

MAT0101 MATEMATİK I

BÖLÜM 14
MUTLAK MAKSİMUM VE
MİNİMUM, OPTİMİZASYON

Doç. Dr. Furkan BAŞER
Ankara Üniversitesi
Uygulamalı Bilimler Fakültesi

Mutlak Maksimum ve Minimum

Bu konuda ele alacağımız 2 alt başlık yer alır.

Alt Başlıklar

- **Mutlak Maksimumlar ve Minimumlar**
- **İkinci Türev ve Ekstremum**

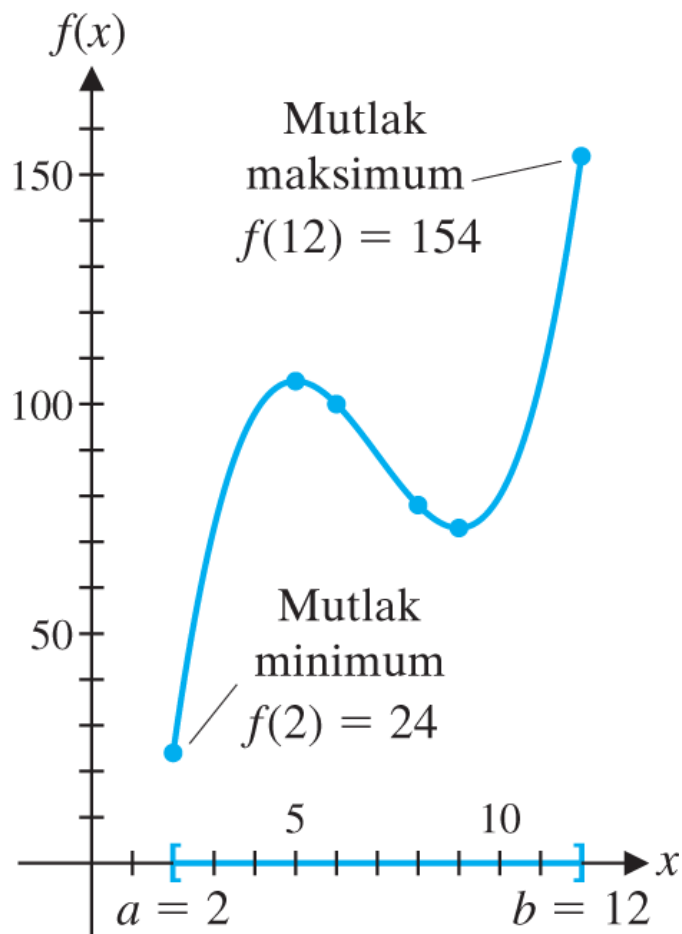
- Mutlak Maksimumlar ve Minimumlar

ŞEKİL 2 $f(x) = x^3 - 21x^2 + 135x - 170$

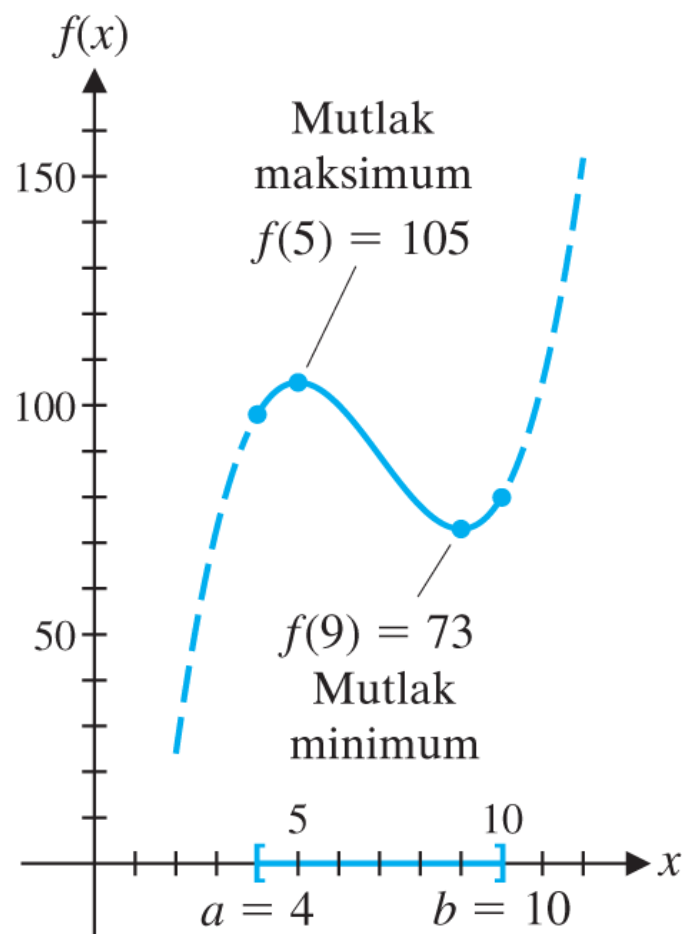
için değişik aralıklarda mutlak eksterimumlar



