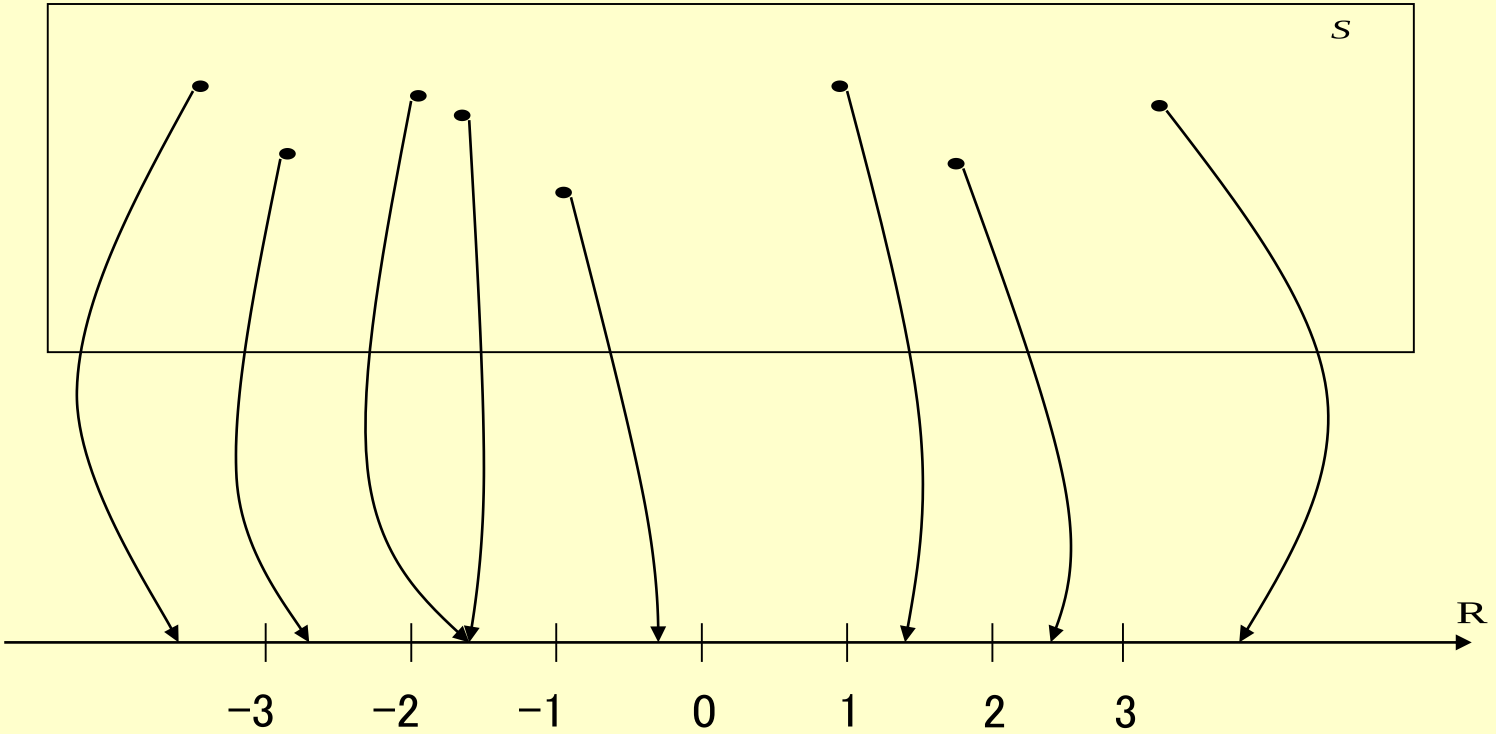
SAB101 OLASILIK

BÖLÜM 2
RASGELE DEĞİŞKENLER
2.1 Kesikli Rasgele Değişkenler
2.2 Sürekli Rasgele Değişkenler

Doç. Dr. Furkan BAŞER
Ankara Üniversitesi
Uygulamalı Bilimler Fakültesi

2.1 Kesikli Rasgele Değişken
2.1.1 Rasgele Değişkenin Tanımı (1/2)

- Rasgele değişken (r.d),
  - Belirli bir denemenin her bir sonucu için sayısal bir değeri ifade eder.



