

TEMEL MEKANİK

3



Yrd. Doç. Dr. Mehmet Ali Dayıođlu

Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi

Tarım Makinaları ve Teknolojileri Mühendisliđi Bölümü

Ders Kitapları:

- Mühendisler İçin Vektör Mekaniği, Statik, Yazarlar: Ferdinand P. Beer, E. Russel Johnston, Elliot R. Eisenberg, 2008, Güven Yayınları, İzmir
Çevirenler: Ömer Gündoğdu, Halil Rıdvan Öz, Osman Kopmaz.
- Mühendisler İçin Vektör Mekaniği, Statik, Yazarlar: Ferdinand Pierre Beer, E. Russel Johnston Jr, David F. Mazurek, 2015, Literatür Yayıncılık, İstanbul,
Çevirenler: Ömer Gündoğdu, Osman Kopmaz.

Diğer Kaynaklar:

- Ferdinand Pierre Beer, E. Russel Johnston Jr, David F. Mazurek, 2015. Vector Mechanics for Engineers 11e : Statics : SI Units, McGraw Hill, USA.
- Russell C. Hibbeler, 2016. Engineering Mechanics: Statics in SI Units (14e), Pearson Higher Ed USA.

2- Parçacıkların Statığı

Kuvvet Vektörleri

Çoğu mühendislik problemleri bir parçacığın dengesi göz önüne alınarak çözümlenebilir. Yukarı kaldırılan bir kirişin bağlı olduğu halatların maruz kaldığı gerilme arasındaki ilişki halatlara takılan kancanın dengesi göz önüne alınarak elde edilebilir.



Bu bölümde;

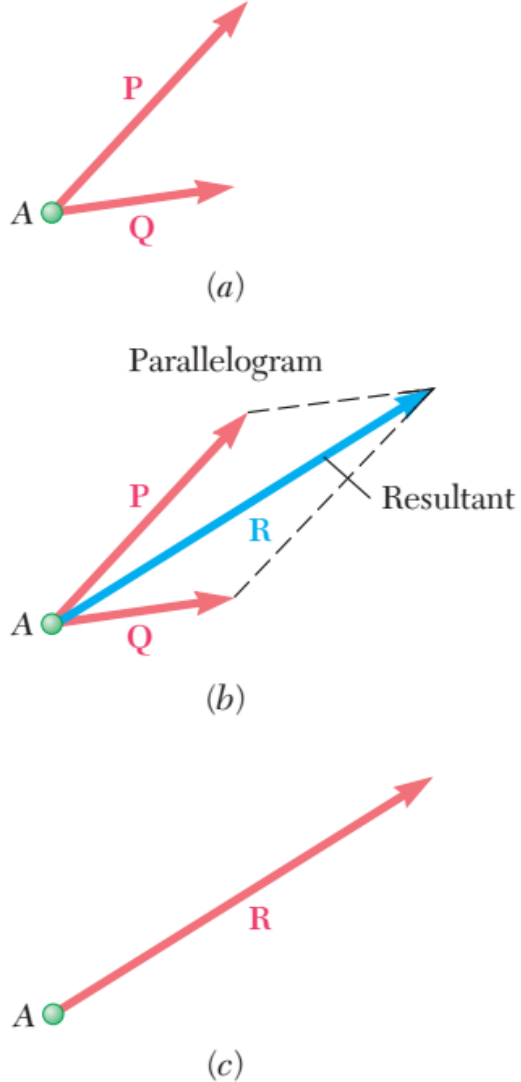
- Kuvvetin vektörel bir nicelik olarak tanımlanması,
- Kuvvetlerin analizi için kolay vektör işlemlerinin uygulanması,
- Bir parçacığa etki eden çoklu kuvvetlerin bileşkesinin bulunması,
- Kuvvetlerin bileşenlere ayrılmasının,
- Dik bileşenler halinde kuvvetlerin belirlemesinin,
- Serbest cisim diyagramı kavramının,
- Düzlemsel ve uzaysal parçacık denge problemlerinin çözümlenmesine yardımcı olmak için serbest cisim diyagramlarını kullanmanın

öğretilmesi amaçlanmıştır.

