



MAT0101 MATEMATİK I

BÖLÜM 5
ÜSTEL VE LOGARİTMİK
FONKSİYONLAR

Doç. Dr. Furkan BAŞER
Ankara Üniversitesi
Uygulamalı Bilimler Fakültesi

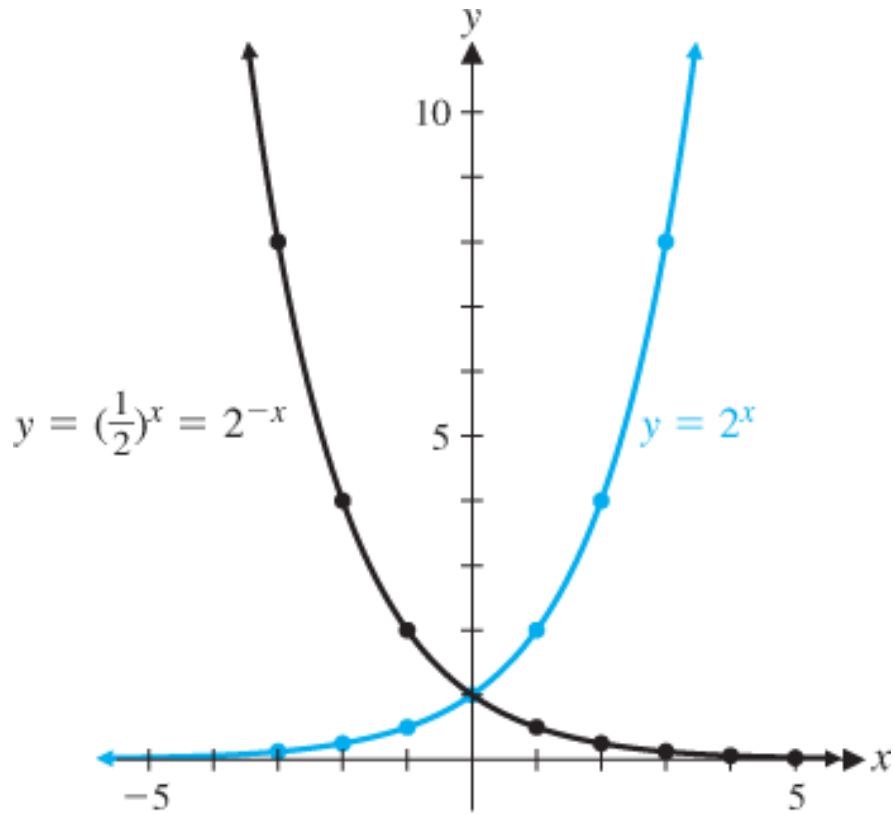
Üstel Fonksiyonlar

Bu konuda ele alacağımız 4 alt başlık yer alır.

