Problem-2.37. Matrisin Herhangi İki Satırının Birbirinin Katı Olup Olmadığını Bulma

Verilen $n \times m$ boyutlu bir A matrisinin herhangi iki satırının birbirinin katı olup olmadığını bulan programı yazalım. Verilen $n \times m$ boyutlu bir A matrisi,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{km} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{l1} & a_{l2} & \dots & a_{lm} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

biçimindedir. A matrisinin l. satır elemanları, k. satır elemanlarının c katı olsun. Yani, $a_{lj} = c \times a_{kj}$, $j = 1, 2, \dots, m$ olarak verilsin. Buna göre,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{km} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{l1} & a_{l2} & \dots & a_{lm} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix} \qquad \left(a_{lj} = c \times a_{kj} \, , \; j = 1, 2, \dots, m\right)$$

şeklinde ifade edilebilir. Buna göre program l ve k gibi iki satırın birbirinin c katı olup olmadığının kontrolü için öncelikle bu iki satırın karşılıklı sütun elemanları birbirine oranlanır. Eğer l. satırın tüm elemanları k. satırın karşılık gelen sütun elemanlarının katı ise elde edilen bu oranlar aynı olmalıdır. Bu orana c denilsin. Buna göre, k. satır elemanları c değeri ile çarpılıp l. satır elemanlarından tek tek çıkarılarak bunların mutlak değerlerinin toplamı alınırsa elde edilen sonuç sıfır olmalıdır.

```
INPUT “Satır sayısını giriniz:”, n
INPUT “Sütun sayısını giriniz:”, m
DIM A(n, m)
FOR i=1 TO n
   FOR j=1 TO m
      PRINT “A(”;i;”,”;j;”)=”;
      INPUT A(i, j)
   NEXT j
NEXT i
FOR i=1 TO n-1
   FOR l=i+1 TO n
      FOR k=1 TO m
```

```
        IF A(i, k)=0 THEN
          c=1
        ELSE
          c=A(l, k)/A(i, k)
        END IF
        s=0
        FOR j=1 TO m
          s=s+ABS(A(l, j)-c*A(i, j))
        NEXT j
      NEXT k
      IF s=0 THEN PRINT l; “. Satır ile”; i; “. Satır birbirinin”; c; “katıdır.”
   NEXT l
NEXT i
```

Problem-2.38. Karesel Matrisin Determinantı

Verilen *nxn* boyutlu bir karesel *A* matrisinin determinantını bulan programı yazalım. $A=\left[a_{ij}\right]_{nxn}$ matrisinin determinantı $\det(A)=|A|$ biçiminde gösterilir. Determinant hesabı için bilinmesi gereken özellikler aşağıdaki gibidir.

a) *i.* satır sıfır elemanlarından oluşuyorsa $|A|=0$ dır.

b) *j.* sütun sıfır elemanlarından oluşuyorsa $|A|=0$ dır.

c) *i.* satır (veya *j.* sütun) herhangi bir *t.* satıra (veya *l.* sütuna) eşitse $|A|=0$ dır.

d) Herhangi iki satır (veya sütun) yer değiştirirse determinantın değeri değişmez, işareti değişir.

e) Eğer bir matrisin herhangi bir satırının (veya sütununun) bütün elemanları bir *k* sayısı ile çarpılıp, bir diğer satırın (veya sütunun) elemanları ile toplanırsa matrisin determinantı değişmez.

f) $|A\times B|=|A|\times|B|$

g) Eğer *A* matrisi alt üçgensel bir matrisse;

, $|A|=\prod_{i=1}^{n}a_{ii}$ dir.

h) Eğer *A* matrisi üst üçgensel bir matrisse;

, $|A|=\prod_{i=1}^{n}a_{ii}$ dir.

Yukarıda verilen özelliklerden görüldüğü gibi, alt üçgensel ve üst üçgensel matrislerin determinantı köşegen elemanlarının çarpımı ile elde edilir. Buna göre, verilen herhangi bir matrisin determinantının hesabı için bu matrisin alt (veya üst) üçgensel matris haline getirilmesi yeterli olacaktır. Alt (veya üst) üçgensel hale getirmede aşağıdaki yöntemden yararlanılır

Örnek olarak, $A=\left[a_{ij}\right]_{4\times4}$ lik matrisi üst üçgensel hale getirme;

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \qquad (a_{11}\neq 0) \text{ olmak üzere,}$$

$$\approx\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21}-\dfrac{a_{21}}{a_{11}}\times a_{11} & a_{22}-\dfrac{a_{21}}{a_{11}}\times a_{12} & a_{23}-\dfrac{a_{21}}{a_{11}}\times a_{13} & a_{24}-\dfrac{a_{21}}{a_{11}}\times a_{14} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$\approx\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22}' & a_{23}' & a_{24}' \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$\approx\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22}' & a_{23}' & a_{24}' \\ a_{31}-\dfrac{a_{31}}{a_{11}}\times a_{11} & a_{32}-\dfrac{a_{31}}{a_{11}}\times a_{12} & a_{33}-\dfrac{a_{31}}{a_{11}}\times a_{13} & a_{34}-\dfrac{a_{31}}{a_{11}}\times a_{14} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$\approx\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22}' & a_{23}' & a_{24}' \\ 0 & a_{32}' & a_{33}' & a_{34}' \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \qquad (a_{22}\neq 0) \text{ olmak üzere,}$$