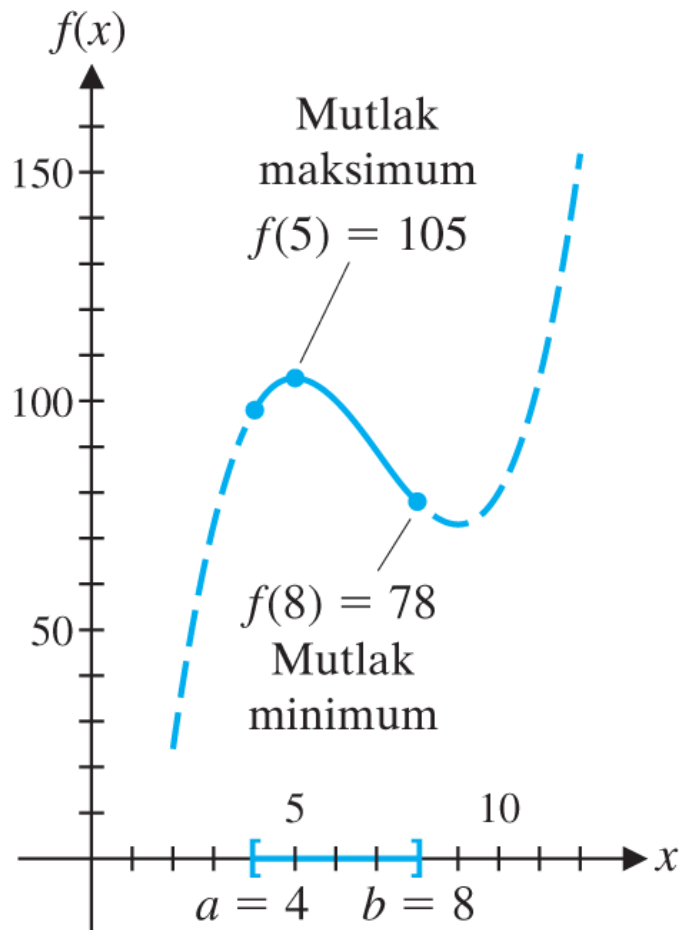
ŞEKİLLER



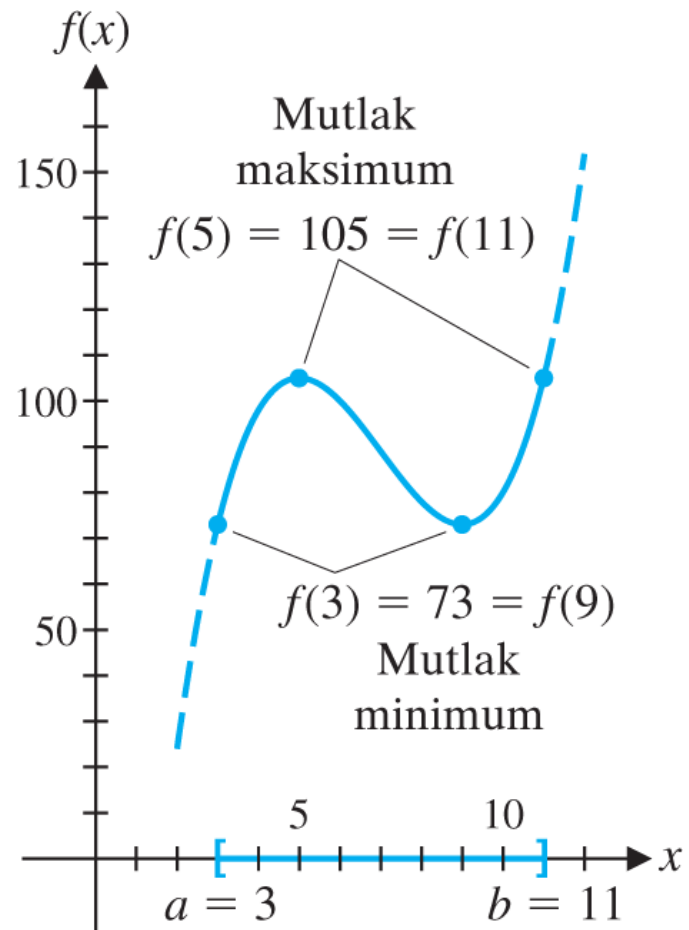
(A) $[a, b] = [2, 12]$



(B) $[a, b] = [4, 10]$



(C) $[a, b] = [4, 8]$

