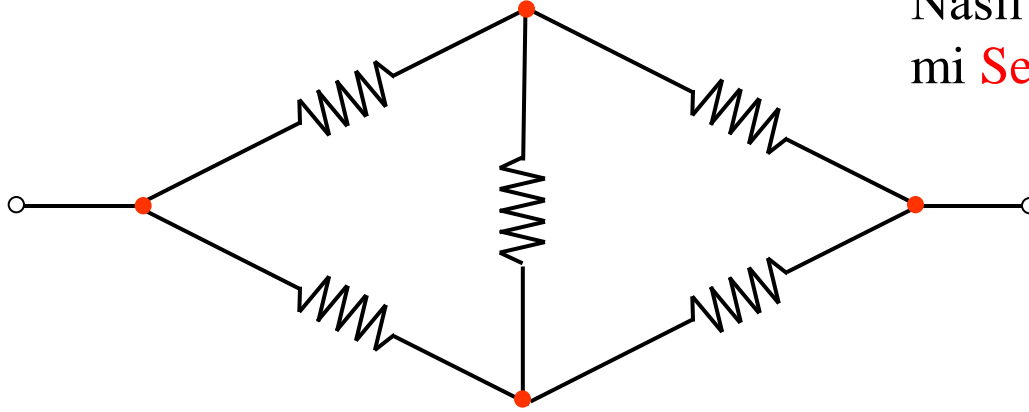


Çözüm: A noktasındaki KAY denkleminde I_3 akımını $I_3 = I + 2I = 3I$

Soldaki ilmek çevresinde yazılan KGY denklemini $E = 3I + 4(3I) = 15I$

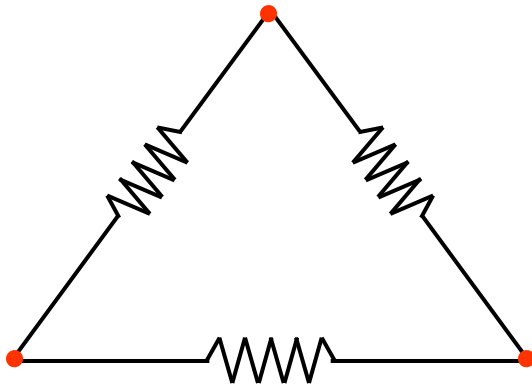
Direnç: $R = \frac{E}{I} = 15 \Omega$

3- **Sadece seri ve paralel birleştirmelerle çözümlenemeyen** belli devreler de vardır. Bu dönüşümler çoğu kez $Y-\Delta$ dönüşümlerinin kullanılması ile çözümlenebilir. Örneğin aşağıdaki devre ne tam olarak seri ne de tam olarak paralel değildir.

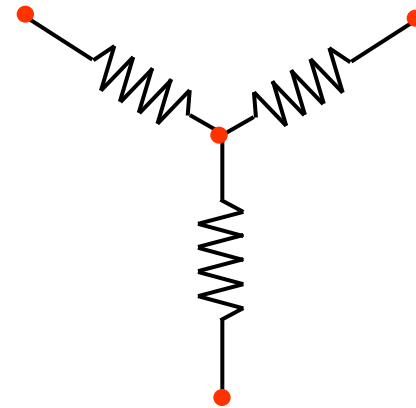


Nasıl yapsak? **Paralel** mi **Seri** mi bağlasak!

Bu dönüşüm Y şeklinde bağlı üç direncin Δ şeklinde bağlanmasına olanak sağlar.



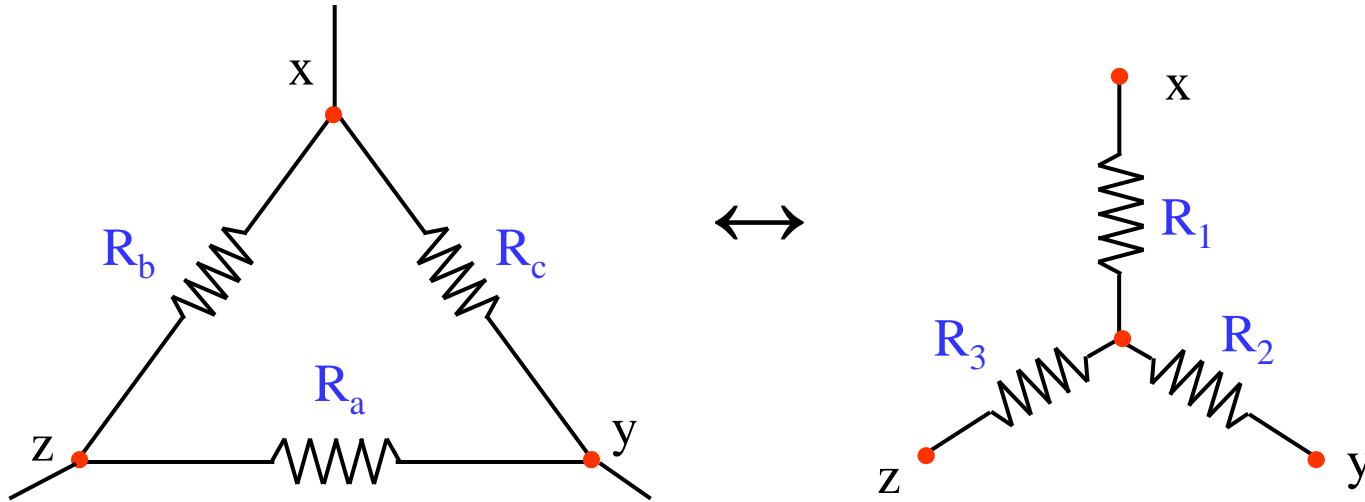
Δ -Bağlantı



Y -Bağlantı

Y-Δ (T-Π) Dönüşümü

Bu dönüşüm Y şeklinde bağlı üç direncin Δ şeklinde bağlanmasına olanak sağlar.



$$R_{xy} = R_1 + R_2 = \frac{R_c(R_a + R_b)}{(R_a + R_b) + R_c}$$

$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1}$$

$$R_b = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2}$$

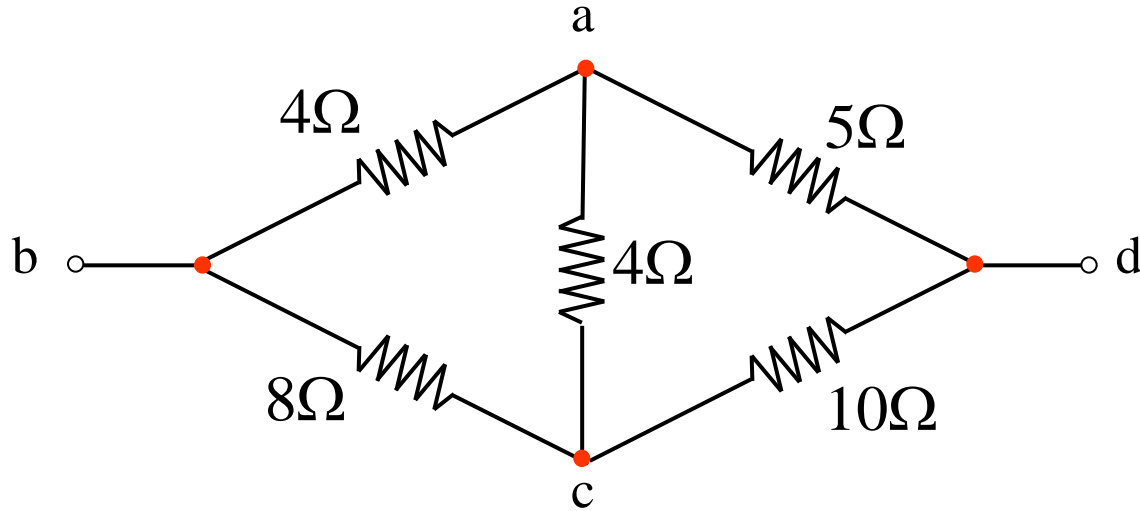
$$R_c = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}$$

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

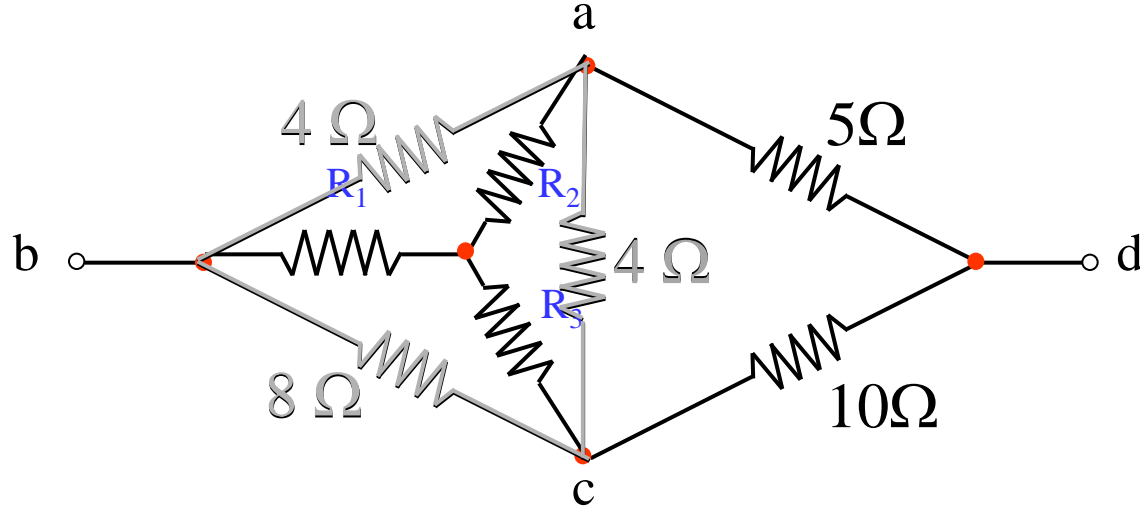
$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

Örnek 2.14: Aşağıdaki b-d bağlantı noktaları arasındaki devreyi tutabilecek tek eşdeğer direnci bulunuz.



Çözüm:

Devrede a-b-c noktası arasındaki Δ -direnç, $\Delta \rightarrow Y$ dönüşümü ile Y dirence dönüştürülürse, yeni dirençler (R_1 , R_2 ve R_3)



$$R_a = 4\ \Omega, R_b = 8\ \Omega, R_c = 4\ \Omega$$

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

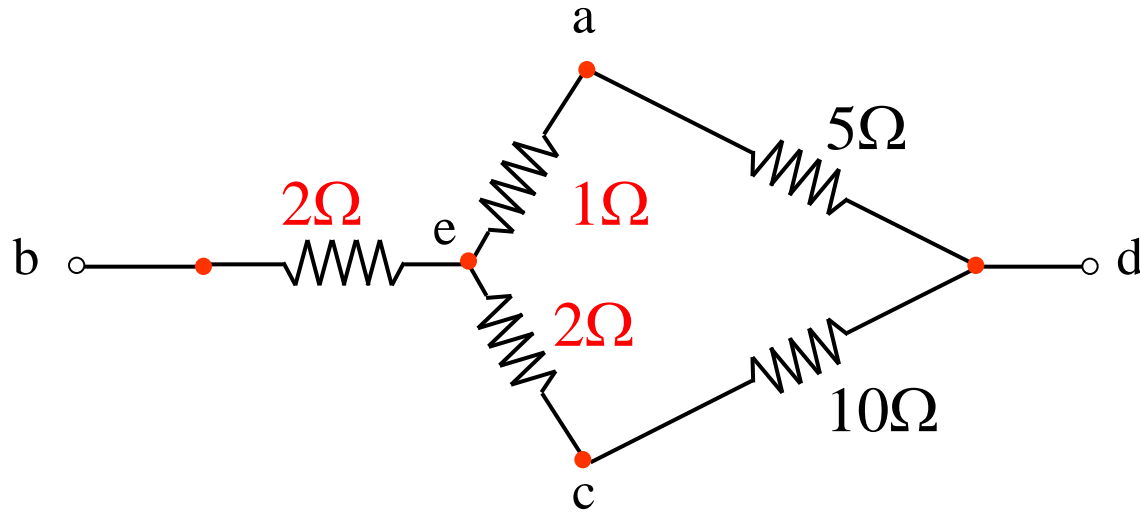
$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_1 = \frac{(8\ \Omega)(4\ \Omega)}{4\ \Omega + 4\ \Omega + 8\ \Omega} = 2\ \Omega$$

$$R_2 = \frac{(4\ \Omega)(4\ \Omega)}{4\ \Omega + 4\ \Omega + 8\ \Omega} = 1\ \Omega$$

$$R_3 = \frac{(4\ \Omega)(8\ \Omega)}{4\ \Omega + 4\ \Omega + 8\ \Omega} = 2\ \Omega$$

Dönüşümle birlikte yeni devre seri ve paralel bağlantılarla yalınlaştırılabilir hale gelir.



$$R_{ead} = 1\Omega + 5\Omega = 6\Omega$$

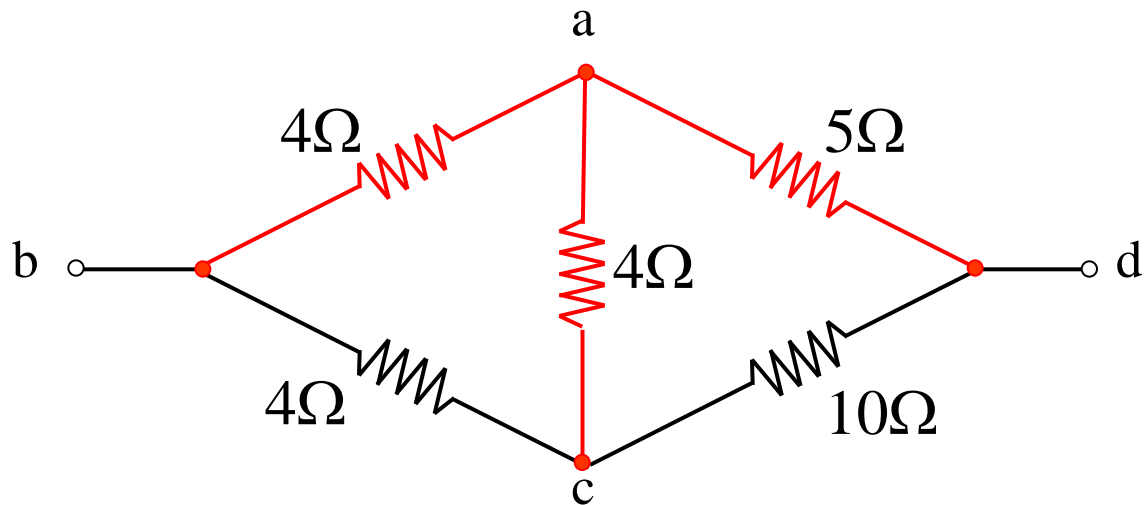
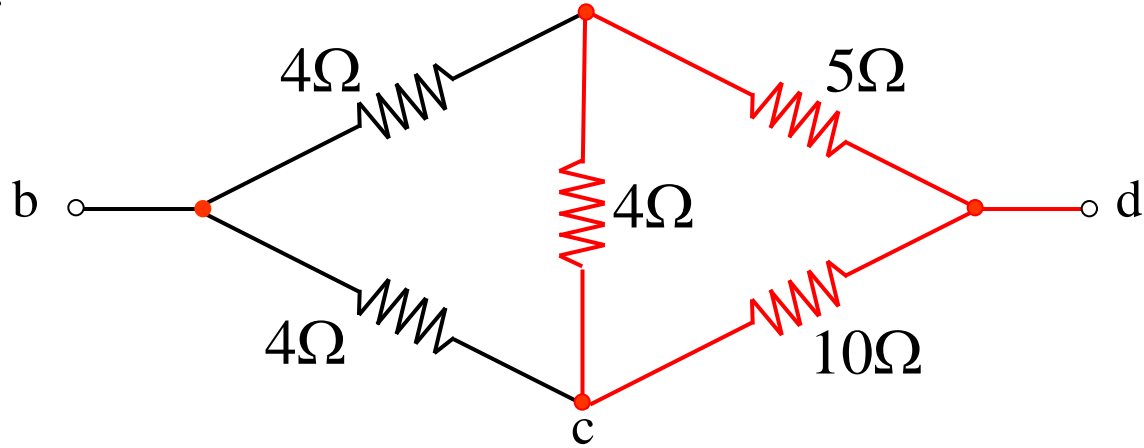
$$R_{ecd} = 2\Omega + 10\Omega = 12\Omega$$