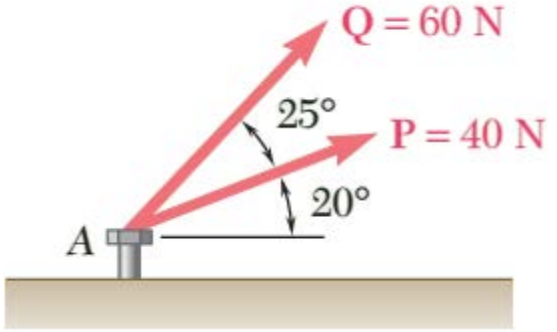
2.1 Düzlemsel kuvvetlerin eklenmesi

Bir parçacık üzerindeki kuvvetler: İki kuvvetin bileşkesi

- Bir kuvvet bir cismin üzerindeki etki derecesini temsil eder.
- Genellikle kuvvet uygulama noktası, büyüklüğü ve yönü ile karakterize edilir.
- Bununla birlikte belirli bir parçacık üzerinde etki eden kuvvetler aynı uygulama noktasına sahiptir.
- Bu nedenle, bu bölümde ele alınan her kuvvet, büyüklüğü ve yönü ile birlikte tanımlanmıştır.



Örnek Problem 1:



A cıvatasına $P = 40 \text{ N}$ ve $Q = 60 \text{ N}$ iki kuvvet etkimektedir. Bileşke kuvveti bulunuz.

Örnek Problem 1:

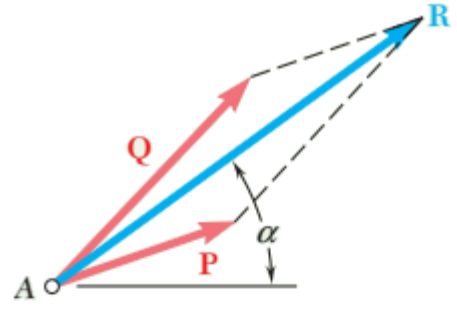


Fig. 1 Parallelogram law applied to add forces P and Q.

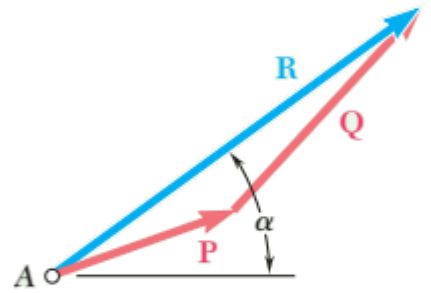


Fig. 2 Triangle rule applied to add forces P and Q.

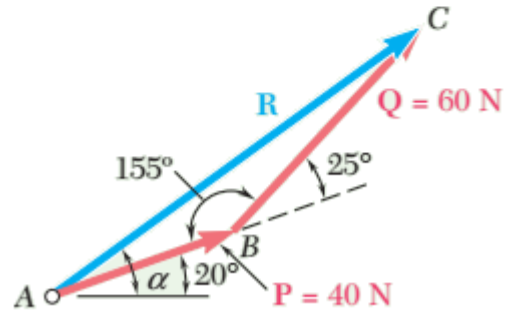


Fig. 3 Geometry of triangle rule applied to add forces P and Q.

Strategy: İki kuvvet düzlem içinde kalmaktadır. Problem grafik olarak yada trigonometrik olarak çözümlenebilir.

Modeling: Grafik çözüm için, vektörlerin eklenmesinde kullanılan paralelkenar kuralı yada üçgen kuralı kullanılabilir. Trigonometrik çözüm için, kosinüs yasası ve sinüs yasasını kullanabilirsiniz.

Analysis:

Grafiksel çözüm: Şekil 1'deki gibi, P ve Q ya eşit bir paralel kenar çizimi yapılır. Bileşkenin büyüklüğü ve yönü ölçerek yazınız.

$$\alpha = 35^\circ \text{ ve } R = 98 \text{ N}, \quad \swarrow 35^\circ$$

Şekil 1'deki gibi, üçgen kuralını da kullanabilirsiniz. P'nin ucuna Q'yu ekleyerek kuvvetleri çizin. Bileşkenin yönünü ve büyüklüğünü ölçün.

$$\alpha = 35^\circ \text{ ve } R = 98 \text{ N}, \quad \swarrow 35^\circ$$

Trigonometrik çözüm: Üçgen kuralını tekrar kullanın. Şekil 2'ye açılı ekleyin (Şekil 3). Kosinüs yasasını uygula.