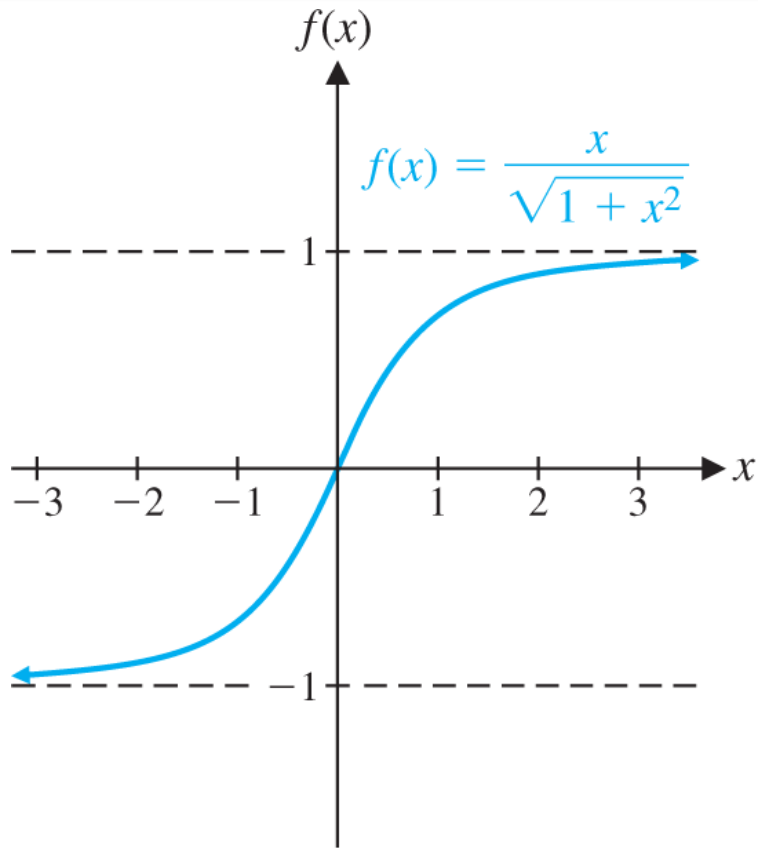


(D) $[a, b] = [3, 11]$

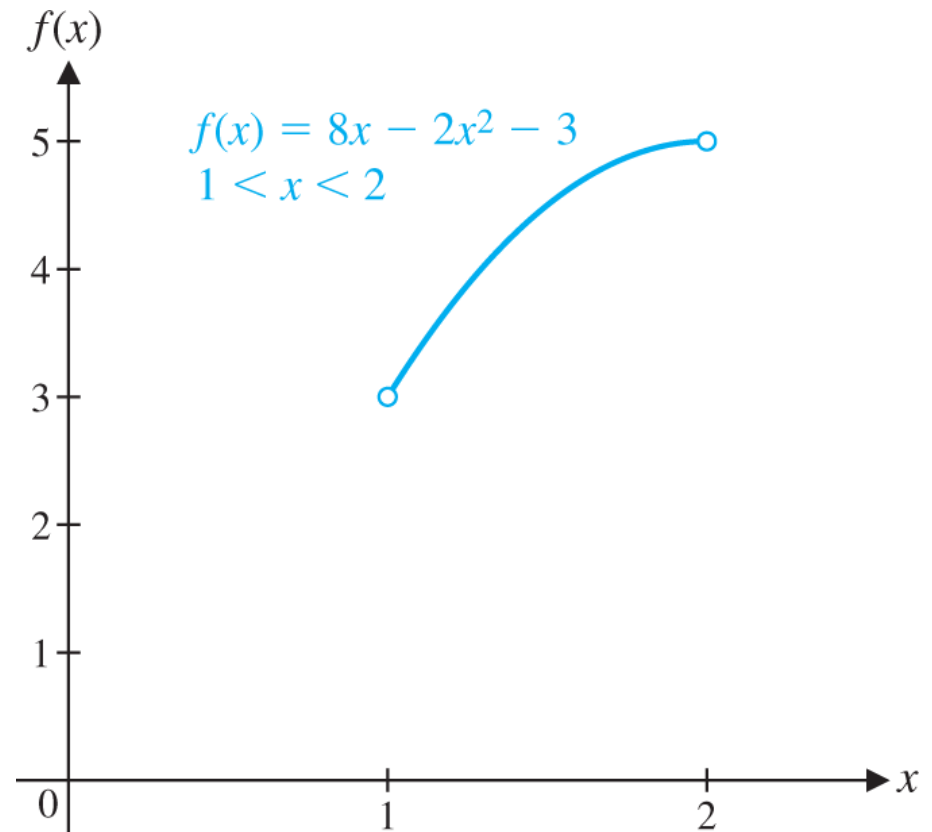
- İkinci Türev ve Ekstremum

Şekil 3 Mutlak ekstremumu olmayan fonksiyonlar