$$R_{ed} = \frac{(6\Omega)(12\Omega)}{6\Omega + 12\Omega} = 4\Omega$$

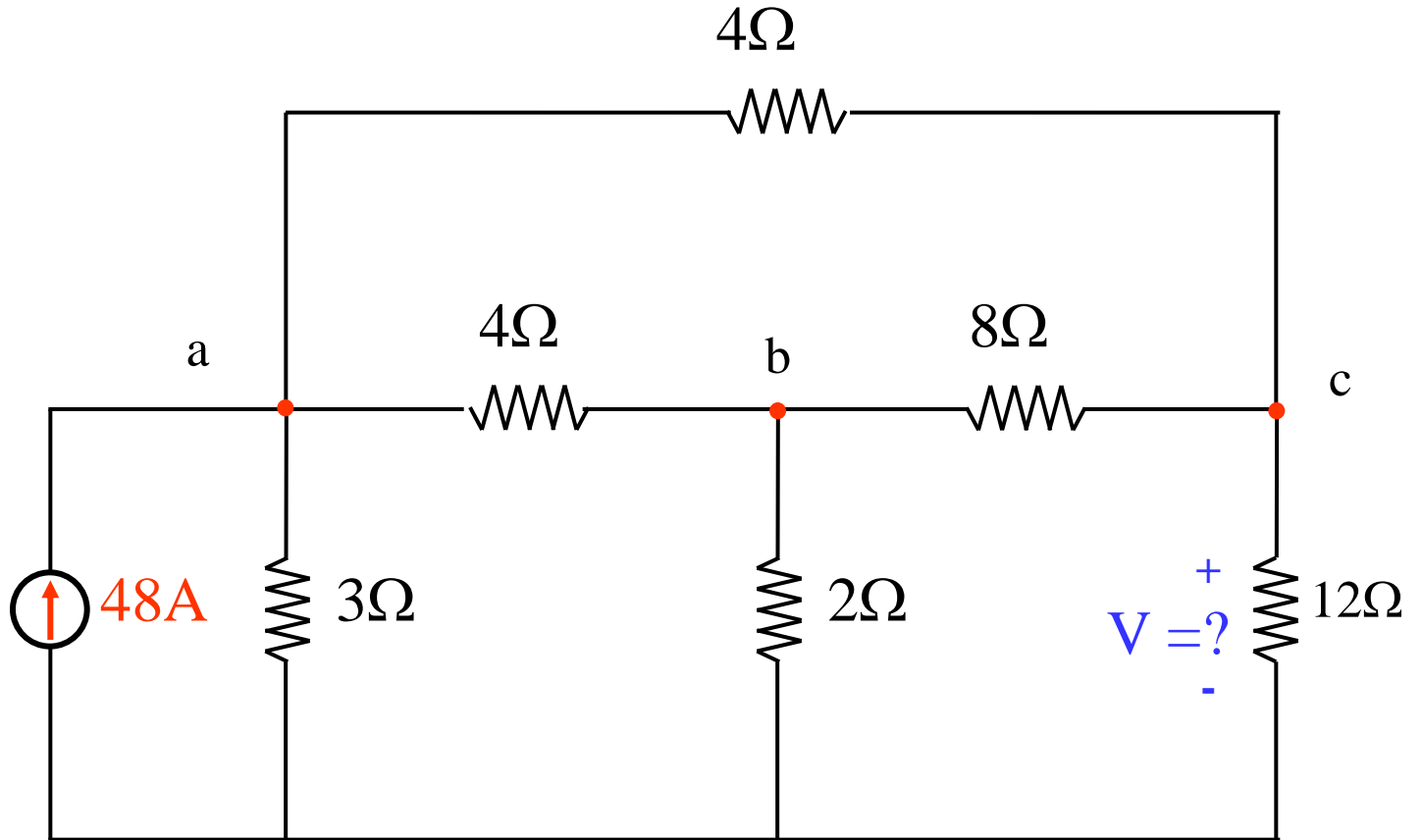
$$R_{bd} = 2\Omega + 4\Omega = 6\Omega$$

Ödev: (a) Aşağıdaki b-d bağlantı noktaları arasındaki devrenin tutabilecek tek eşdeğer direnci, acd dirençlerinin oluşturduğu Δ şeklini Y şeklinde yazarak bulunuz.

(b) bcd Y şeklini, Δ şekline dönüştürerek bd arasındaki eşdeğer direnci bulunuz.

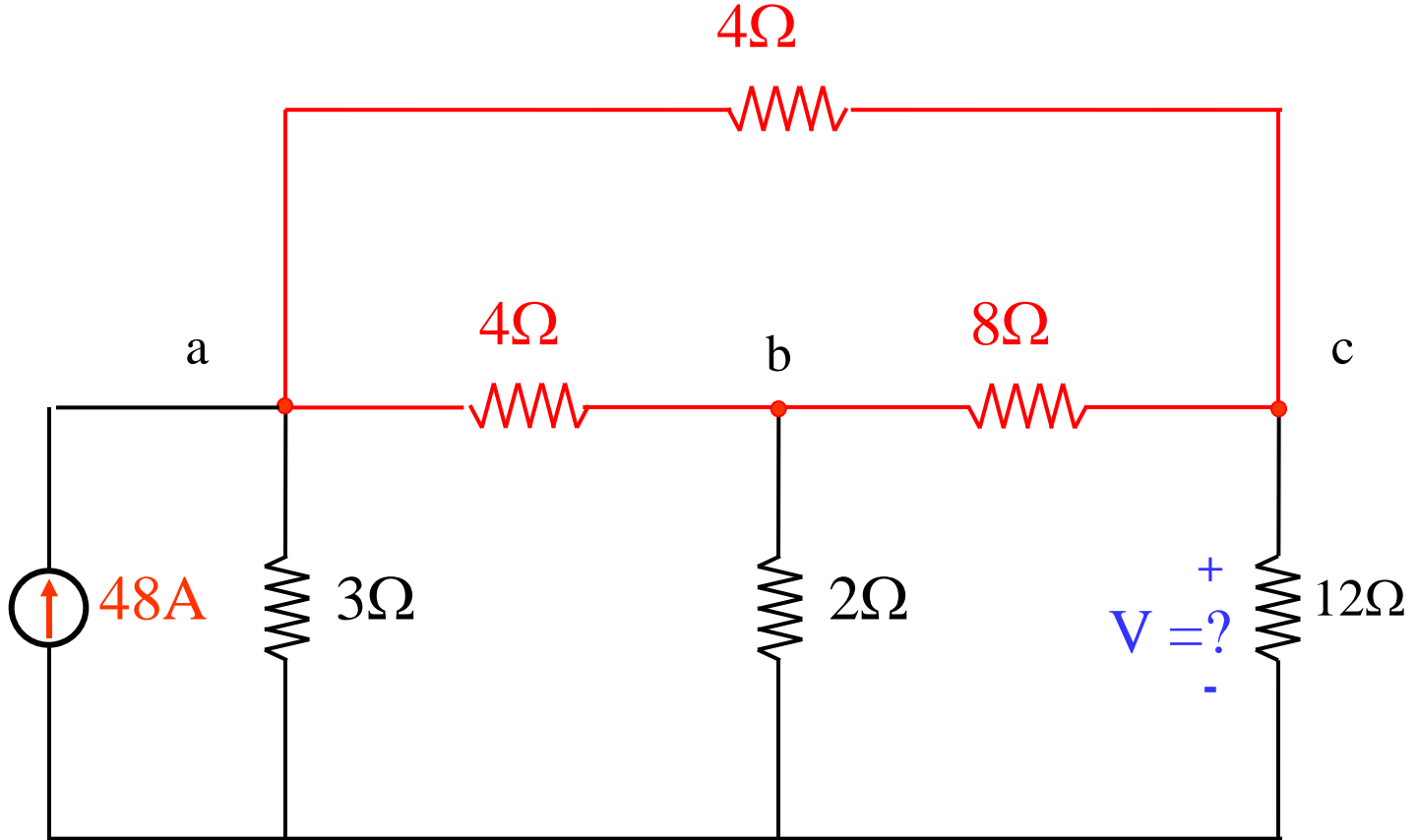


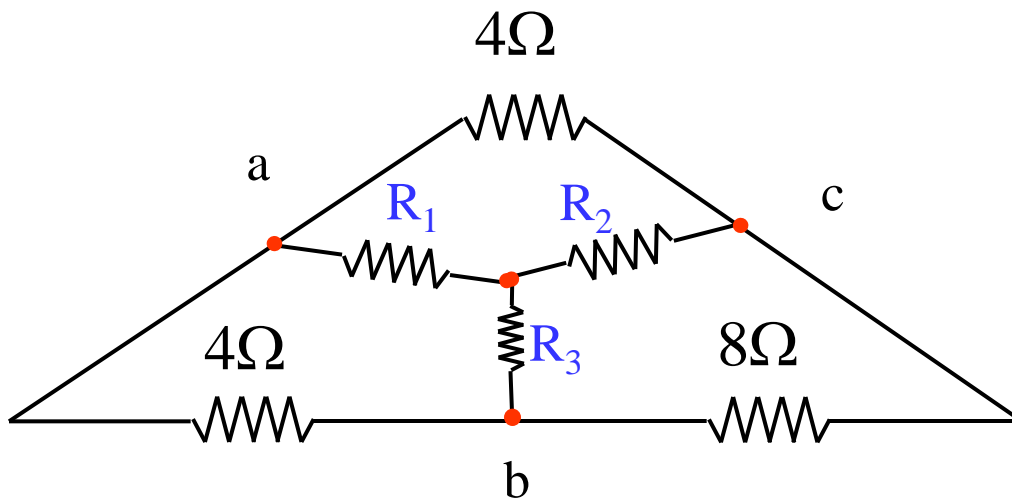
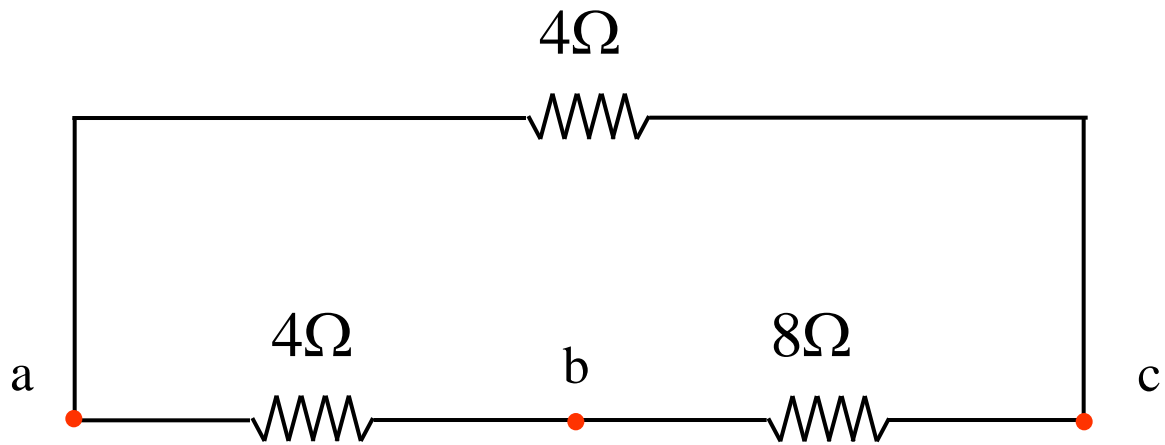
Örnek 2.15: Devre indirgeme yöntemini kullanarak aşağıdaki devredeki V gerilimini bulunuz.