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ \cos B$$

$$R^2 = (40 \text{ N})^2 + (60 \text{ N})^2 - 2(40 \text{ N})(60 \text{ N}) \cos 155^\circ$$

$$R = 97.73 \text{ N}$$

Sinüs yasasını uygula.

$$\frac{\sin A}{Q} = \frac{\sin B}{R} \quad \frac{\sin A}{60 \text{ N}} = \frac{\sin 155^\circ}{97.73 \text{ N}}$$

$$(1) \quad \left. \begin{aligned} \sin A &= \frac{(60 \text{ N}) \sin 155^\circ}{97.73 \text{ N}} \\ A &= 15.04^\circ \quad \alpha = 20^\circ + A = 35.04^\circ \\ \mathbf{R} &= 97.7 \text{ N} \quad \swarrow 35.0^\circ \end{aligned} \right\}$$

Örnek Problem:

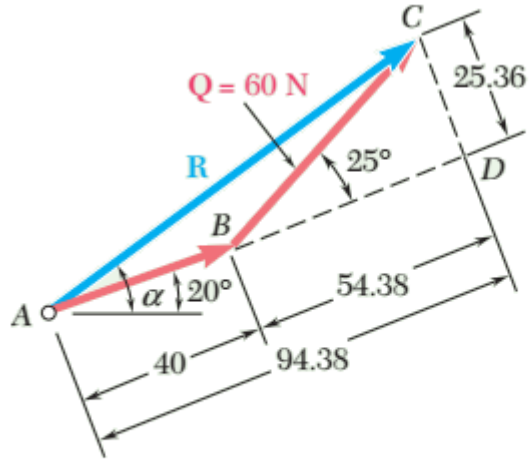


Fig. 4 Alternative geometry of triangle rule applied to add forces P and Q.

Alternatif trigonometrik çözüm

Şekil 4'deki BCD üçgenini oluşturun.

$$CD = (60 \text{ N}) \sin 25^\circ = 25.36 \text{ N}$$

$$BD = (60 \text{ N}) \cos 25^\circ = 54.38 \text{ N}$$

ACD üçgenini kullanarak hesaplama yapabilirsiniz.

$$\tan A = \frac{25.36 \text{ N}}{94.38 \text{ N}} \quad A = 15.04^\circ$$

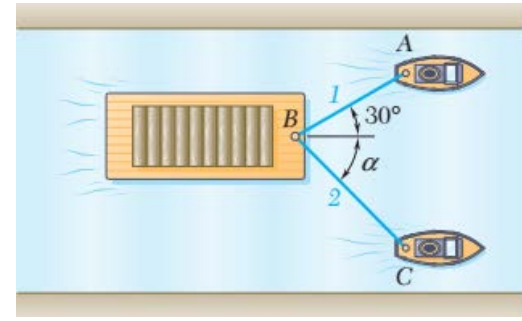
$$R = \frac{25.36}{\sin A} \quad R = 97.73 \text{ N}$$

$$\alpha = 20^\circ + A = 35.04^\circ \quad \mathbf{R = 97.7 \text{ N} \angle 35.0^\circ}$$

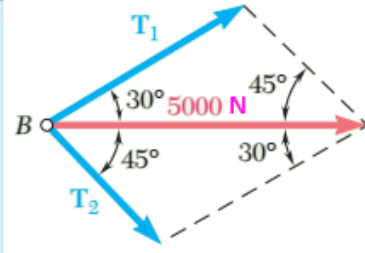
Reflect and Think:

Trigonometri kullanarak analitik çözümün bulunması daha hassas sonucun bulunmasını sağlar. Ancak, grafiksel çözüm kontrol amaçlı kullanılabilir.