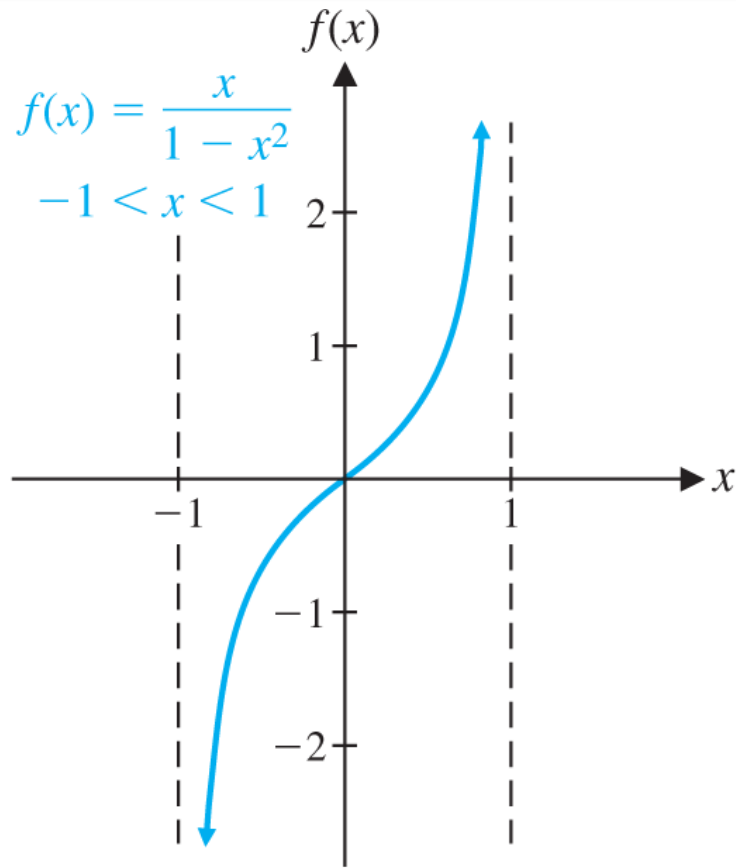




- (A) $(-\infty, \infty)$ da mutlak ekstremum yok.
 Her x için $-1 < f(x) < 1$
 Her x için $[f(x) \neq 1$ veya $-1]$