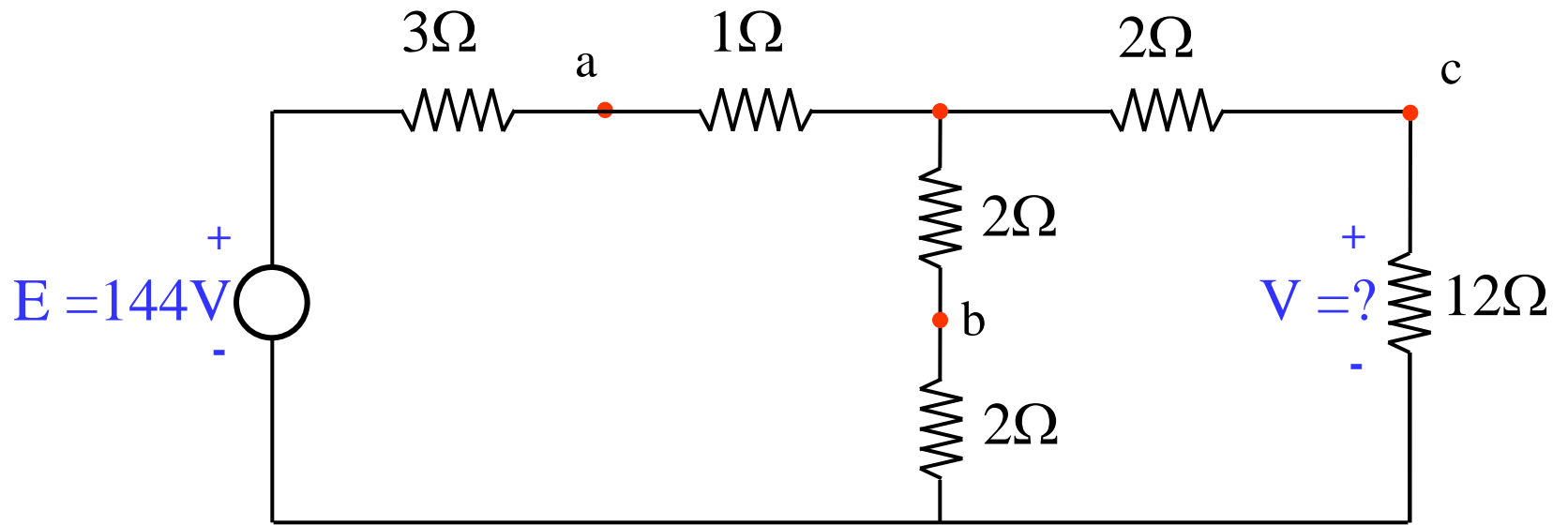


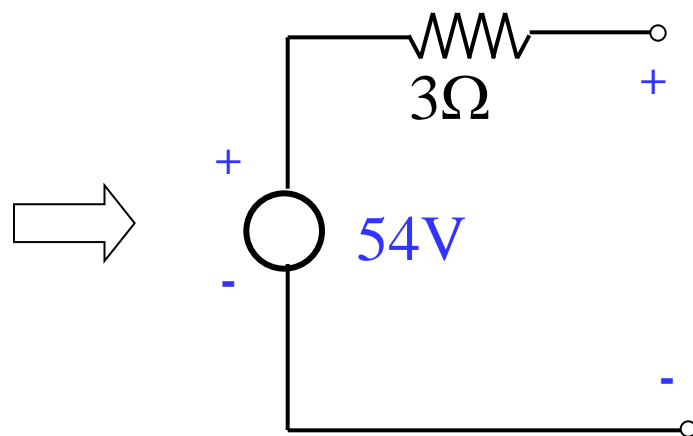
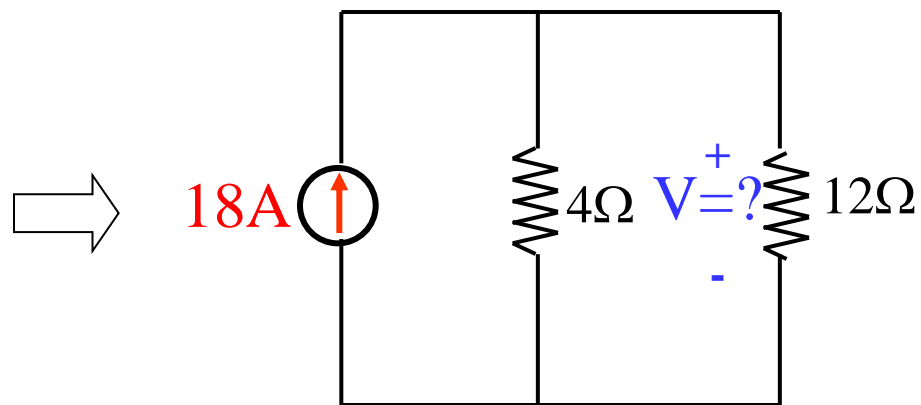
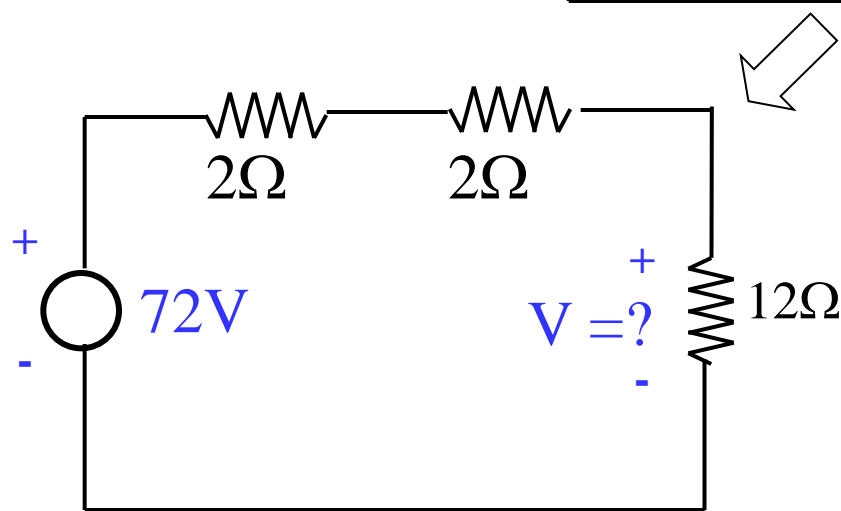
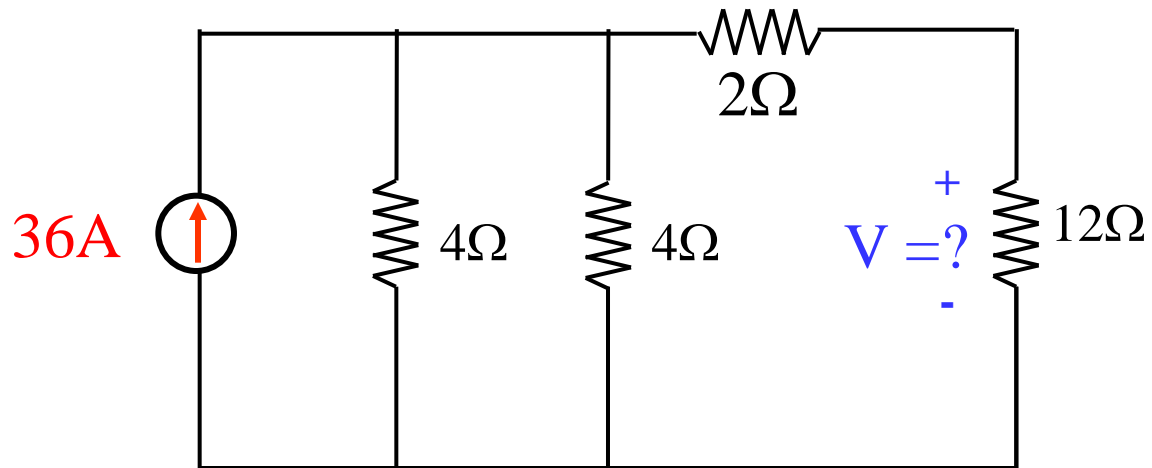
Çözüm:

a, b ve c kavşaklarının oluşturduğu üç-direnç Δ -devresi gibidir. Δ -devresinin Y eşdeğeri ile yer değiştirilmesi ve sonrasında 48 A ve $3\ \Omega$ direncin gerilim kaynağına dönüşümü ile yapılabilir.









Üst Üste Binme İlkesi

Eğer bir devrede birden çok kaynak varsa, her devre elemanının gerilimi ve akımı bir çok bileşenin toplamından oluştuğu düşünülebilir.

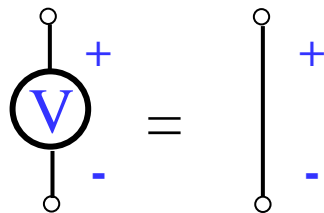
Bir çok kaynağın birlikte uygulanması ile herhangi bir kolda oluşan akım ya da gerilim her bir kaynağın ayrı ayrı etkisi ile o kolda üretilen akımların ya da gerilimlerin cebirsel toplamıdır.

Bu ilke, herhangi bir dirençten geçen akımın doğrudan gerilimle orantılı olması gerçeğinden doğar.

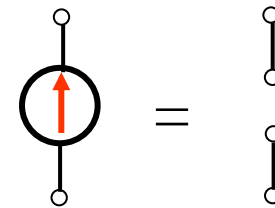
$$f(x_1) + f(x_2) = f(x_1 + x_2)$$

Devrede birçok kaynak varsa, her bir kaynağın etkisini dikkate alırken diğer kaynak devre dışı bırakılır. Bu durumda kaynaklar:

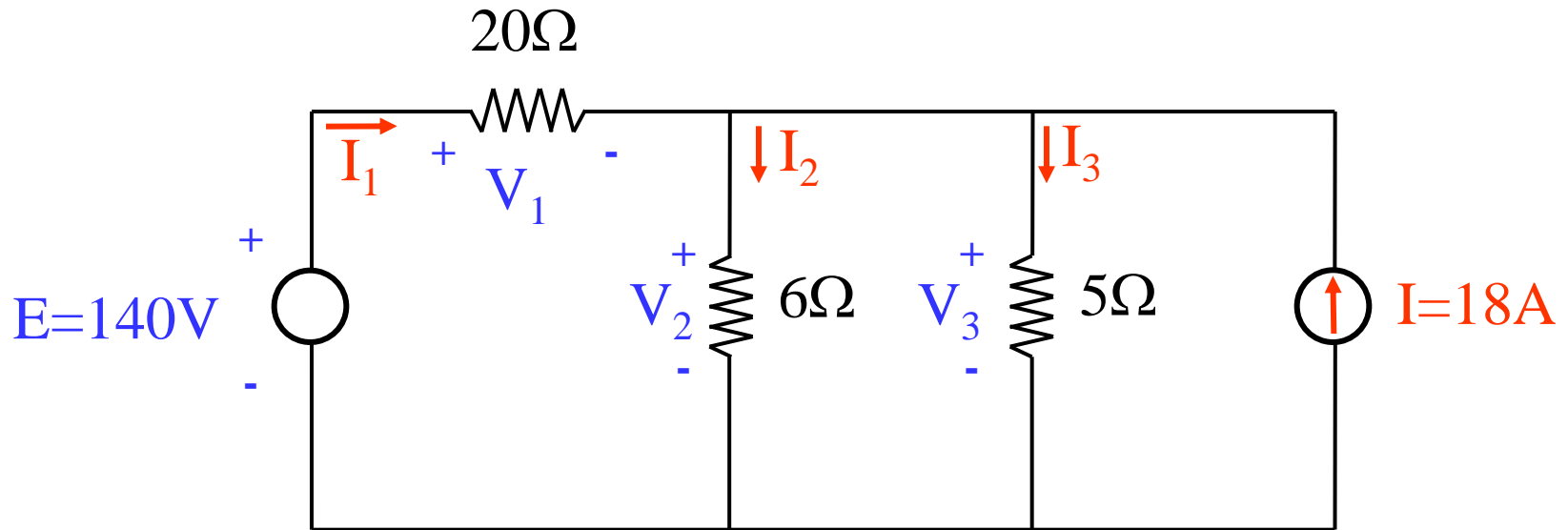
Gerilim Kaynağı → Kısa Devre



Akım Kaynağı → Açık Devre

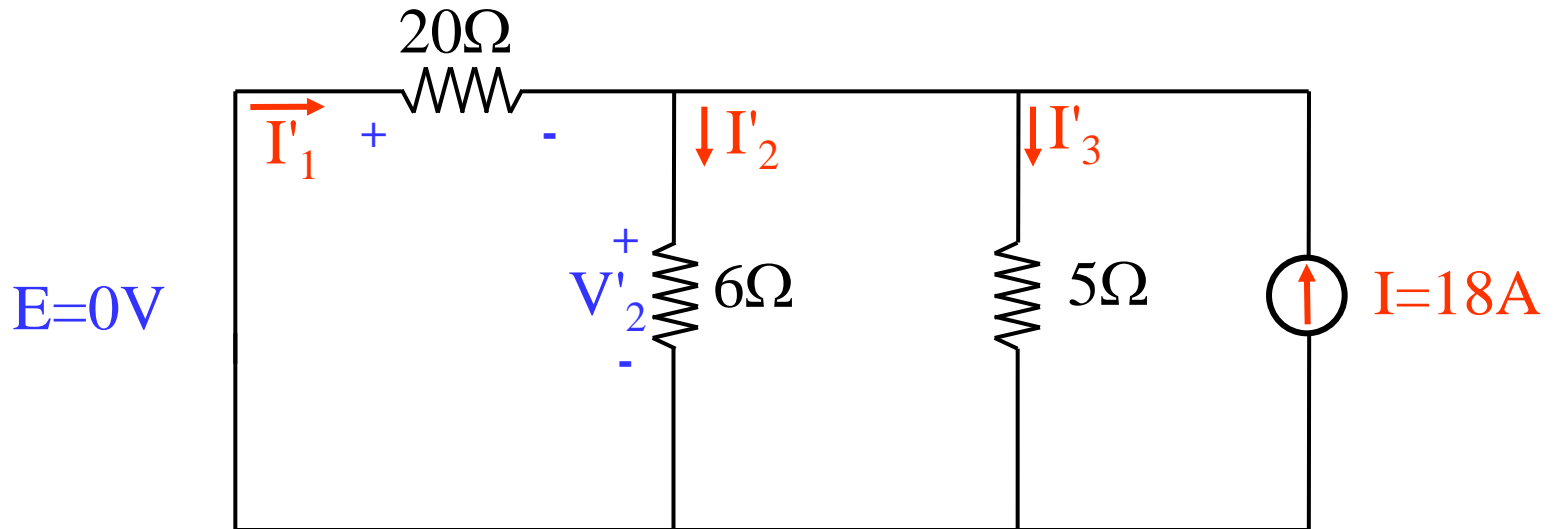


Örnek 2.16: Aşağıdaki devrede üst üste binme ilkesini kullanarak I_1 , I_2 ve I_3 akımlarını bulunuz (Bu problem Örnek 2.1'de temel yasaların doğrudan uygulanması ile çözülmüştü).



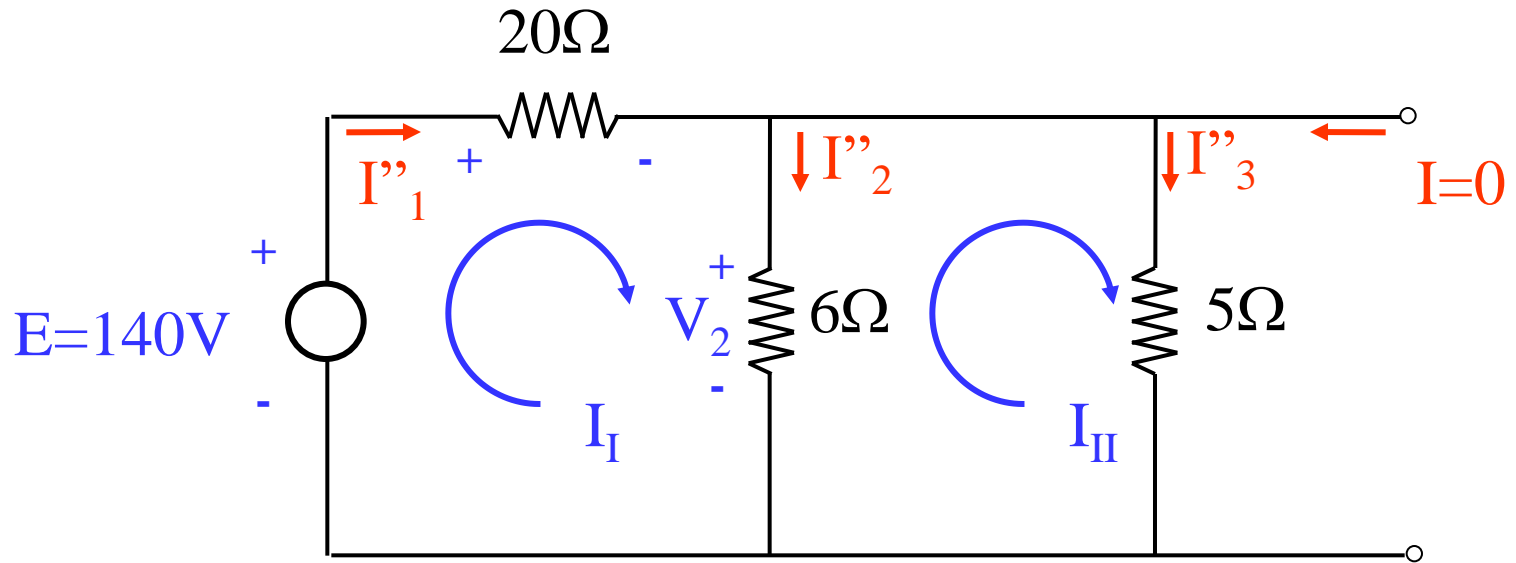
Çözüm: Önce 140V'luk kaynağın etkisi yokmuş gibi düşünülerek (sıfır kabul edilerek) akımlar bulunacak, daha sonra 18A'lık akım kaynağının etkisi yokmuş gibi (açık devre kabul edilerek) akımlar bulunarak cebirsel toplam alınacaktır.

1- 140V'luk kaynağın etkisi yokmuş gibi düşünelim (sıfır kabul edilerek-kısa devre). Düğüm gerilimi yöntemi kullanılarak istenilen akımları bulalım.



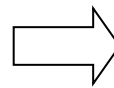
$$V'_2 \cdot \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{6} + \frac{1}{5} \right) = 18A \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} V'_2 &= 43,2 V \\ I'_1 &= -43,2 V / 20\Omega = -2,16A \\ I'_2 &= 43,2 V / 6\Omega = 7,20A \\ I'_3 &= 43,2 V / 5\Omega = 8,64A \end{aligned}$$

- 2- **18 A**'lik akım kaynağının etkisi yokmuş gibi (açık devre) kabul ederek akımları bulalım. Akımları bulmak için ilmek akımları **I** ve **II** ile göstererek **Kirchhoff Akım Yasası (KAY)** denklemleri cebirsel toplam alınacaktır.



$$26I_I - 6I_{II} = 140$$

$$-6I_I + 11I_{II} = 0$$



$$I_I = 6,16 \text{ A} \quad I_{II} = 3,36 \text{ A}$$

$$I''_1 = I_I = 6,16 \text{ A}$$

$$I''_2 = I_I - I_{II} = 2,80 \text{ A}$$

$$I''_3 = I_{II} = 3,36 \text{ A}$$

Kaynakların her ikisinin aynı anda uygulanması ile elde edilen akımlar, yukarıda bulunan bileşenlerin toplamı olacaktır.

$$I_1 = I_1' + I_1'' = -2,16 + 6,16 = 4,00 \text{ A}$$

$$I_2 = I_2' + I_2'' = 7,20 + 2,80 = 10,00 \text{ A}$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 8,64 + 3,36 = 12,00 \text{ A}$$

Daha önce Örnek 2.1'de bulunan ve temel yasaların uygulanması ile elde edilen akımlar ile aynıdır.