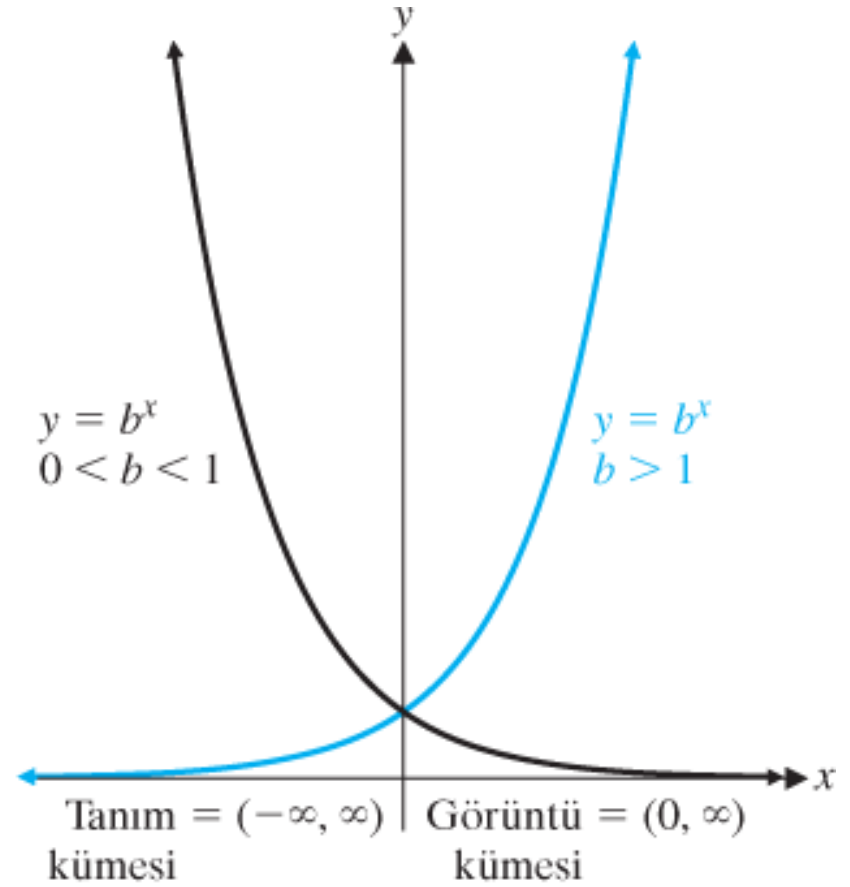
Alt Başlıklar

- Üstel Fonksiyonlar
- Üstel Fonksiyonlar için e Tabanı
- Büyüme (Artma) ve Azalma Uygulamaları
- Bileşik Faiz

- Üstel Fonksiyonlar



(A)



(B)

ÖRNEK 1

Üstel Fonksiyonların Grafiğini Çizme

$-2 \leq x \leq 2$ için $y = \left(\frac{1}{2}\right)4^x$ in grafiğini kabataslak çiziniz.

- **Üstel Fonksiyonlar için e Tabanı**

TANIM e Tabanlı Üstel Fonksiyon

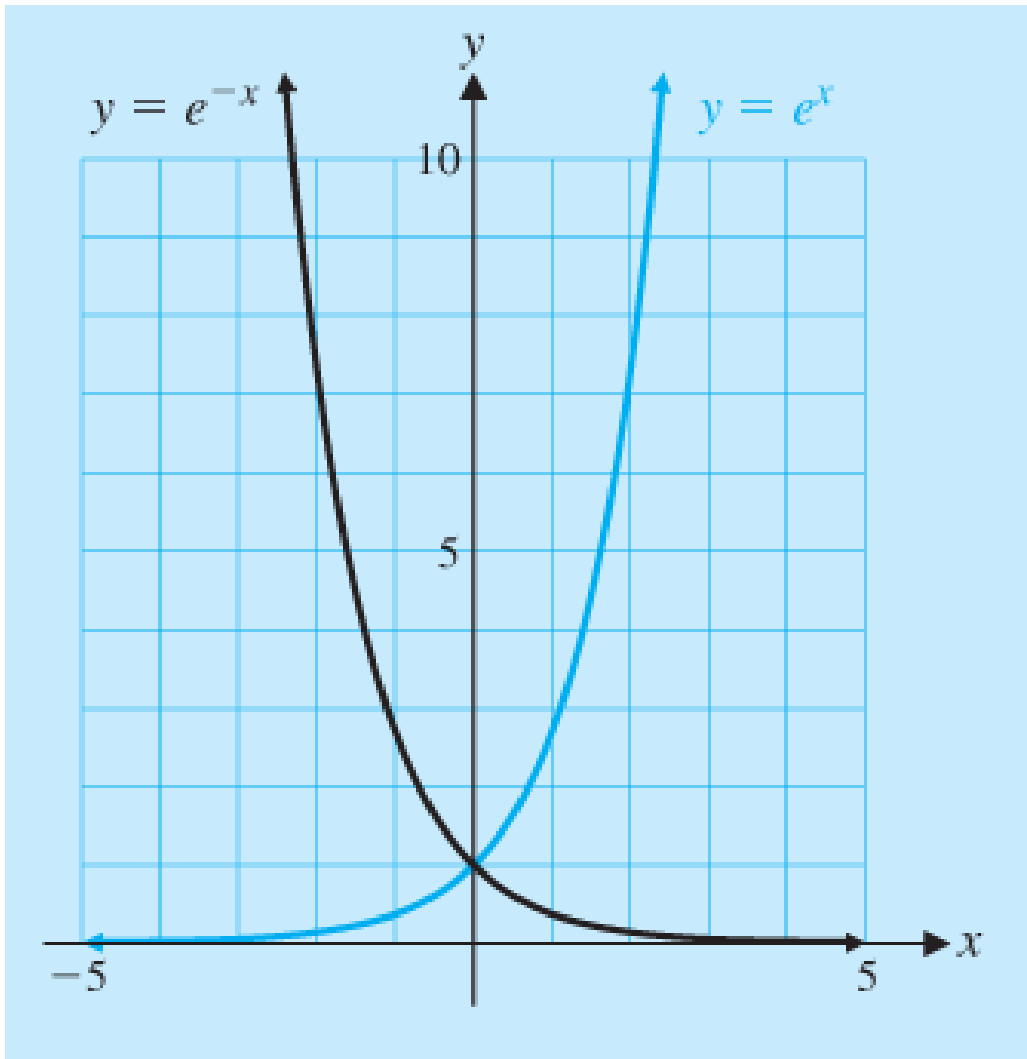
e tabanlı ve $1/e$ tabanlı üstel fonksiyonlar sırasıyla