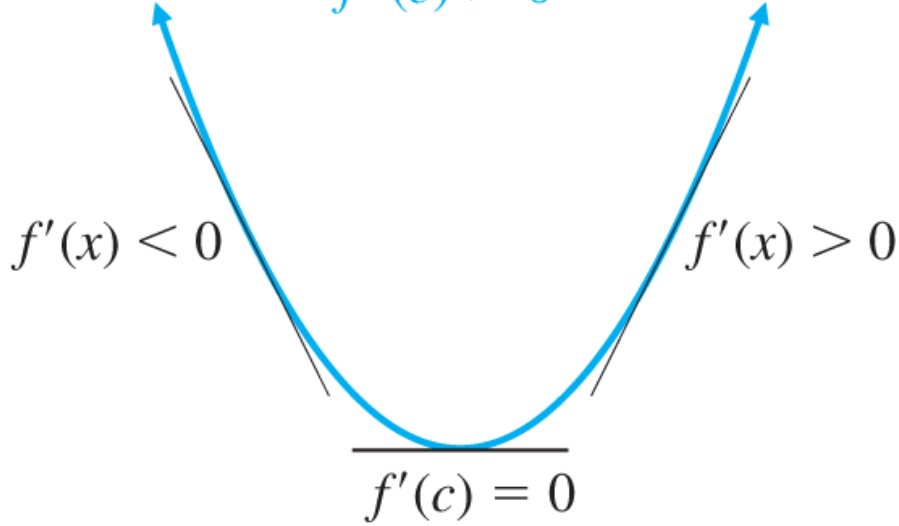
- (B) $(1, 2)$ de mutlak ekstremum yok.
 $x \in (1, 2)$ için $-1 < f(x) < 1$
 Her $x \in (1, 2)$ için $f(x) \neq 3$ veya $5]$



- (C) $(1, -1)$ de mutlak ekstremum yok.
 $x = -1$ ve $x = 1$ de düşey asimptot var.

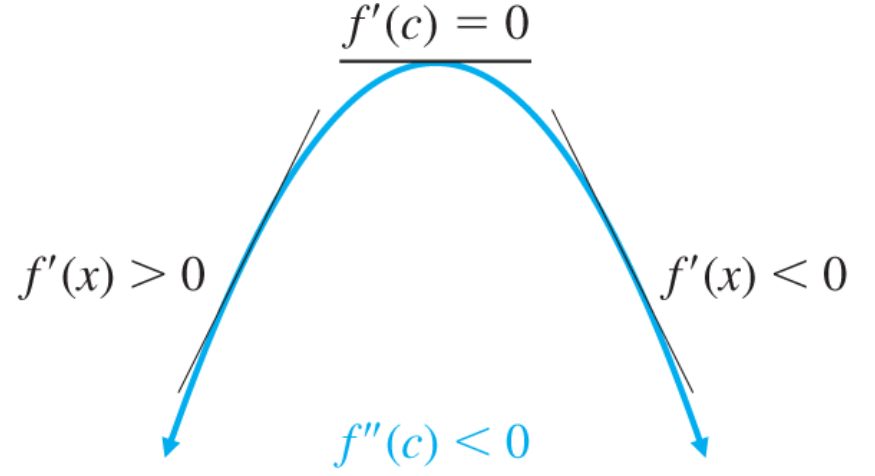
Şekil 4 İkinci Türev ve Yerel Ekstremum

$$f''(c) > 0$$



(A) $f'(c) = 0$ ve $f''(c) > 0$
olması $f(c)$ nin yerel minimum
olmasını gerektirir.

$$f'(c) = 0$$



(B) $f'(c) = 0$ ve $f''(c) < 0$
olması $f(c)$ nin yerel maksimum
olmasını gerektirir.

Optimizasyon (En Uygunu Bulma)

Bu konuda ele alacağımız 3 alt başlık yer alır.