Thevenin Teoremi

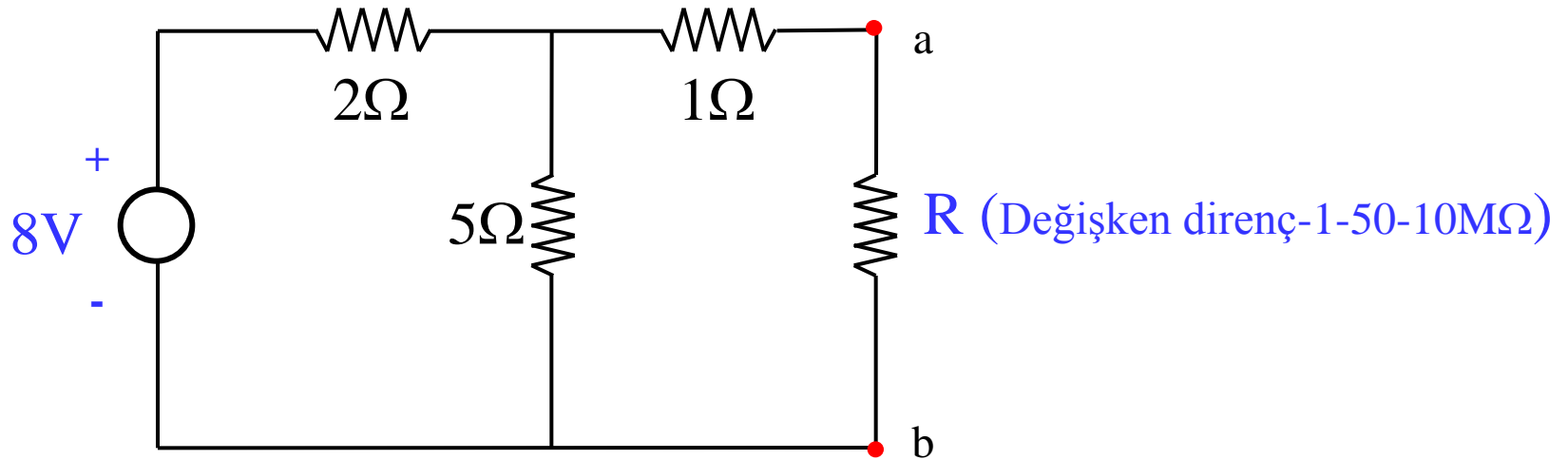
Thevenin Teoremi temel olarak; karmaşık bir devrenin herhangi bir çıkış ucu çiftinden bakıldığında zaman devrenin yalın bir biçimde gösterilmesine izin verir ve bunun sonucu olarak, devrenin çıkışına bağlanan bir yük üzerindeki etkisinin ya da tersine; yükün, devrenin bağlantı noktasının davranışı üzerine yapacağı etkinin kolayca bulunmasını sağlar.

Thevenin Teoremi: Dirençlerden ve kaynaklardan oluşan herhangi bir doğrusal iki bağlantı noktalı devre ya bir gerilim kaynağı ve seri dirençten, ya da bir akım kaynağı ve paralel dirençten oluşan bir kaynak-direnç eşdeğeri ile gösterilebilir.

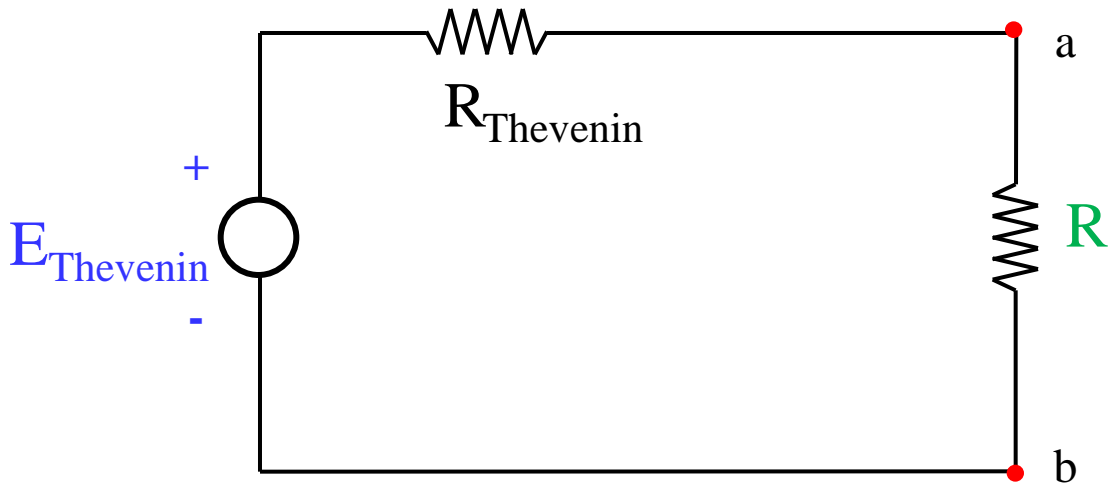
Gerilim kaynağı gösterimine *Thevenin Devresi*,

Akım kaynağı gösterimine ise ya *Thevenin Akım-Kaynağı eşdeğeri* ya da *Norton eşdeğeri* denir.

Thevenin Teoremi

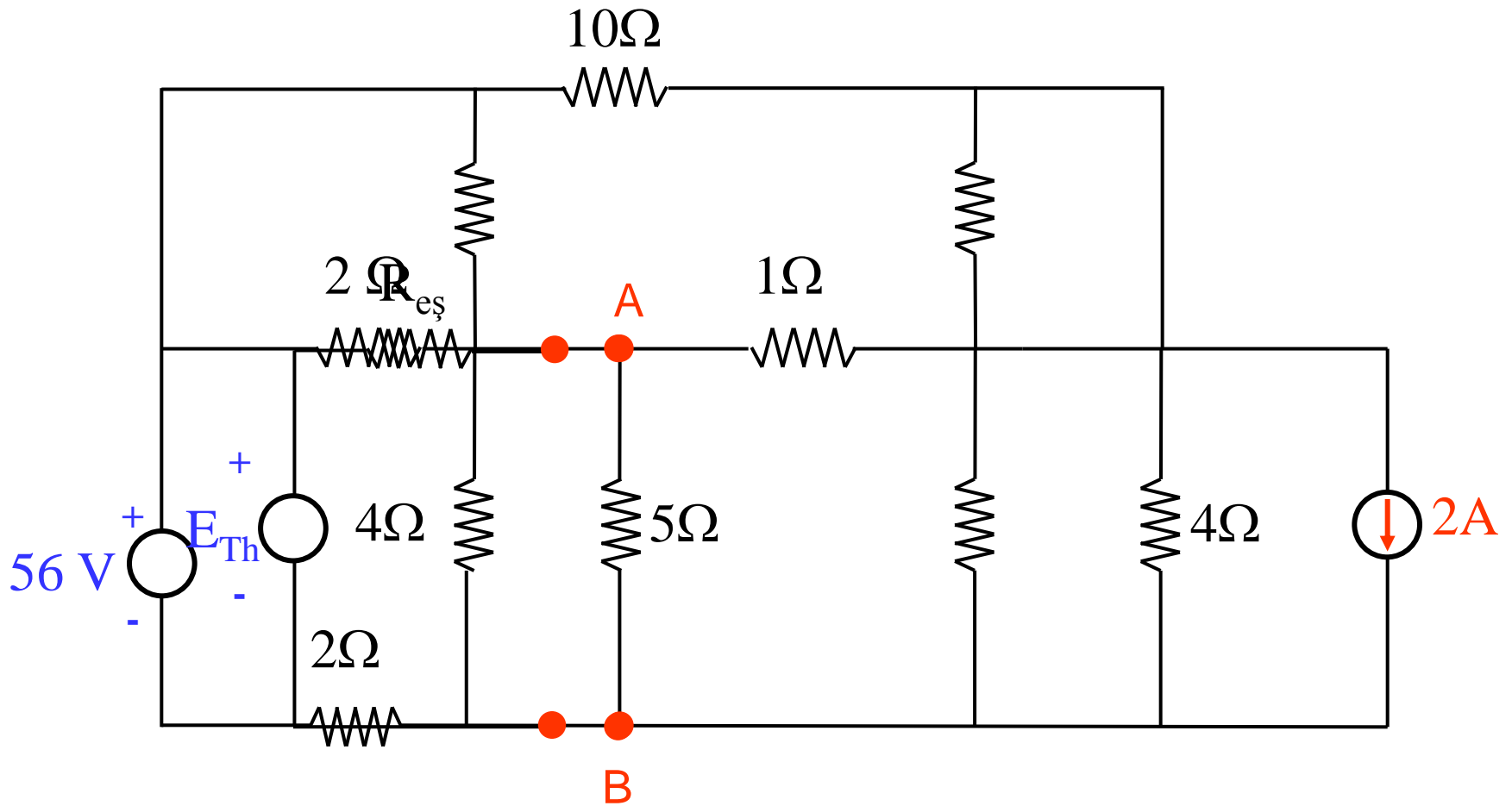


R direncinin farklı değerleri için ab kolundan geçecek akımı bulmak isteyelim. Bunun için her bir direnç için bütün devreyi yeniden analiz etmemiz gerekecek. Ama bunun yerine ab noktasının solunda kalan devreyi yalın bir şekilde (Bir gerilim kaynağı ve bir direnç ile ifade edebilirsek) her defasında devreyi yeniden analiz etmekten kurtuluruz.



$$I_R = \frac{E_{Thevenin}}{R_{Thevenin} + R}$$

Aşağıdaki devrede A ve B noktaları arasındaki direnci düşünelim:

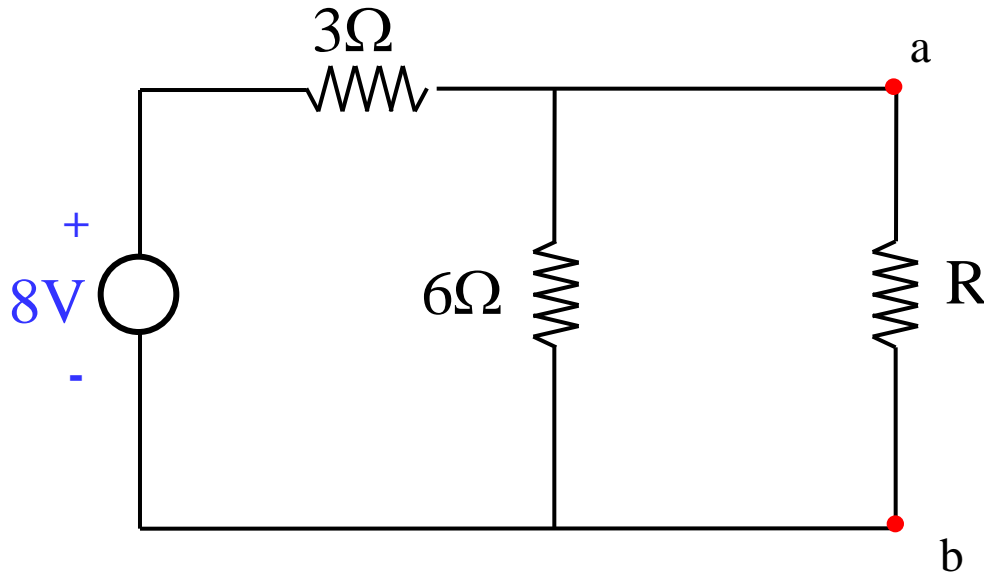


Thevenin Teoremi

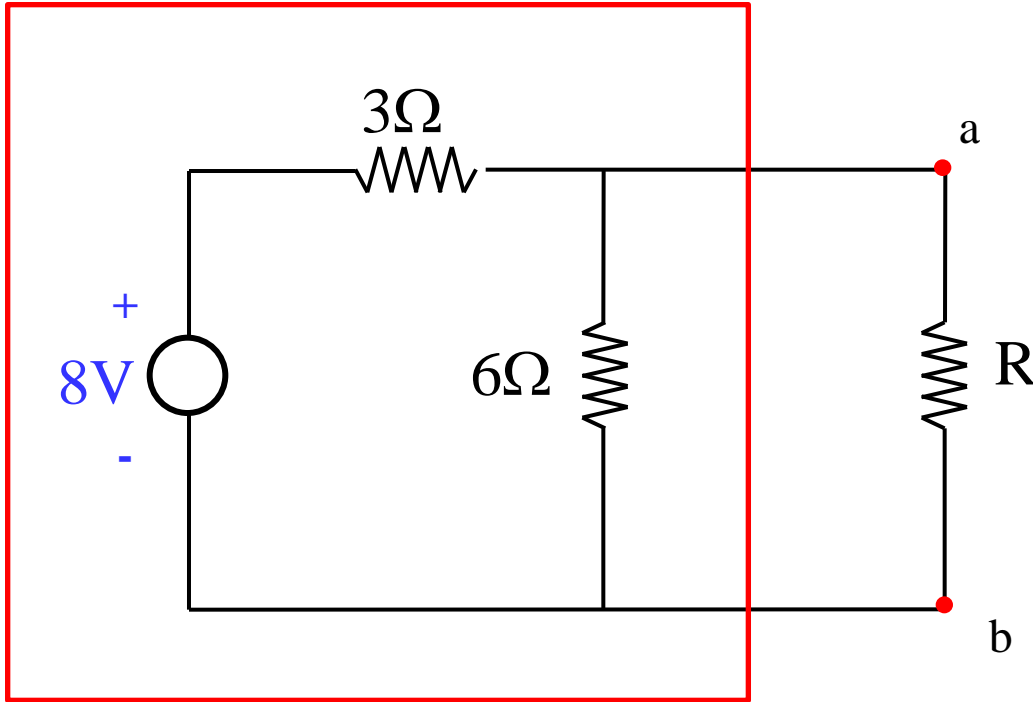
Thevenin Devresi Nasıl Bulunur?

- 1- Seçili iki nokta arasındaki devre elemanı çıkarılır,
- 2- Bu iki uç arasındaki gerilim bulunur,
- 3- Devrenin eşdeğer direnci hesaplanır (**Akım kaynakları açık devre; Gerilim kaynakları ise kısa devre yapılarak**).