$$y = e^x \text{ ve } y = e^{-x} \text{ le}$$

Tanım kümesi: $(-\infty, \infty)$

Değer kümesi: $(0, \infty)$

kurallarıyla tanımlanır.



- Büyüme ve Azalma Uygulamaları

ÖRNEK 4 Yıpranma

Tablo 2

x	Değer (\$)
1	12 575
2	9 455
3	8 115
4	6 845
5	5 225
6	4 485

Tablo 2, satın alındıktan x yıl sonra bir melez binek (hibrid sedan) otomobilin piyasa değerini (dolar olarak) vermektedir. Bu veri kümesi için $y = abx$ biçiminde bir üstel regresyon modeli bulunuz. Otomobilin satın alma fiyatını tahmin ediniz. Satın alındıktan 10 yıl sonra otomobilin değerini tahmin ediniz. Cevaplarınızı en yakın dolara yuvarlayınız.

- **Bileşik Faiz**

ÖRNEK 5 Bileşik Büyüme

Eğer 1000\$, % 10 bileşik faizi aylık hesaplamayla ödeyen bir hesaba yatırım yapılırsa (yatırılırsa), 10. yılın sonunda hesapta kaç \$ olacaktır? Cevabınızı en yakın sente kadar hesaplayınız.

ÖRNEK 6 Sürekli Bileşik Faiz

Eğer 1000\$, % 10 bileşik faizi aylık hesaplama ile ödeyen bir hesaba yatırılırsa, 10. yılın sonunda hesapta kaç \$ olacaktır? Cevabınızı en yakın sente kadar hesaplayınız.