2.1.1 Rasgele Değişkenin Tanımı (2/2)

- Örnek: Makine Arızaları
  - Örneklem Uzayı: $S = \{elektrik, mekanik, yanlışkullanım\}$
  - Bu başarısızlıkların her biri onarım maliyeti ile ilişkilendirilebilir.
  - Örneklem Uzayı : $\{50, 200, 350\}$
  - Maliyet rasgele değişkeni: 50, 200, and 350

2.1.2 Olasılık Fonksiyonu (1/2)

- Olasılık fonksiyonu
  - x_i kesikli rasgele değişkenleri p_i olasılıklarını alsın.

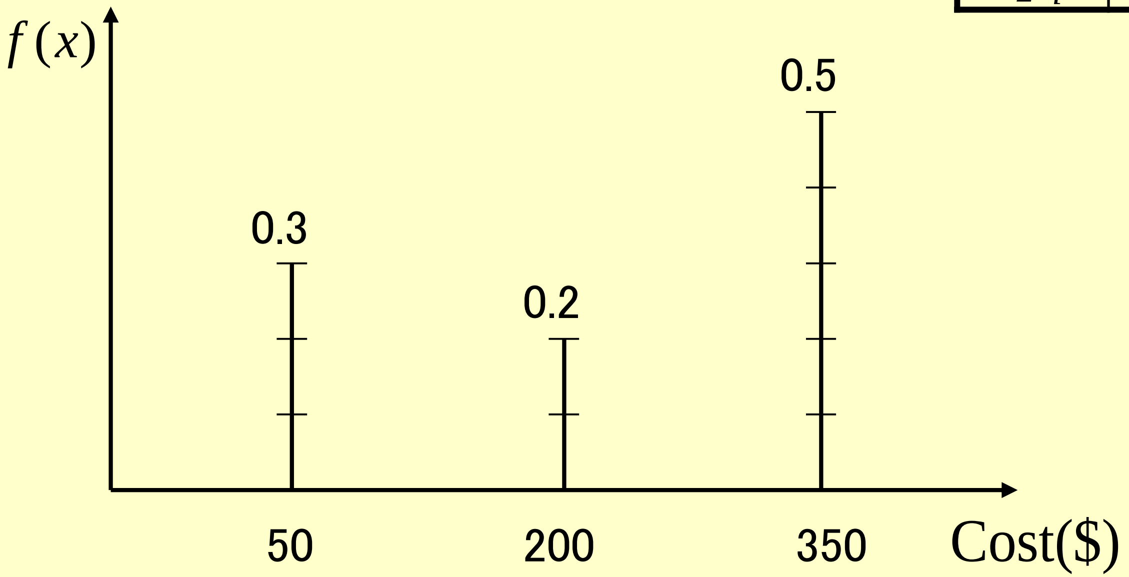
$$0 \le p_i \le 1 \qquad \sum_i p_i = 1$$