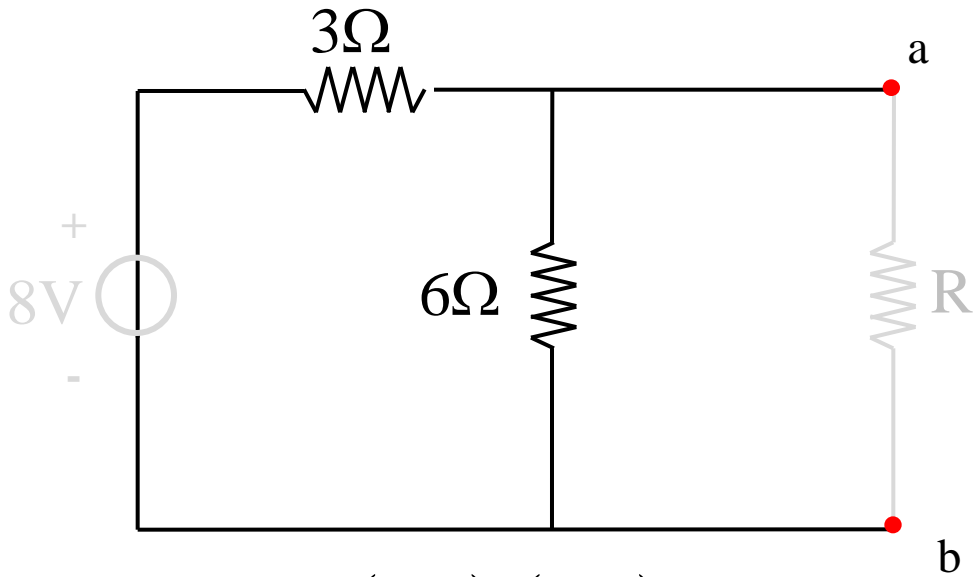
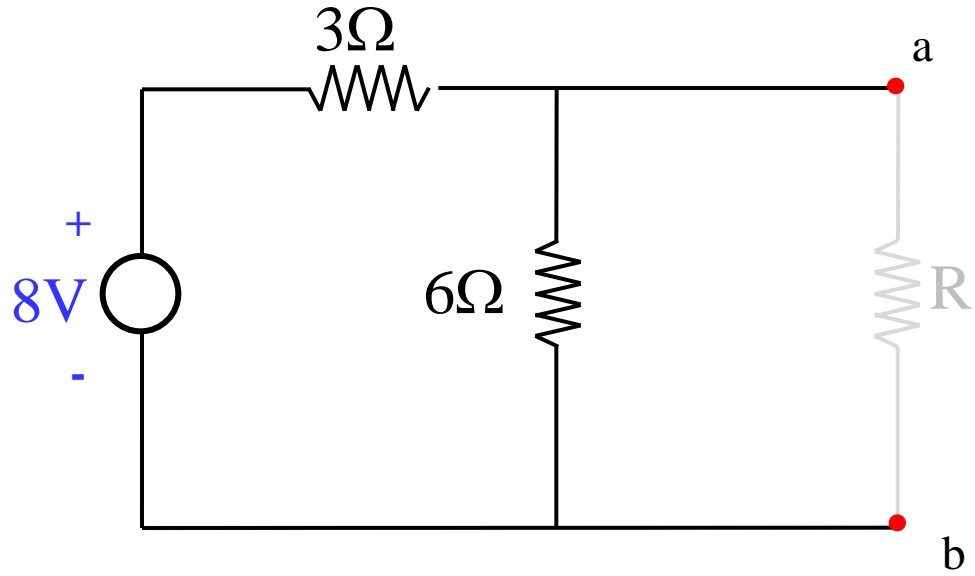
Örnek: Aşağıdaki devrede R direncinin 2Ω , 20Ω ve 500Ω değeri için ab kolundan geçen akımı bulunuz. Thevenin eşdeğer devresini bulunuz.



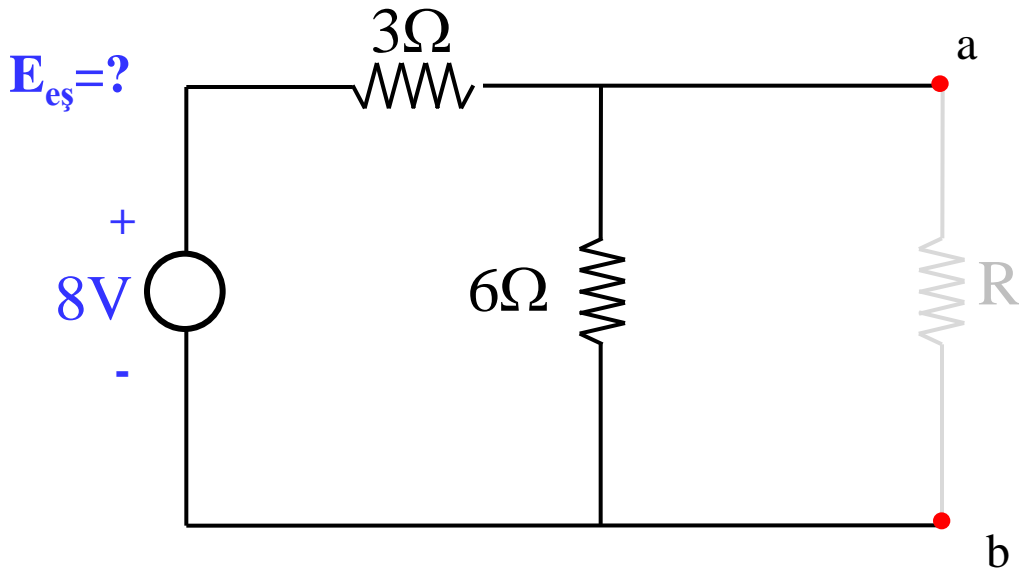
Çözüm: ab noktalarından görünen devrenin gerikalanı bir gerilim kaynağı ve bir dirençle yani eşdeğer bir Thevenin devresi ile temsil edilebilir.



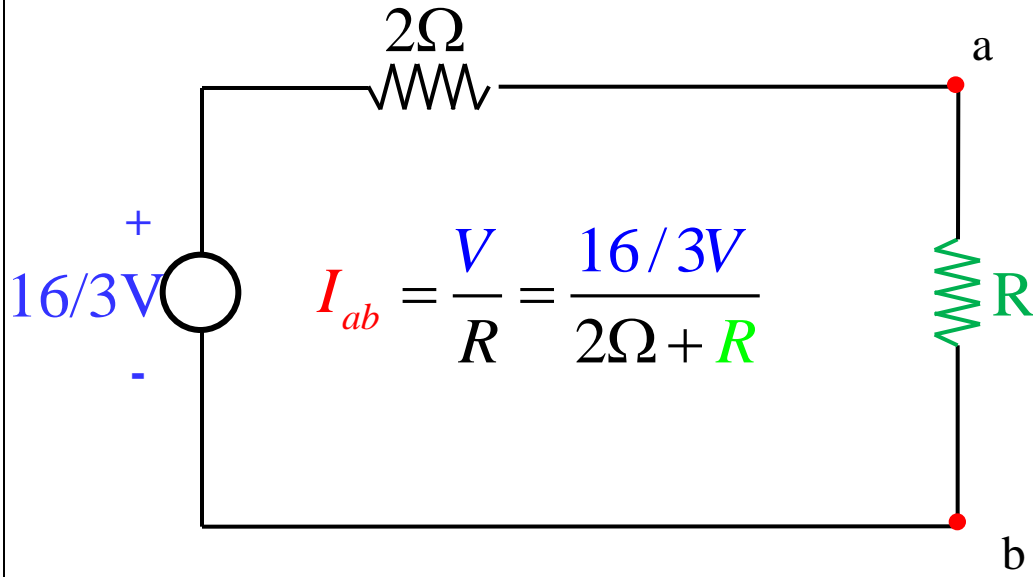
$R_{e\zeta}=?$



$$R_{e\zeta} = \frac{(3\Omega) \cdot (6\Omega)}{3\Omega + 6\Omega} = 2\Omega$$



$$E_{e\zeta} = \left(\frac{8V}{3\Omega + 6\Omega} \right) (6\Omega) = \frac{16}{3} V$$



$$I_{ab} = \frac{16/3V}{2\Omega + R}$$

$$R = 2\Omega \quad I_{ab} = \frac{16/3V}{2\Omega + 2\Omega} = 1,33A$$

$$R = 20\Omega \quad I_{ab} = \frac{16/3V}{2\Omega + 20\Omega} = 0,24A$$

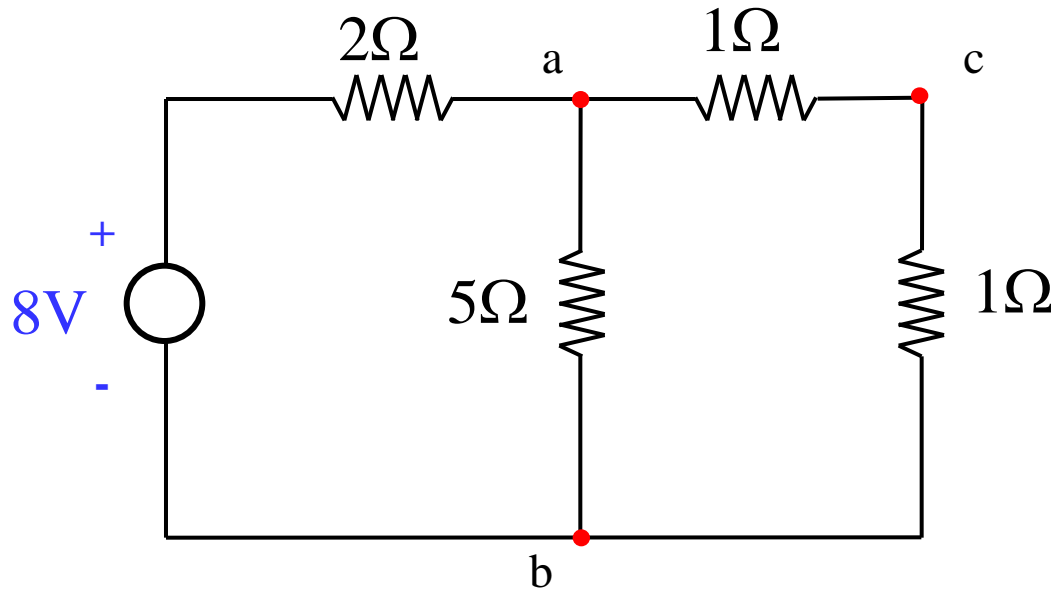
$$R = 500\Omega \quad I_{ab} = \frac{16/3V}{2\Omega + 500\Omega} = 0,01A$$

Örnek:

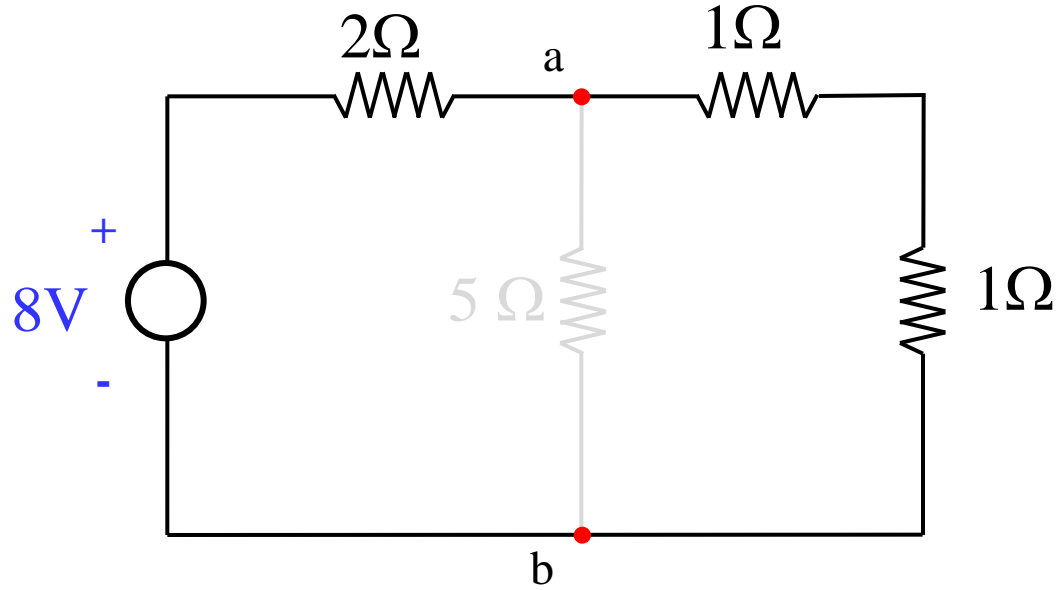
Aşağıdaki devreden

a) ab uçlarından

b) ac uçlarından görünen Thevenin eşdeğer devresini bulunuz.