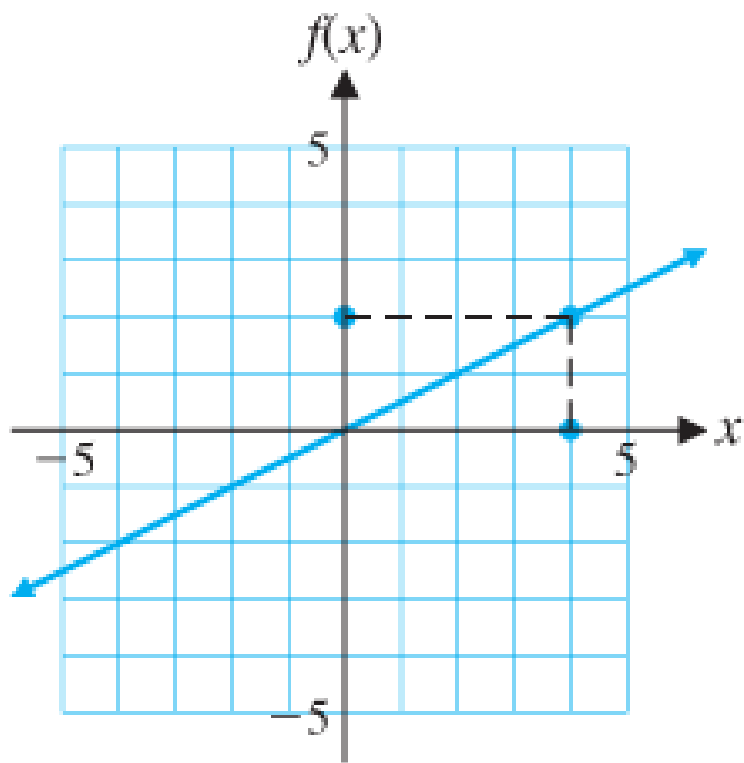
Logaritmik Fonksiyonlar

Bu konuda ele alacağımız 5 alt başlık yer alır.

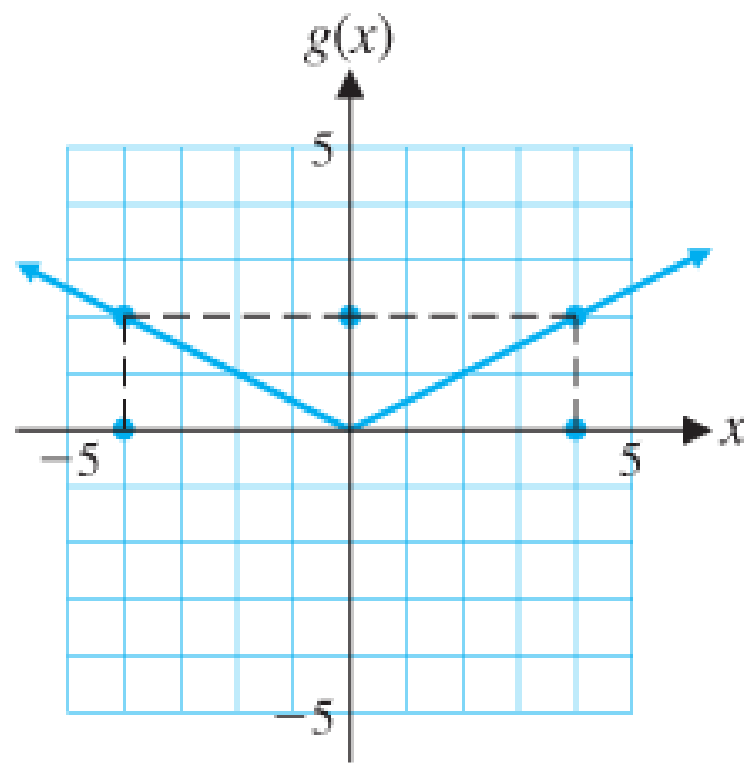
Alt Başlıklar

- **Ters Fonksiyonlar**
- **Logaritmik Fonksiyonlar**
- **Logaritmik Fonksiyonların Özellikleri**
- **Logaritmaların Hesap Makinesi ile Bulunması**
- **Uygulamalar**