$$\approx\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22}' & a_{23}' & a_{24}' \\ 0 & a_{32}'-\dfrac{a_{32}'}{a_{22}'}\times a_{22}' & a_{33}'-\dfrac{a_{32}'}{a_{22}'}\times a_{23}' & a_{34}'-\dfrac{a_{32}'}{a_{22}'}\times a_{24}' \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$\approx\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22}' & a_{23}' & a_{24}' \\ 0 & 0 & a_{33}'' & a_{34}'' \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$\approx\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22}' & a_{23}' & a_{24}' \\ 0 & 0 & a_{33}'' & a_{34}'' \\ a_{41}-\dfrac{a_{41}}{a_{11}}\times a_{11} & a_{42}-\dfrac{a_{41}}{a_{11}}\times a_{12} & a_{43}-\dfrac{a_{41}}{a_{11}}\times a_{13} & a_{44}-\dfrac{a_{41}}{a_{11}}\times a_{14} \end{bmatrix}$$

$$\approx \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22}^{'} & a_{23}^{'} & a_{24}^{'} \\ 0 & 0 & a_{33}^{''} & a_{34}^{''} \\ 0 & a_{42}^{'} & a_{43}^{'} & a_{44}^{'} \end{bmatrix}$$

$$\approx \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22}^{'} & a_{23}^{'} & a_{24}^{'} \\ 0 & 0 & a_{33}^{''} & a_{34}^{''} \\ 0 & a_{42}^{'} - \dfrac{a_{42}^{'}}{a_{22}^{'}} \times a_{22}^{'} & a_{43}^{'} - \dfrac{a_{42}^{'}}{a_{22}^{'}} \times a_{23}^{'} & a_{44}^{'} - \dfrac{a_{42}^{'}}{a_{22}^{'}} \times a_{24}^{'} \end{bmatrix}$$

$$\approx \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22}^{'} & a_{23}^{'} & a_{24}^{'} \\ 0 & 0 & a_{33}^{''} & a_{34}^{''} \\ 0 & 0 & a_{43}^{''} & a_{44}^{''} \end{bmatrix}$$

$$\approx \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22}^{'} & a_{23}^{'} & a_{24}^{'} \\ 0 & 0 & a_{33}^{''} & a_{34}^{''} \\ 0 & 0 & a_{43}^{''} - \dfrac{a_{43}^{''}}{a_{33}^{''}} \times a_{33}^{''} & a_{44}^{''} - \dfrac{a_{43}^{''}}{a_{33}^{''}} \times a_{34}^{''} \end{bmatrix}$$

$$\approx \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22}^{'} & a_{23}^{'} & a_{24}^{'} \\ 0 & 0 & a_{33}^{''} & a_{34}^{''} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44}^{'''} \end{bmatrix}$$

elemanter işlemleri ile gerçekleştirilmiş olur. Alt üçgensel hale getirmek için de benzer işlemler yapılır. Buna göre, verilen herhangi bir karesel A matrisini üst üçgensel ve alt üçgensel hale getirerek determinantını hesaplayan programlar aşağıdaki gibi yazılır.

```
INPUT "satır sayısını giriniz="; n
DIM x(n, n)
FOR i = 1 TO n
   FOR j = 1 TO n
      PRINT "x("; i; ","; j; ")=";
      INPUT x(i, j)
   NEXT j
NEXT i
PRINT "x matrisi"
```

```
PRINT
FOR i = 1 TO n
   FOR j = 1 TO n
      PRINT x(i, j);
   NEXT j
   PRINT
NEXT i
FOR l = 1 TO n - 1
   FOR s = l + 1 TO n
      IF x(l, l) = 0 THEN
         FOR m = l + 1 TO n
            IF x(m, l) <> 0 THEN
               FOR j = 1 TO n
                  x(l, j) = x(l, j) + x(m, j)
               NEXT j
            END IF
         NEXT m
      END IF
      c = x(s, l) / x(l, l)
      FOR j = 1 TO n
         x(s, j) = x(s, j) - c * x(l, j)
NEXT j, s, l
PRINT
PRINT "üst üçgensel hali"
FOR i = 1 TO n
   FOR j = 1 TO n
      PRINT x(i, j);
   NEXT j
   PRINT
NEXT i
PRINT
det = 1
FOR i = 1 TO n
   det = det * x(i, i)
NEXT i
PRINT "determinant=", det
```

'Verilen bir matrisi alt üçgensel hale getirmek ve determinantını 'hesaplamak için program

```
INPUT "SATIR SAYISINI GİRİNİZ"; n
DIM A(n, n)
FOR I = 1 TO n
   FOR J = 1 TO n
      PRINT "A("; I; ","; J; ")";
      INPUT A(I, J)
NEXT J, I
FOR I = 1 TO n
   FOR J = 1 TO n
      PRINT A(I, J);
   NEXT J
   PRINT
NEXT I
REM*** alt üçgensel hale getiriyoruz***
FOR L = n TO 2 STEP -1
FOR S = L - 1 TO 1 STEP -1
REM*** eğer diagonal elemanlarında sıfır ya da C sabitini bulurken REM*** sıfıra bölüm varsa
satır ekleme işlemleri yapıyoruz
IF A(L, L) = 0 THEN
   FOR M = L - 1 TO 1 STEP -1
      IF A(M, L) <> 0 THEN
         FOR J = 1 TO n
         A(L, J) = A(L, J) + A(M, J)
         NEXT J
      END IF
   NEXT M
END IF
C = A(S, L) / A(L, L)
FOR J = 1 TO n
   A(S, J) = A(S, J) - C * A(L, J)
NEXT J, S, L
REM*** alt üçgensel matrisi yazdırıyoruz***
FOR I = 1 TO n
   FOR J = 1 TO n
      PRINT USING "###.##"; A(I, J);
   NEXT J
   PRINT
NEXT I
REM*** matrisin determinantını hesaplıyoruz***
```

```
D = 1
FOR I = 1 TO n
   D = D * A(I, I)
NEXT I
PRINT "A MATRİSİNİN DETERMİNANTI:"; D
```