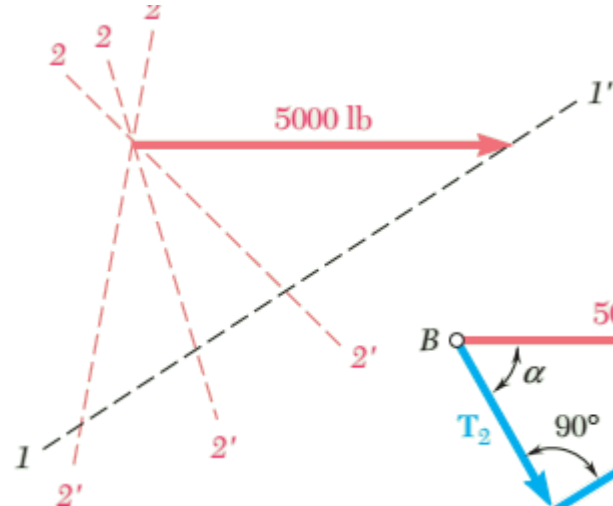
Örnek Problem 2:



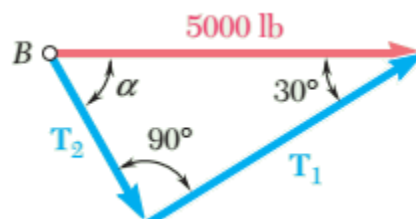
Şekil 1 T_1 ve T_2 kuvvetlerini eklemek için uygulanan paralel kenar yasası



Şekil 2 T_1 ve T_2 kuvvetlerini eklemek için uygulanan üçgen kuralı



Şekil 3



Şekil 4

Şekildeki iki şilep bir mavnayı çekmektedir. Şilepler tarafından mavnanın eksenini boyunca yönlendirilen bileşke kuvvet 5000 N ise, $\alpha = 45^\circ$ için halatların her birindeki gerilmeyi bulunuz; (b) halat 2'deki gerilmenin en az olması için α açısı ne olmalıdır.

Strategy: Bu problem iki düzlemsel kuvvet problemidir. Grafikselleştirilerek ya da analitik olarak çözebilirsiniz. (b) de grafiksel yaklaşım 2. halattaki yönü gösterir. Çözümü tamamlamak için analitik yaklaşımı kullanabilirsiniz.

Modeling: (a) yı çözmek için paralel kenar yasası ya da üçgen kuralını kullanabilirsiniz. (b)de üçgen kuralı kullanılabilir.

Analysis: (a) $\alpha = 45^\circ$ için gerilme hesabı:

Grafik çözüm: paralel kenar yasasını kullanın. Bileşke 5000 N a eşittir. Ve yönü sağa doğrudur. Şekil 1'deki gibi halatlara paralel iki gerilmeyi çizin. Çizimler ölçekli yapılırsa,

$T_1 = 3700$ N ve $T_2 = 2600$ N olarak ölçülür.

Trigonometrik çözüm: Üçgen kuralını kullanın. Şekil 2'deki paralel kenar kuralının yarısını uygula. Sinüs yasasını kullanarak,

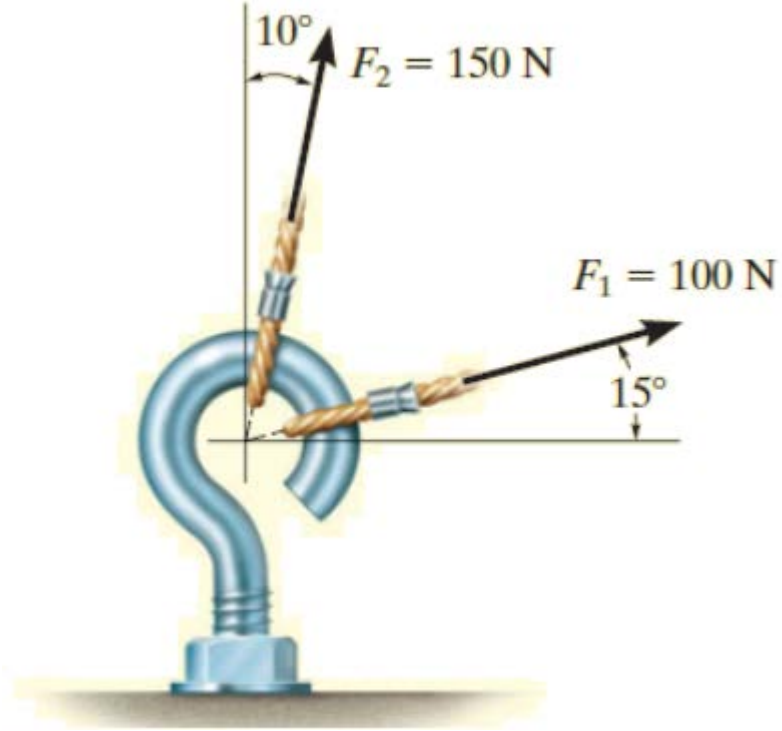
$$\frac{T_1}{\sin 45^\circ} = \frac{T_2}{\sin 30^\circ} = \frac{5000}{\sin 105^\circ} \Rightarrow T_1 = 3660 \text{ N ve } T_2 = 2590 \text{ N}$$