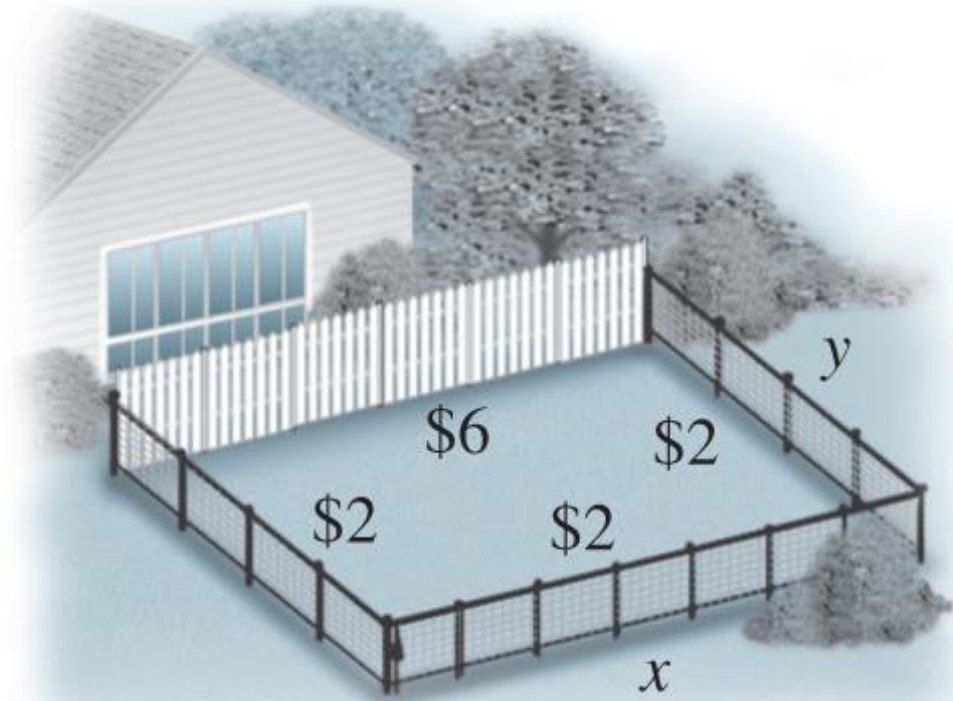
Alt Başlıklar

- **Yüzölçümü ve Çevre Uzunluğu**
- **Gelir ve Kârın En Büyük (Maksimize) Yapılması**
- **Envanter (Depo) Kontrolü**

• Yüzölçümü ve Çevre Uzunluğu

ÖRNEK 1 Yüzölçümü En büyük Bölgenin Bulunması

Bir mesken sahibinin dikdörtgen bahçesinin etrafını çitle çevirmek için kullanacağı 320\$ ı vardır. Çitin üç tarafı bir fit (0.3048 m) başına 2\$ bir maliyetle tel örgüyle çevrilecektir. Dördüncü tarafı ise bir fit başına 6\$ bir maliyetle ahşap çit olacaktır. Boyutları ve 320\$ dolar tutacak çit malzemesi ile çevrelenebilecek en geniş bahçenin yüzölçümünü bulunuz.



Şekil 1

- Gelir ve Kârın En Büyük (Maksimize) Yapılması

ÖRNEK 3 Gelirin En Büyük Yapılması

Bir ofis malzemeleri şirketi, tanesi p dolardan, yılda x adet (kalıcı) kalem satıyor. Bu kalemler için fiyat-talep denklemi $p = 10 - 0.001x$ tir. En büyük geliri elde edebilmek için şirket, kalemleri kaçta satmalıdır? Maksimum gelir nedir?

ÖRNEK 4 Kârın En Büyük Yapılması

Örnek 3 teki ofis malzemeleri şirketi için x (kalıcı) kalemlerinin toplam yıllık üretim maliyeti

$$C(x) = 5000 + 2x$$

tir. Şirketin maksimum karı nedir? Bu karı elde edebilmek için şirket, kalem başına ne kadar fiyat biçmelidir ve kaç tane kalem üretmelidir?

- **Envanter (Depo) Kontrolü**

ÖRNEK 8

Bir multimedya şirketi gelecek yıl belli bir DVD ye talebin 20000 adet olacağını öngörmektedir. Bir DVD yi bir yıl boyunca tutmak şirkete 0.50\$ a mal olmaktadır. Ek DVD üretmesi gerektiği her zaman, gerekli teçhizatı kurmak 200\$ a mal olmaktadır. Bu şirket, toplam depolama ve teçhizat montajı maliyetlerini en küçük yapmak (minimize etmek) için her bir üretim koşumunda kaç tane DVD üretmelidir?