Çözüm: a) ab uçlarından görünen Thevenin eşdeğer devresi

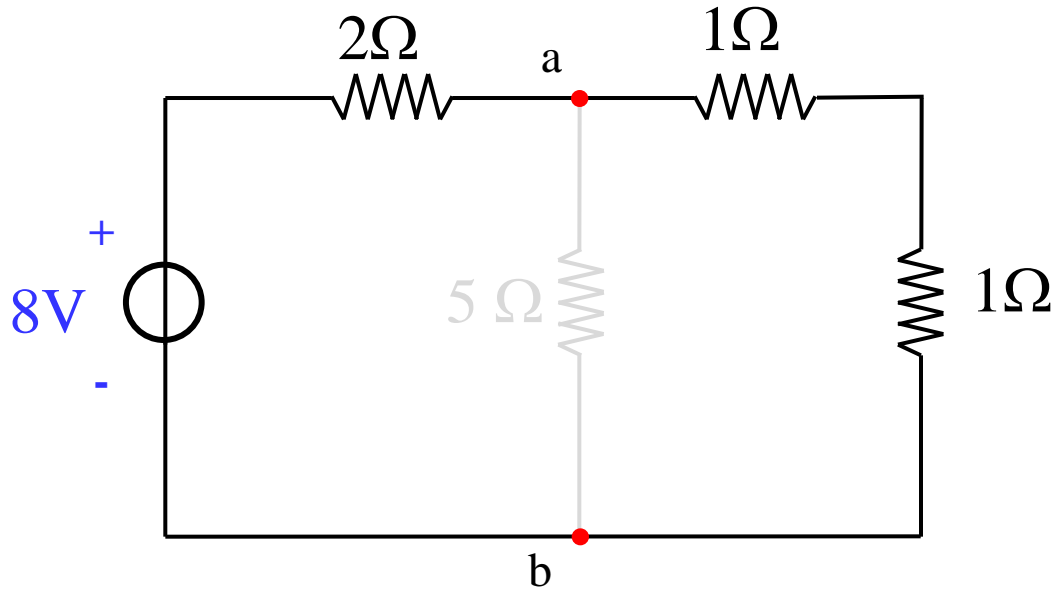


$$R_{eş} = ?$$

$$E_{Th} = ?$$

Çözüm: Eşdeğer Direnç

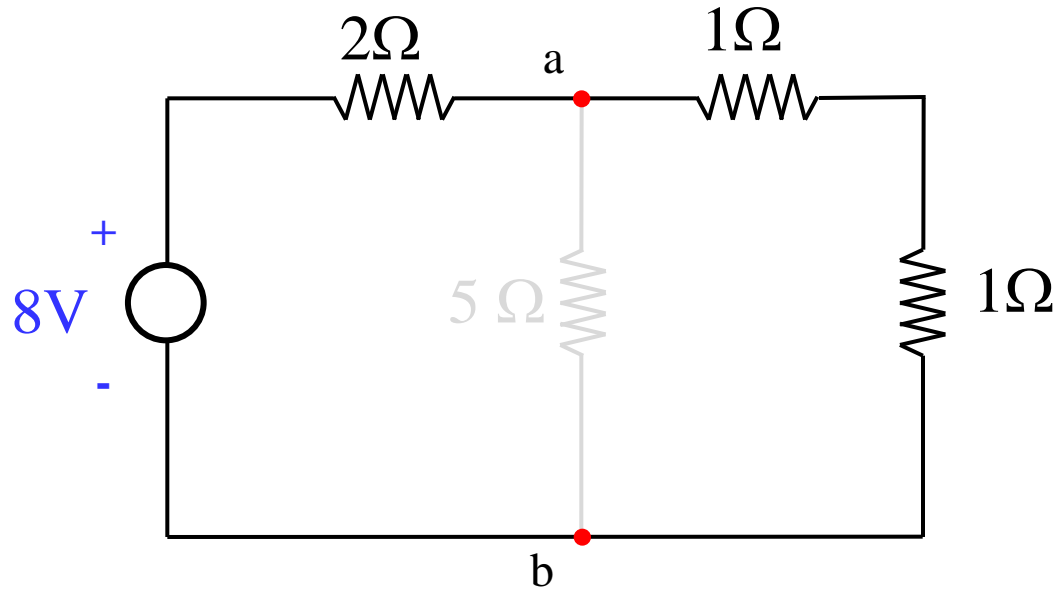
$$R_{eş} = ?$$



$$R_{eş} = \frac{(1+1) \cdot (2)}{(1+1) + 2} = 1 \Omega$$

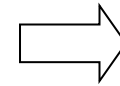
Çözüm: Eşdeğer Gerilim Kaynağı

$$E_{Th} = ?$$



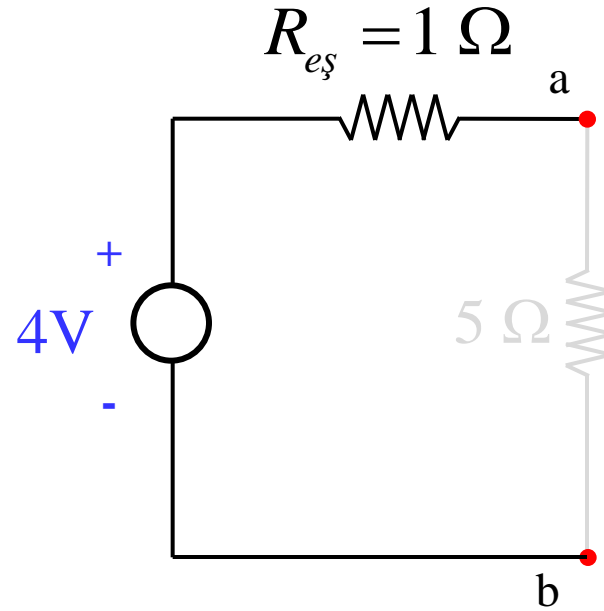
$$I = \frac{8V}{4\Omega} = 2A$$

$$E_{ab} = (2\Omega)(2A) = 4V$$

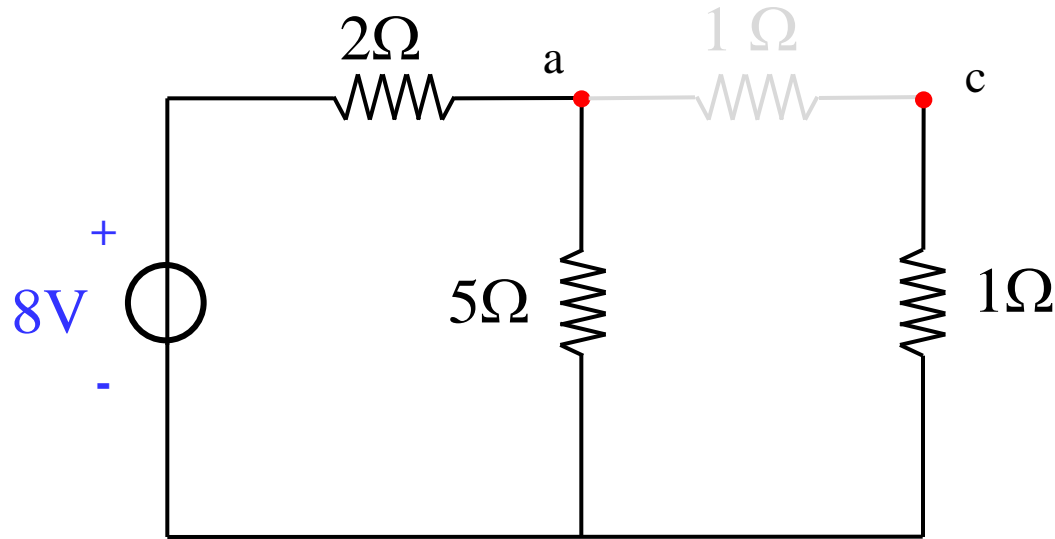


$$E_{Th} = 4V$$

ab uçlarından görünen Thevenin eşdeğer devresi:



Çözüm: b) ac uçlarından görünen Thevenin eşdeğer devresi



$$R_{eş} = ?$$

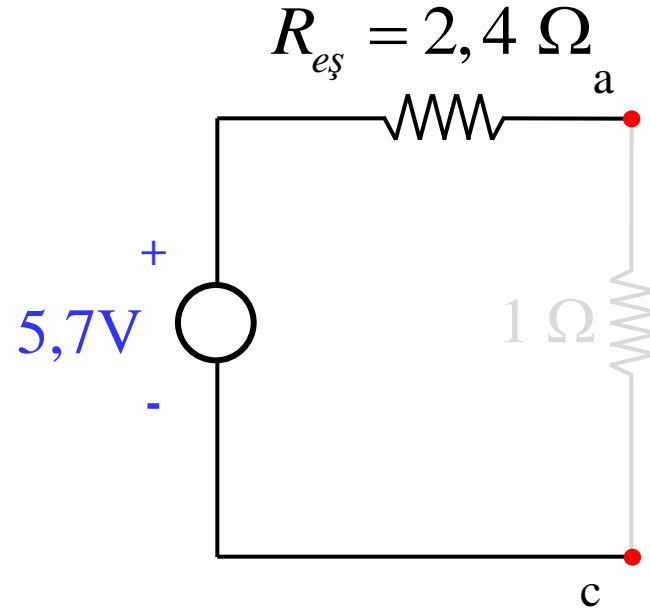
$$E_{Th} = ?$$

$$R_{eş} = \frac{(5\Omega) \cdot (2\Omega)}{5\Omega + 2\Omega} + 1\Omega = 2,4\Omega$$

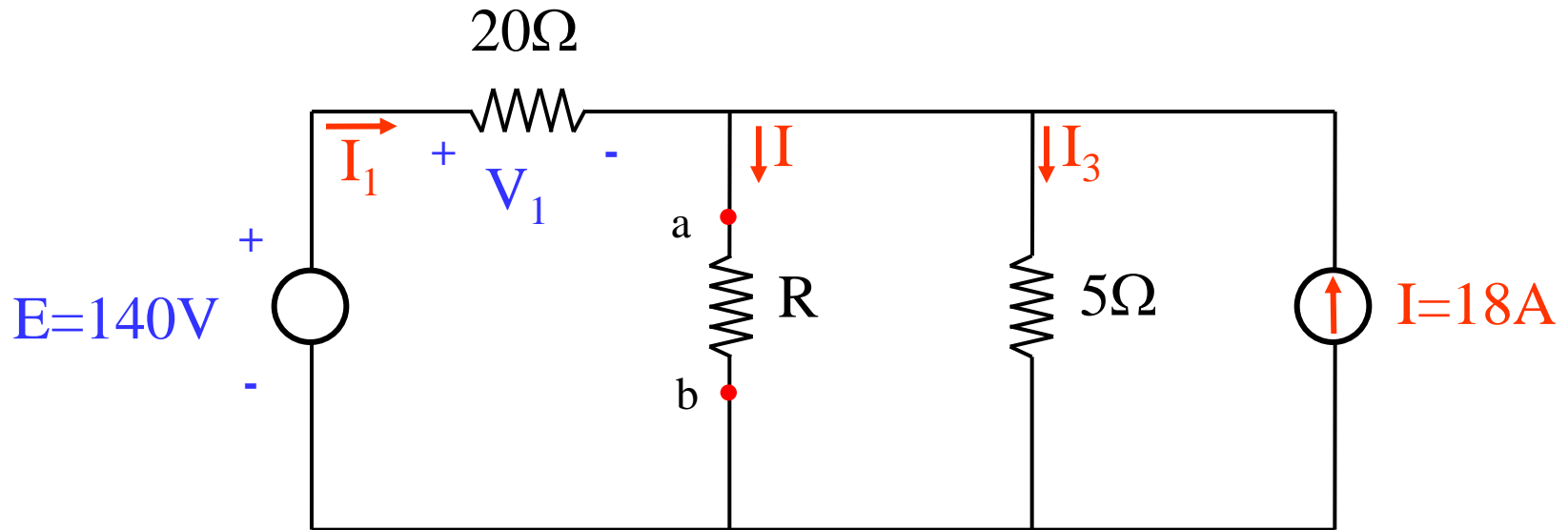
$$I = \frac{8V}{7\Omega} = 1,14A$$

$$E_{ac} = (5\Omega)(1,14A) = 5,7V \Rightarrow E_{Th} = 5,7V$$

ac uçlarından görünen Thevenin eşdeğer devresi:

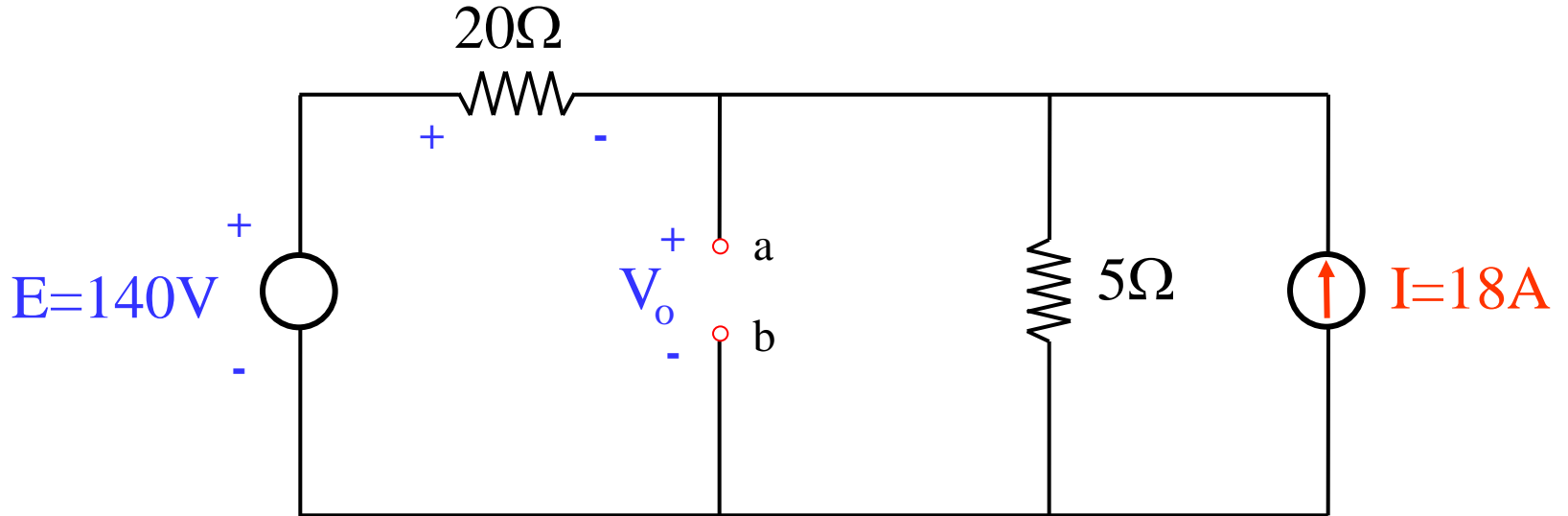


Örnek 2.17: Aşağıdaki devreden en yüksek gücü soğurabilecek R direncini ve bu gücü bulun.



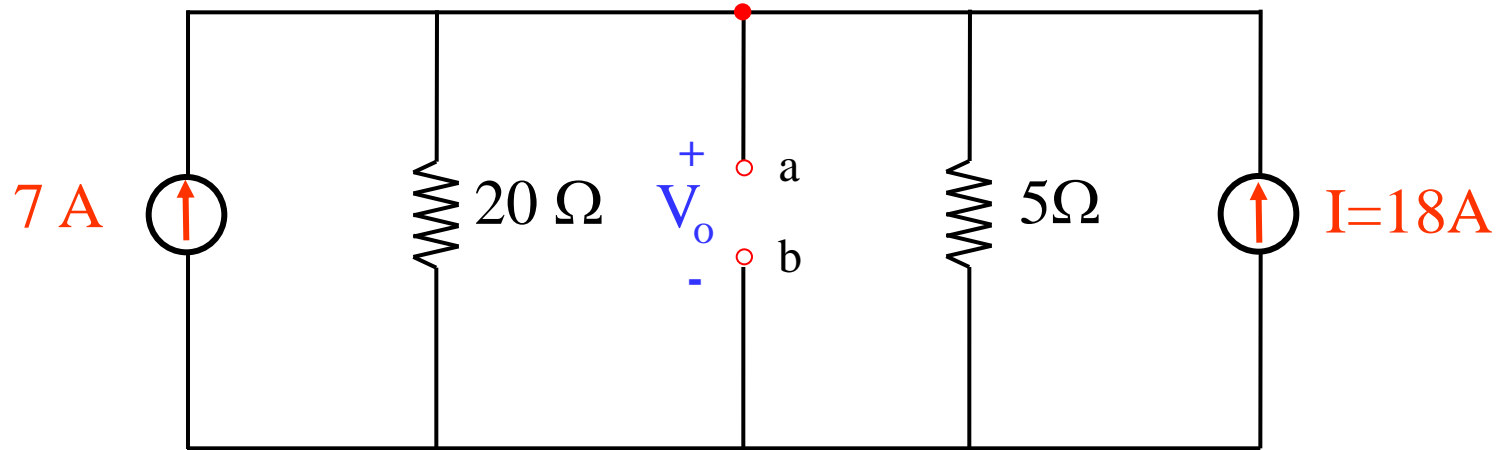
Çözüm: Gücü bulmak için I akımının ve R direncinin bilinmesi gerekir. Güç, akım ve gerilimin çarpımı ($P=I.V$) şeklinde olduğundan **akım** ve **gerilimin** (veya direncin) kendi değerlerinden çok, çarpımı önemlidir. Bu nedenle R 'nin bir fonksiyonu olarak I 'yı veren $I(R)$ bir bağıntı bulunmalıdır.

R direncinin bulunması istendiğinden, R direnci devreden çıkarılır ve devrenin geri kalanının Thevenin eşdeğer devresi oluşturulur.



V_o gerilimini bulmak için $140V$ 'luk gerilim kaynağı 20Ω 'luk direnç ile akım kaynağına dönüştürülebilir (Düğüm Noktası Gerilim Yöntemi).

$$V_o = I \cdot R_o \Rightarrow I = \frac{V_o}{R_o} = \frac{140V}{20\Omega} = 7A \quad \text{kaynak dönüşümü}$$

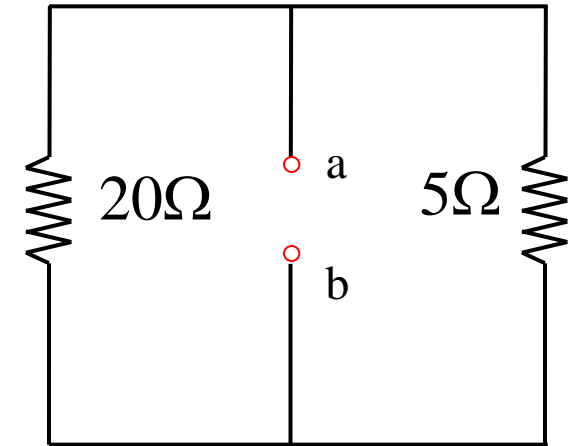
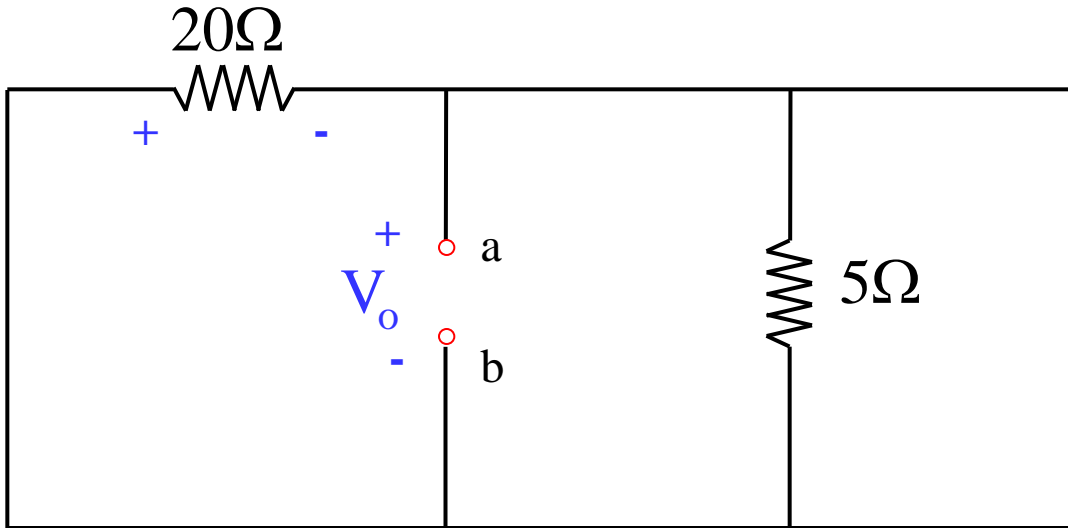


Yukarıdaki devre için **Kirchhoff Akım Yasası (KAY)** denklemi kullanılırsa V_o gerilimi

$$E_o \cdot \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{5} \right) = 7A + 18A \Rightarrow E_o = 100V$$

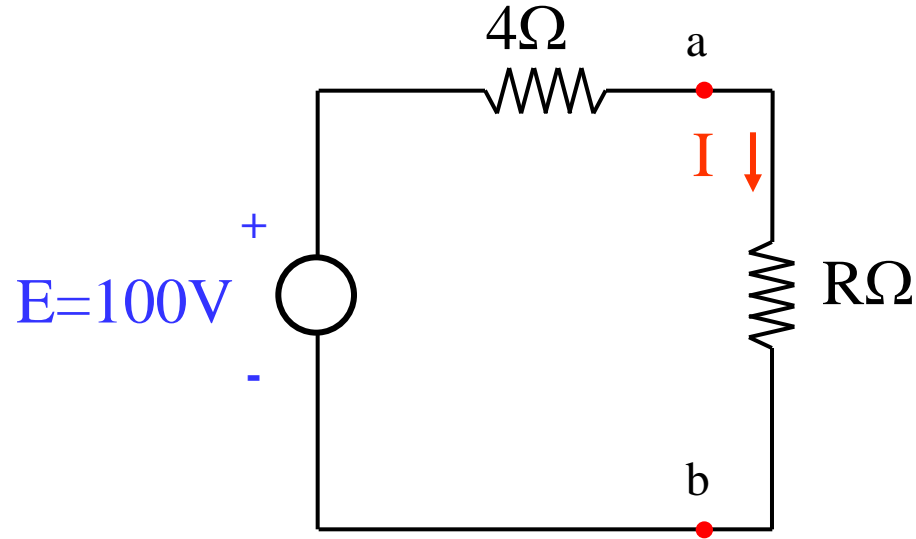
Eşdeğer direnci R_o bulmak için [kaynaklar sıfıra indirgenir](#) (Gerilim kaynağı kısa devre; akım kaynağı açık devre).