- **Ters Fonksiyonlar**

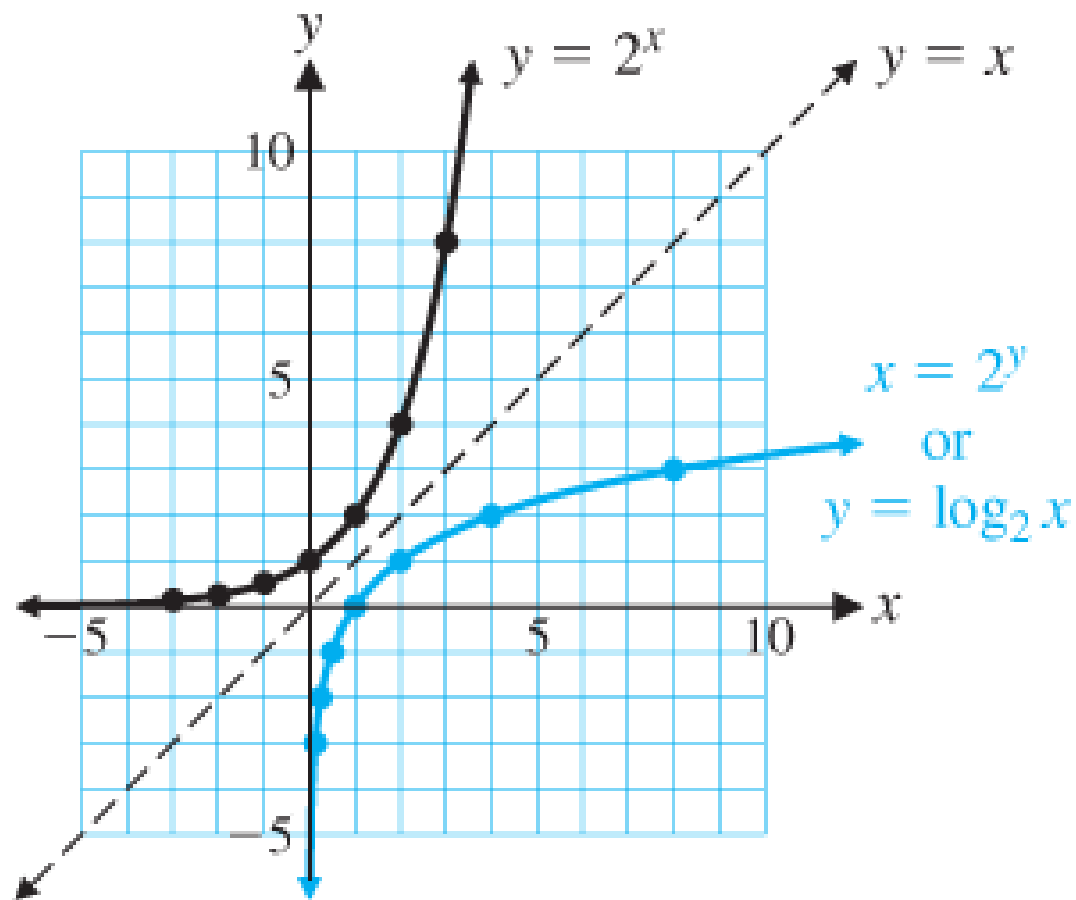


(A) $f(x) = \frac{x}{2}$



(B) $g(x) = \frac{|x|}{2}$

- **Logaritmik Fonksiyonlar**



Üstel Fonksiyon

Logaritmik Fonksiyon

x	$y = 2^x$	$x = 2^y$	y
-3	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	-3
-2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	-2
-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1
0	1	1	0
1	2	2	1
2	4	4	2
3	8	8	3

Bileşenlerin
yeri
değişti

• Logaritmik Fonksiyonların Özellikleri

TEOREM 1 Logaritmik Fonksiyonların Özellikleri

Eğer b , M ve N pozitif reel sayılar ve $b \neq 1$ olsun. p ve x reel sayılar olmak üzere

1. $\log_b 1 = 0$

2. $\log_b b = 1$

3. $\log_b b^x = x$

4. $b^{\log_b x} = x, \quad x > 0$

5. $\log_b MN = \log_b M + \log_b N$

6. $\log_b \frac{M}{N} = \log_b M - \log_b N$

7. $\log_b M^p = p \log_b M$

8. $\log_b M = \log_b N$ ise ve yalnız böyle ise $M = N$ dir.

- **Logaritmaların Hesap Makinesi ile Bulunması**

Adi (sıradan) logaritma: $\log x$ gösterimi, $\log_{10} x$ anlamına gelir.

Doğal logaritma: $\ln x$ gösterimi, $\log_e x$ anlamına gelir.

- **Uygulamalar**

ÖRNEK 10 Bir Yatırım İçin İkiye Katlanma Süresi

Bir para yıllık olarak bileşik hesaplanan % 20 den yatırım yaptırılırsa, paranın ikiye katlanması (en yakın tam yıla kadar yuvarlayarak) ne kadar sürecektir?