(b) **Minimum T_2 için α değeri:** Halat 2'de gerilme için α nın değerini belirlemek için üçgen kuralını tekrar uygula. Şekil 3'de 1-1' T_1 'in bilinen yönüdür. T_2 'nin olası yönleri 2-2' ile gösterilir. T_1 'nin en küçük değeri T_1 ve T_2 dik olduğu zaman oluşur. (Şekil 4).

$$T_2 = (5000) \sin 30^\circ = 2500 \text{ N}, T_1 = (5000) \cos 30^\circ = 4330 \text{ N}, \alpha = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

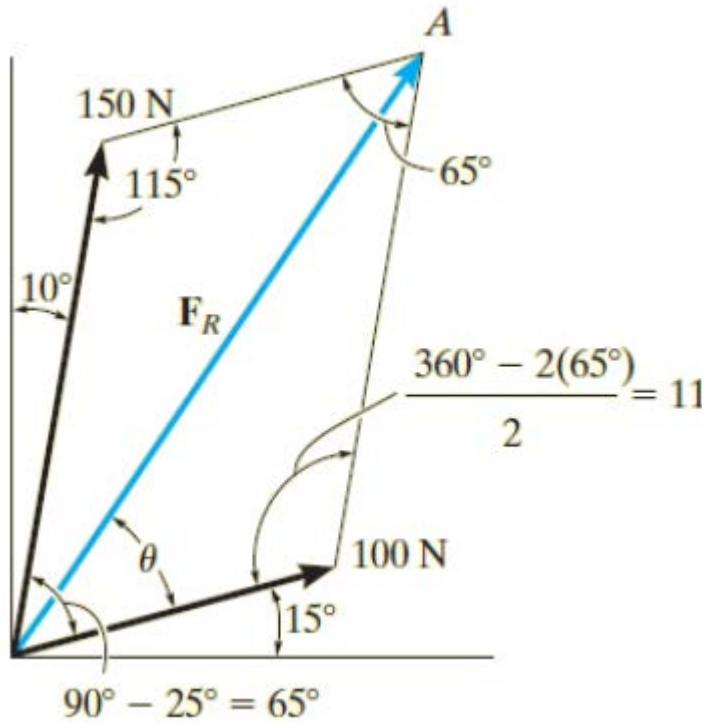
Örnek 1:

Şekildeki kancaya F_1 ve F_2 kuvvetleri etkimektedir. Bileşke kuvvetin büyüklüğünü ve doğrultusunu belirleyiniz.

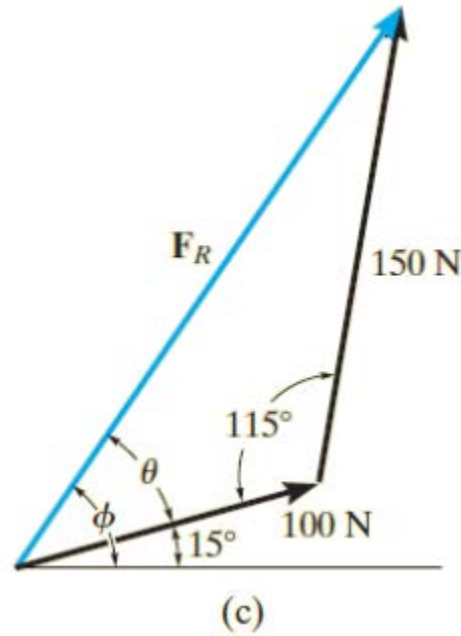


Çözüm:

Paralel kenar yöntemi:



Trigonometri yöntemi:



$$\begin{aligned} F_R &= \sqrt{(100 \text{ N})^2 + (150 \text{ N})^2 - 2(100 \text{ N})(150 \text{ N}) \cos 115^\circ} \\ &= \sqrt{10\,000 + 22\,500 - 30\,000(-0.4226)} = 212.6 \text{ N} \\ &= 213 \text{ N} \end{aligned}$$

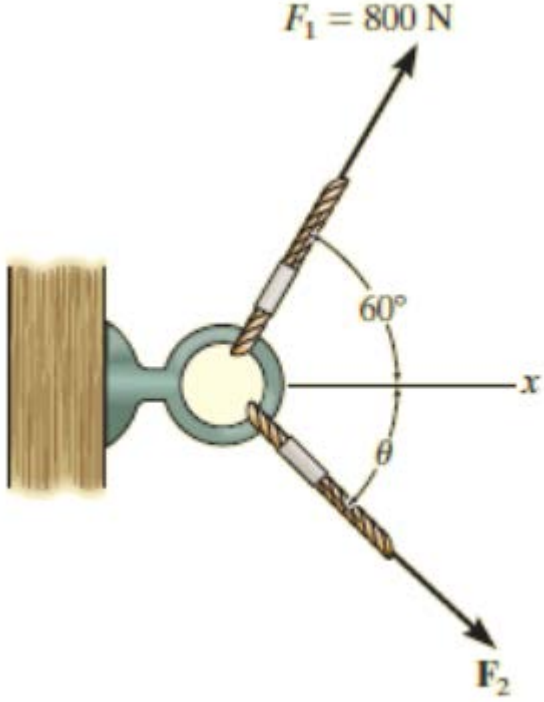
Applying the law of sines to determine θ ,

$$\begin{aligned} \frac{150 \text{ N}}{\sin \theta} &= \frac{212.6 \text{ N}}{\sin 115^\circ} & \sin \theta &= \frac{150 \text{ N}}{212.6 \text{ N}} (\sin 115^\circ) \\ & & \theta &= 39.8^\circ \end{aligned}$$

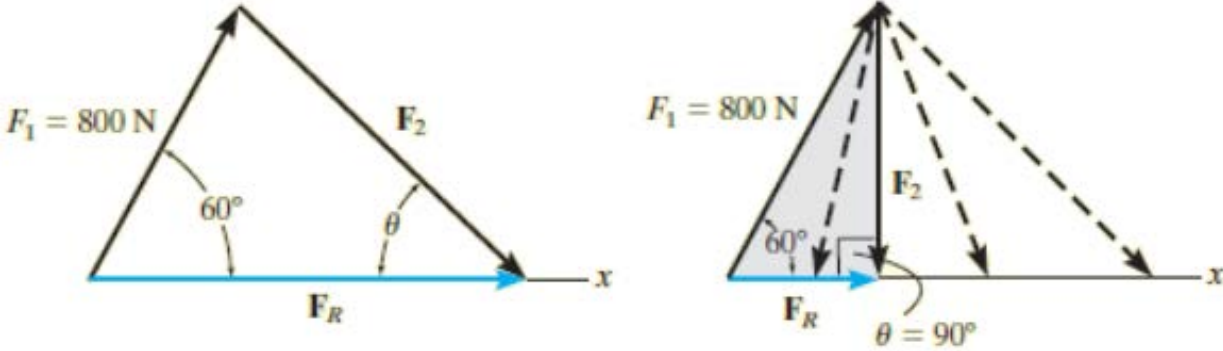
$$\phi = 39.8^\circ + 15.0^\circ = 54.8^\circ$$

Örnek 2:

Şekilde gösterilen halkaya F_1 ve F_2 kuvvetleri etkiğinde Bileşke kuvvetin pozitif x-ekseni yönünde kalması için Gerekli olan en küçük F_2 kuvvetini ve θ açısını bulunuz.