(Gerilim veya akım kaynağı içeren devrenin ikisi için de yapıldığında aynı sonuç elde edilir). Gerilim kaynağı olduğu durumda:



$$R_o = \frac{(20).(5)}{20 + 5} = 4 \Omega$$

a-b noktalarının gördüğü Thevenin eşdeğer devresi $100V$ 'luk bir gerilim kaynağı ve 4Ω 'luk bir direnç ile temsil edilebilir.

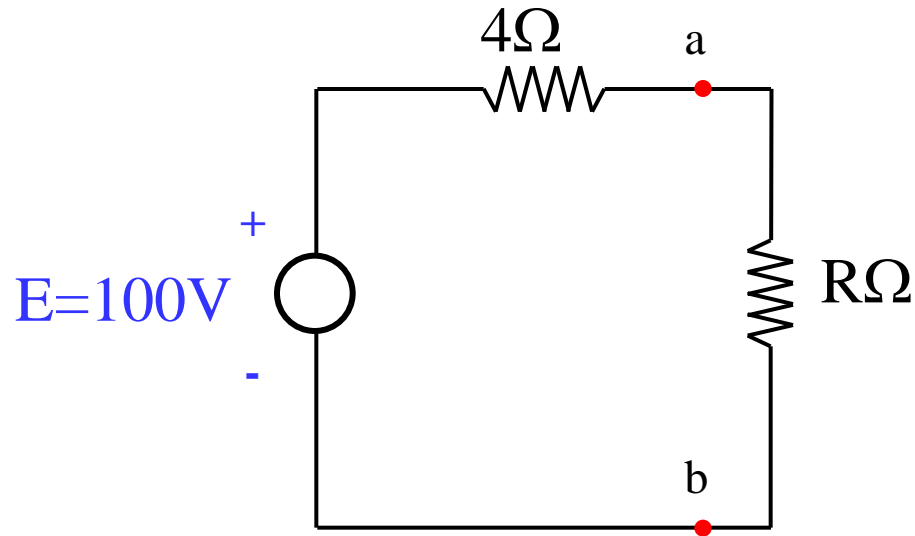


R direnci üzerinden geçen akım **KGY** kullanılarak

$$100V - 4I - RI = 0 \Rightarrow I = \frac{100V}{4 + R}$$

R direncinin soğurduğu güç (P):

$$P = I^2 R = \frac{10000R}{(4 + R)^2}$$

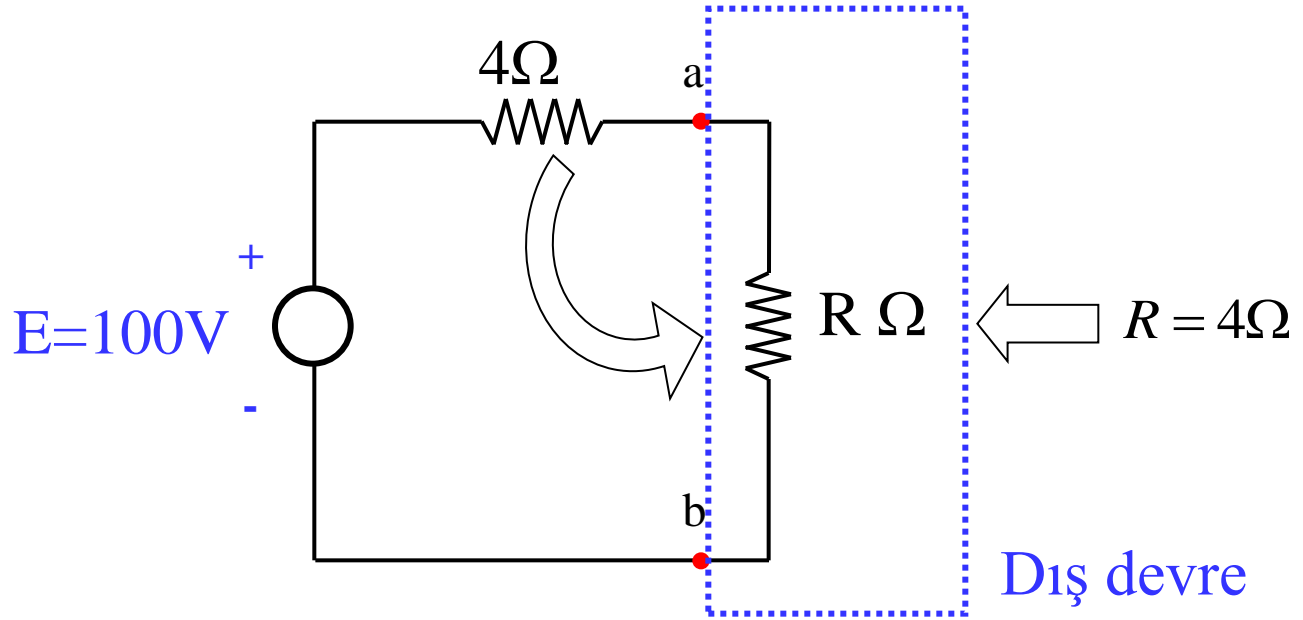


Gücün dirence göre değişimini veren ifadeden maksimum direnç değeri bulunursa:

$$\frac{dP}{dR} = \frac{10000(4 + R)^2 - 20000(4 + R)R}{(4 + R)^4} = 0 \quad \Rightarrow \quad R = 4\Omega$$

$$I = \frac{100}{4 + 4} = 12,5A \quad \Rightarrow \quad P_{\max} = (12,5A)^2 (4\Omega) = 625W$$

Direnç Uyuşması (Empedans Eşleme)

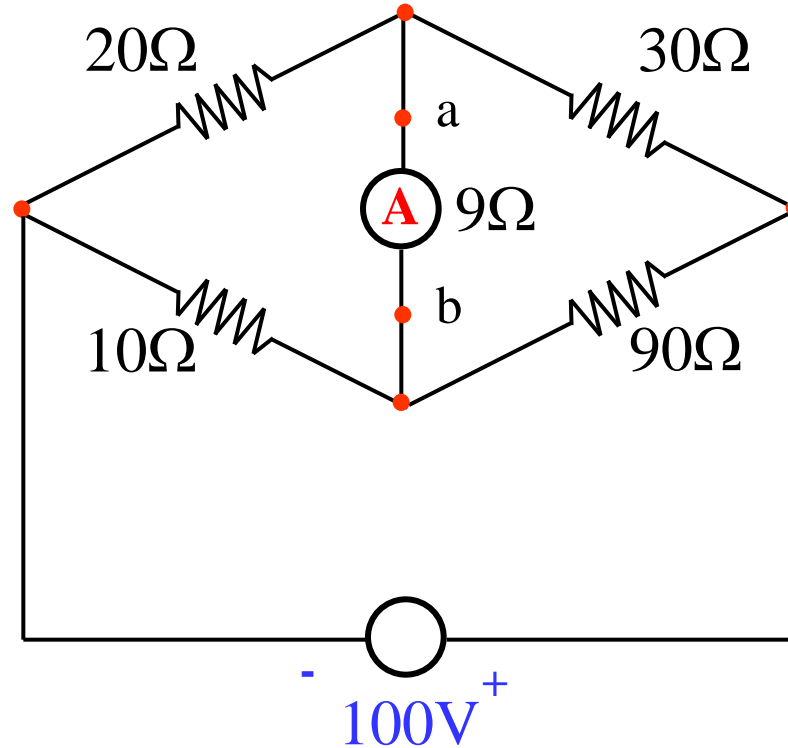


Bu örnek, Örnek 2.1 ile eşdeğerdir. Örnek 2.1 de 6Ω 'luk direnç yerine bu örnekte R direnci vardır.

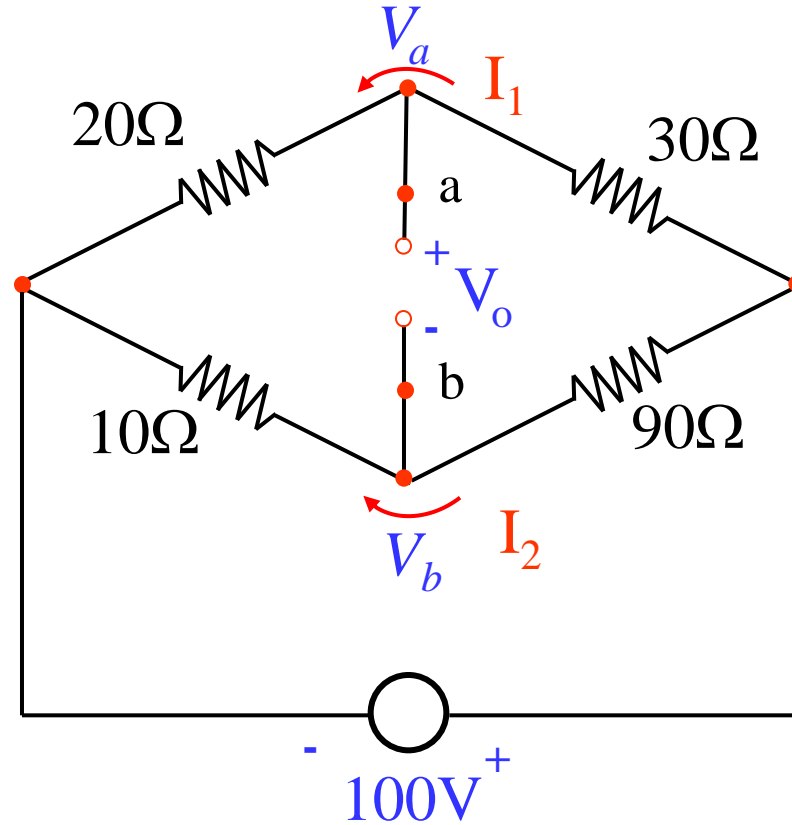
Bu örnek, **Thevenin teoremi** yardımı ile bir tek devre ögesine göre bir devrenin akım ve gerilimini bulabilme olanağını sağlar. Aynı zamanda **maksimum güç iletimi için gerekli çıkış direnci R 'nin uçlarından bakıldığında kaynağın eşdeğer direncine eşit** olduğuna dikkat ediniz.

Eşdeğer kaynak direncine çıkış direnci denir ve çıkış direncini yük direncine eşitleme yöntemi **direnç uyuşması** (en genel olarak **empedans eşlemesi**) olarak bilinir.

Örnek 2.19: Aşağıdaki devre direnç ölçülmesinde kullanılan dengelenmemiş bir köprünün devresidir. Devre verilerine göre A ampermetresinden geçen **akımı** bulunuz. Ampermetrenin iç direnci 9Ω 'dur.



Çözüm: Bu problemin çözümü devrenin Thevenin eşdeğer devresinin kullanılması ile büyük ölçüde yalınlaştırılabilir. İlk adım ampermetreyi devreden çıkarmak ve açık devre gerilimi V_o bulmaktır.



$$V_o = V_a - V_b$$

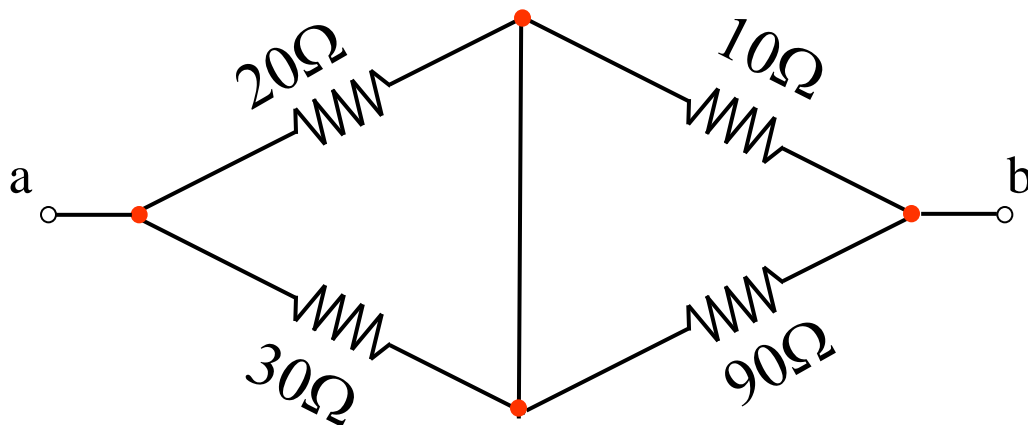
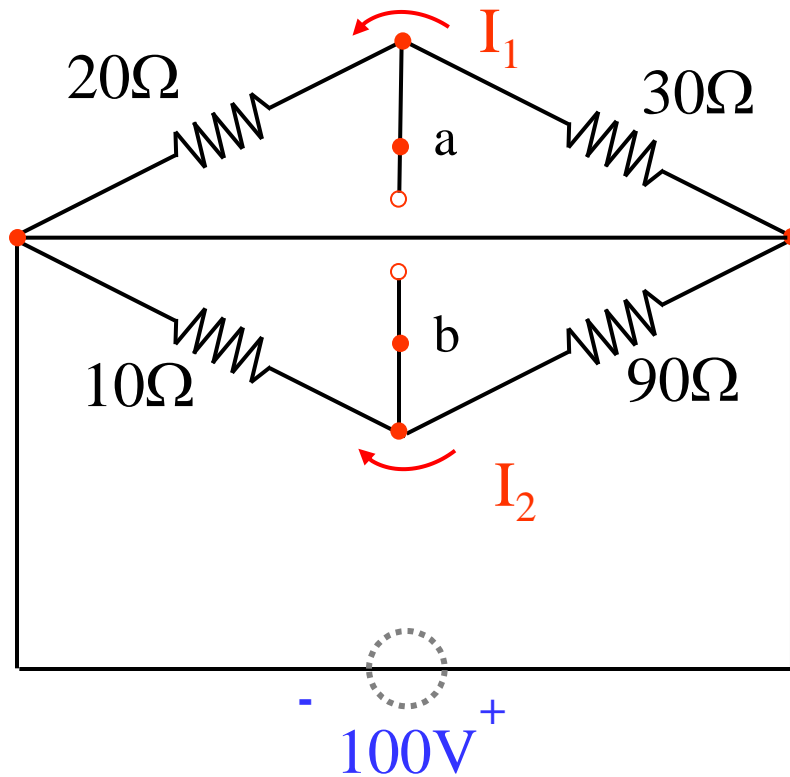
$$V_o = (20\Omega)I_1 - (10\Omega)I_2$$