Çözüm 2:



Üçgen kuralına göre $F_R = F_1 + F_2$ olur. F_R x-
ekseni üzerinde kalmalıdır.
Ancak, F_2 'nin büyüklüğünün en küçük olması
için F_2 , F_R 'ye dik olmalıdır.

$$\theta = 90^\circ,$$

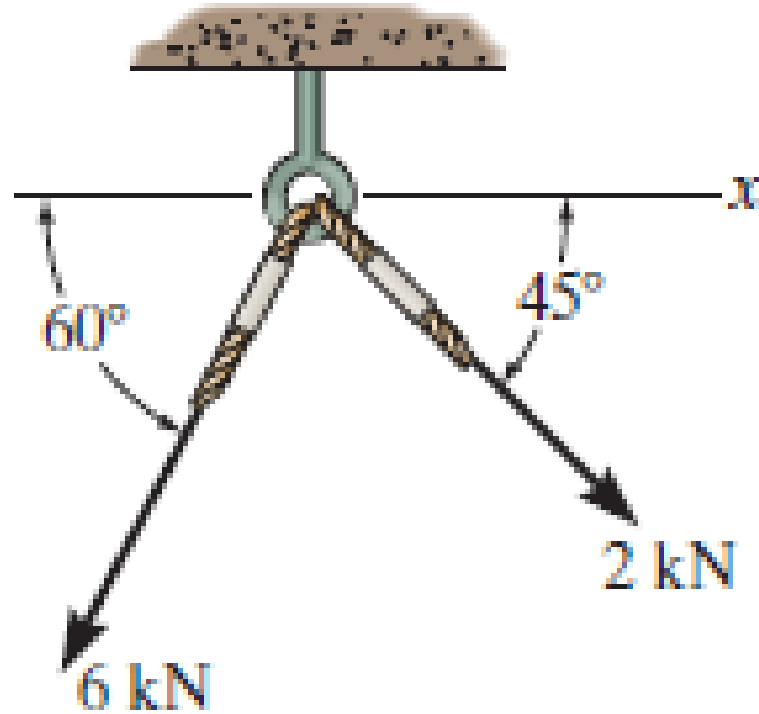
İki bilinmeyen trigonometri ile elde edilir.

$$F_R = 800 (\cos 60^\circ) = 400 \text{ N}$$

$$F_2 = 800 (\sin 60^\circ) = 693 \text{ N}$$

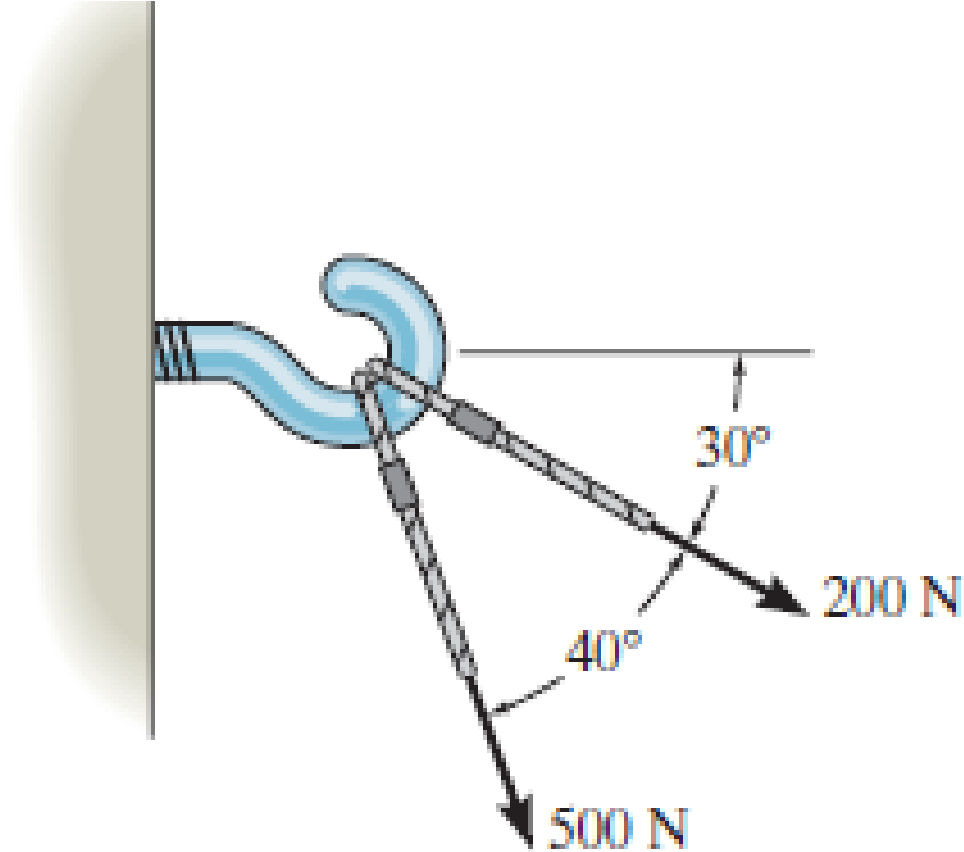
Ödev 1:

Şekilde gösterilen halkaya 6 kN ve 2 kN kuvvetleri etkiğinde bileşke kuvvetin büyüklüğünü ve x eksenini ile yaptığı açığı bulunuz. (F2.1)



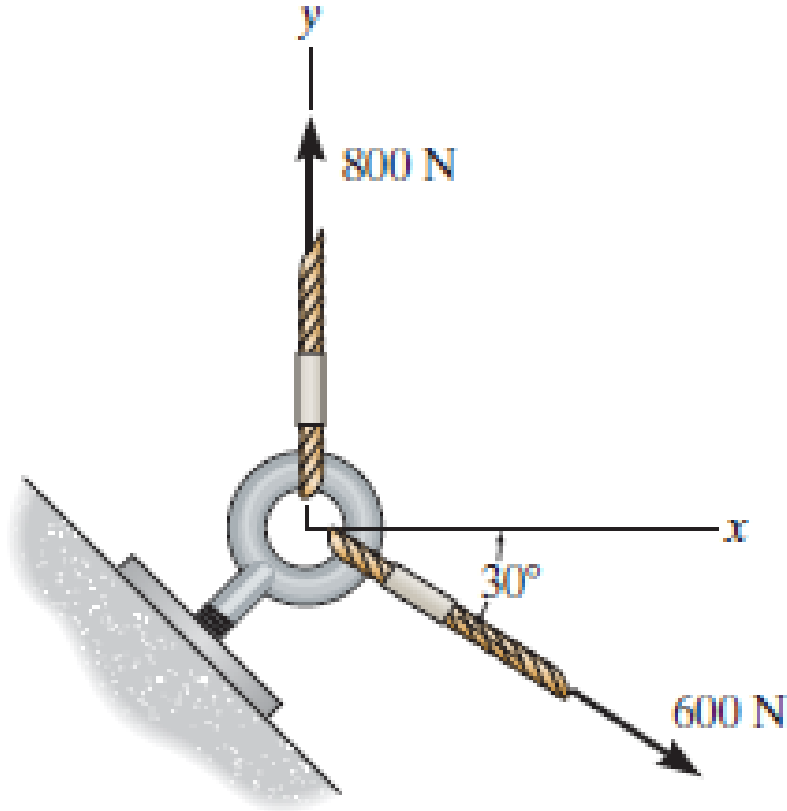
Ödev 2:

Şekilde gösterilen kancaya 200 ve 500 N kuvvetleri etkiğinde bileşke kuvvetin büyüklüğünü bulunuz. (F2.2)



Ödev 3:

Şekilde gösterilen halkaya 800 N ve 600 N kuvvetleri etkiğinde bileşke kuvvetin büyüklüğünü ve bileşke kuvvetin pozitif x-ekseniyle yaptığı açığı bulunuz. (F2.3)



Ödev 4:

Şekilde gösterilen halkaya \mathbf{F} kuvvetinin u -ekseni boyunca bileşeni $F_u = 6 \text{ kN}$ ise, \mathbf{F} kuvvetinin büyüklüğünü ve F_v bileşeninin büyüklüğünü bulunuz. (F2.6)