$$I_1 = \frac{100V}{20\Omega + 30\Omega} = 2A$$

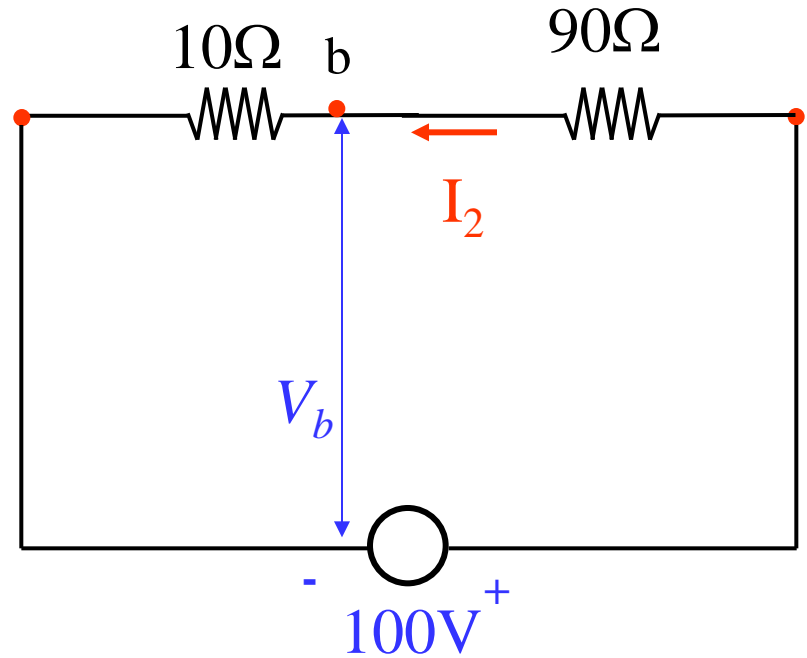
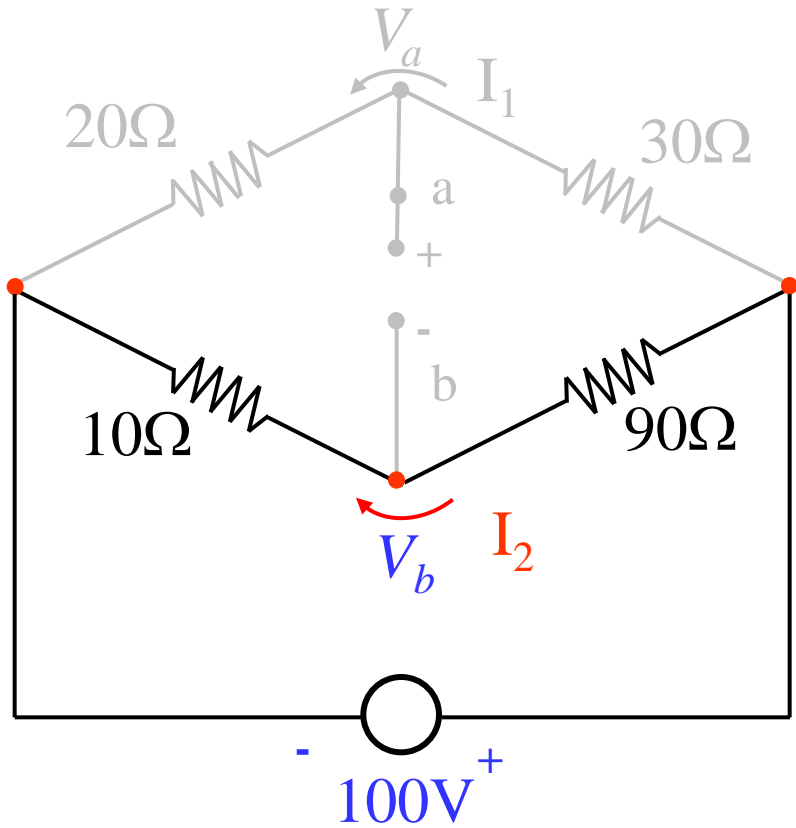
$$I_2 = \frac{100V}{10\Omega + 90\Omega} = 1A$$

$$V_o = 20I_1 - 10I_2 = (20\Omega)(2A) - (10\Omega)(1A) = 30V$$

Eşdeğer R_o direnci:



$$R_{ab} = \frac{(20\Omega)(30\Omega)}{20\Omega + 30\Omega} + \frac{(10\Omega)(90\Omega)}{10\Omega + 90\Omega} = 21\Omega$$

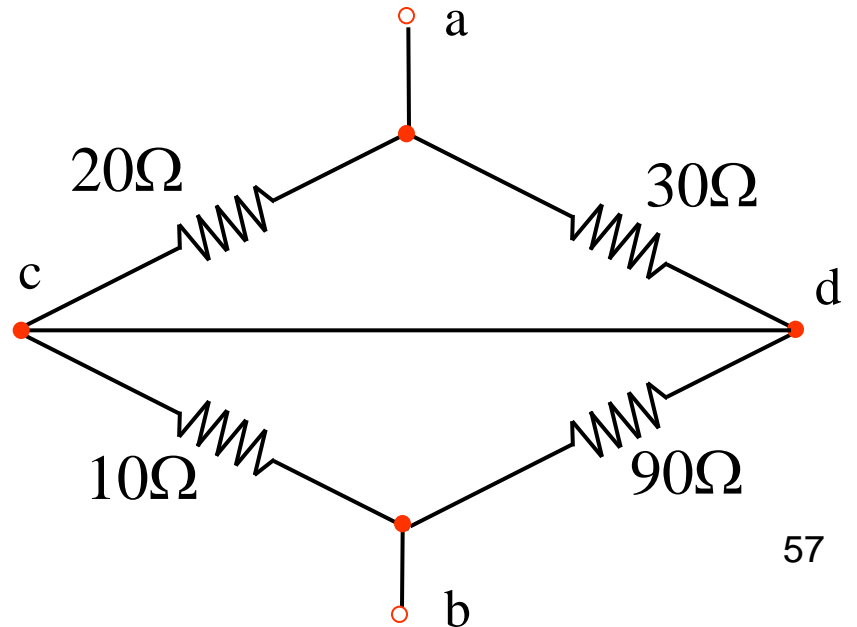
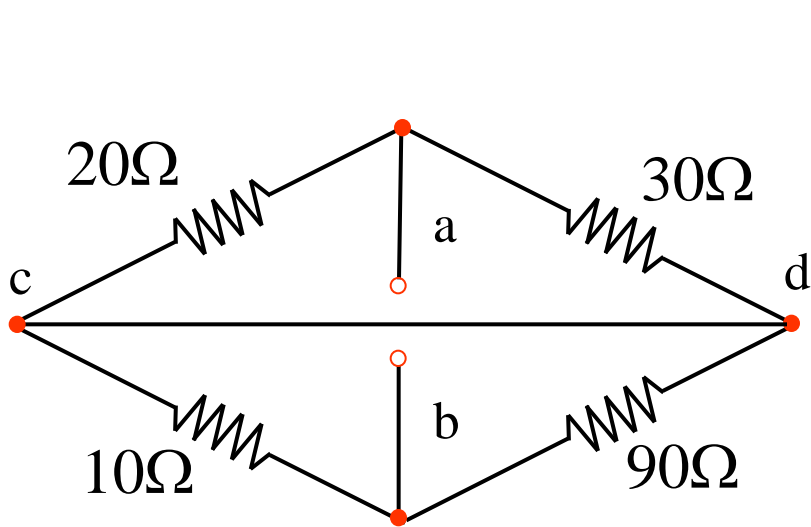
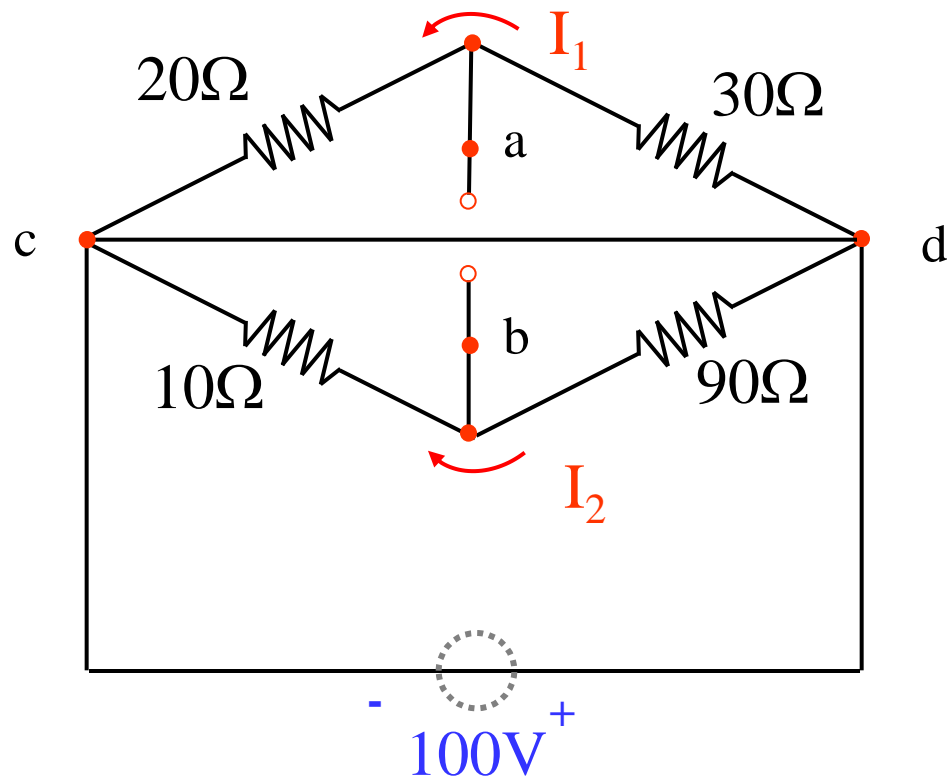


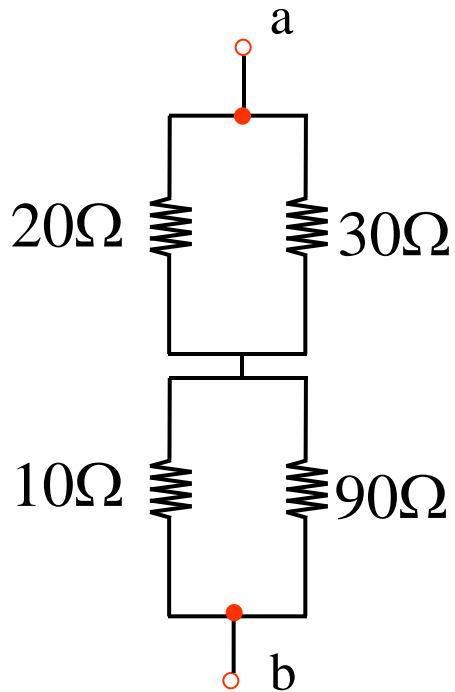
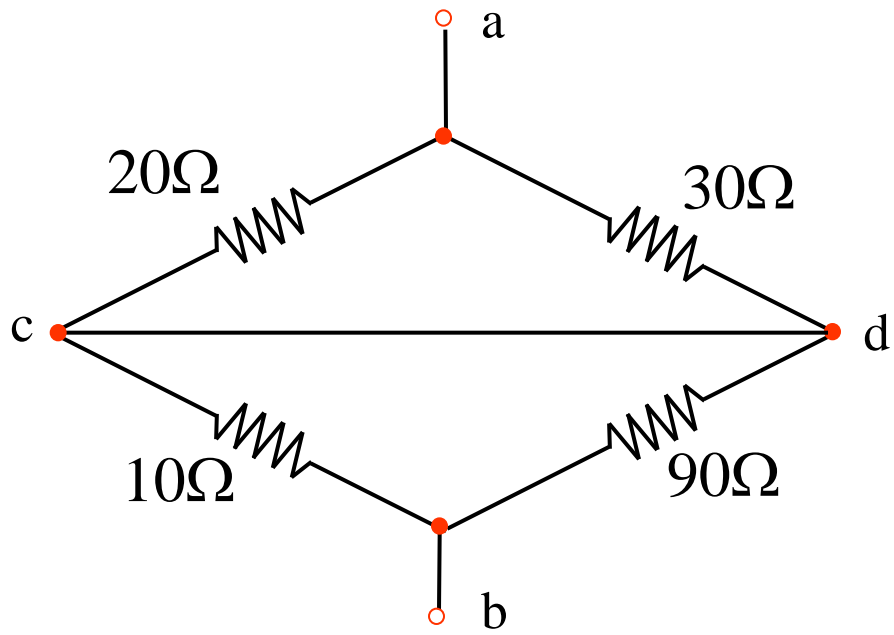
$$I_1 = \frac{100V}{20\Omega + 30\Omega} = 2A$$

$$I_2 = \frac{100V}{10\Omega + 90\Omega} = 1A$$

$$V_o = 20I_1 - 10I_2 = (20\Omega)(2A) - (10\Omega)(1A) = 30V$$

Equivalent R_o resistor:

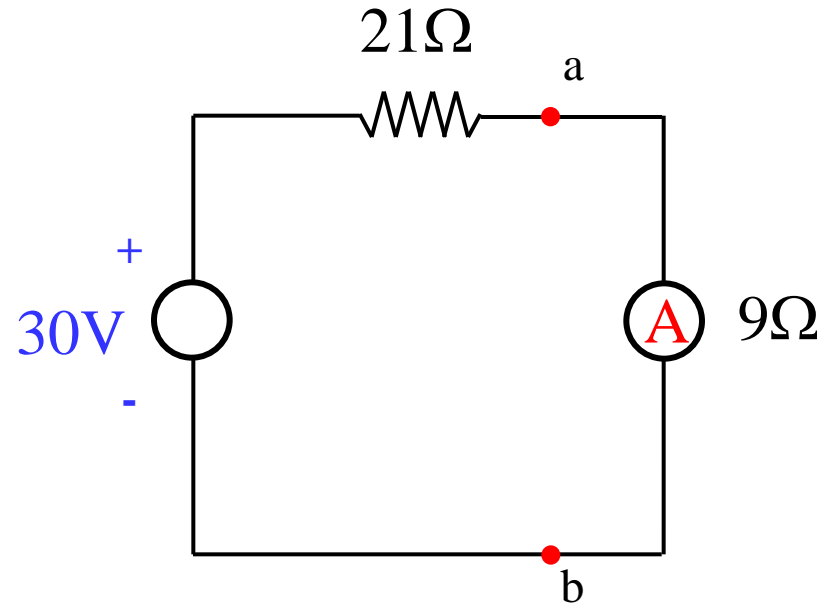




$$R_{ab} = \frac{(20\Omega)(30\Omega)}{20\Omega + 30\Omega} + \frac{(10\Omega)(90\Omega)}{10\Omega + 90\Omega} = 21\Omega$$

Thevenin eşdeğer devresi 30V'luk bir gerilim kaynağı ve 21Ω'luk seri bağlı dirençten oluşacaktır. Ampermetre yerine takılırsa üzerinden geçecek akım (9Ω'luk ampermetrenin iç direncini de dikkate alırsak)

$$I = \frac{30V}{21\Omega + 9\Omega} = 1A$$



Thevenin eşdeğeri