$$P(X = x_i) = p_i$$

2.1.2 Olasılık Fonksiyonu (1/2)

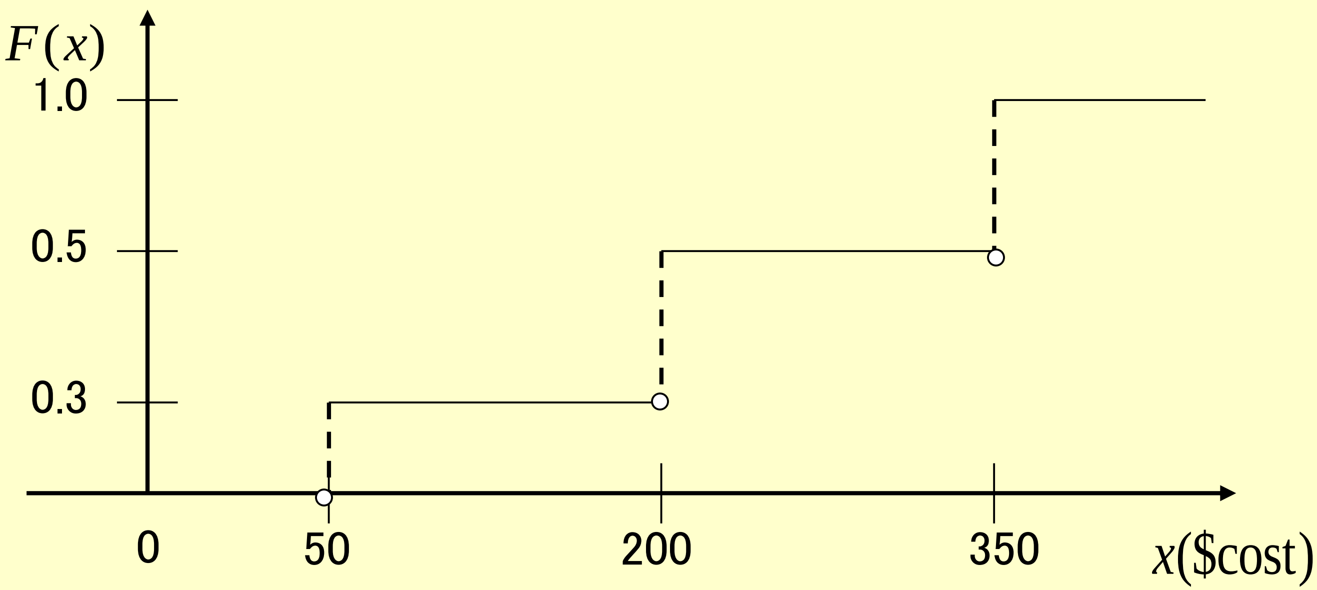
- Örnek : Makine Arızaları
  - P(maliyet=50)=0.3, P(maliyet=200)=0.2, P(maliyet=350)=0.5
  - 0.3 + 0.2 + 0.5 =1

x_i	50	200	350
p_i	0.3	0.2	0.5



2.1.3 Dağılım Fonksiyonu (1/2)

- Dağılım Fonksiyonu
  - Fonksiyon : $F(x) = P(X \leq x)$ $\quad F(x) = \sum_{y:y \leq x} P(X = y)$
  - Kısaltması : d.f



2.1.3 Dağılım Fonksiyonu (2/2)

- Örnek: Makine Arızaları

$$-\infty < x < 50 \Rightarrow F(x) = P(\text{cost} \leq x) = 0$$

$$50 \leq x < 200 \Rightarrow F(x) = P(\text{cost} \leq x) = 0.3$$

$$200 \leq x < 350 \Rightarrow F(x) = P(\text{cost} \leq x) = 0.3 + 0.2 = 0.5$$

$$350 \leq x < \infty \Rightarrow F(x) = P(\text{cost} \leq x) = 0.3 + 0.2 + 0.5 = 1.0$$

2.2 Sürekli Rasgele Değişkenler

2.2.1 Sürekli Rasgele Değişkenler için Örnekler(1/1)

- Örnek : Metal Silindir Üretimi
  - Rasgele değişkeni X'in, şirket tarafından üretilen rasgele seçilen bir silindirin çapı olduğunu varsayalım. Bu rasgele değişken, 49.5 ile 50.5 arasında bir değer alabildiğinden, sürekli bir rasgele değişkendir.

2.2.2 Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu (1/4)

- Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu (o.y.f.)
  - Sürekli rasgele değişkenin olasılıksal özellikleri

$$f(x) \geq 0$$

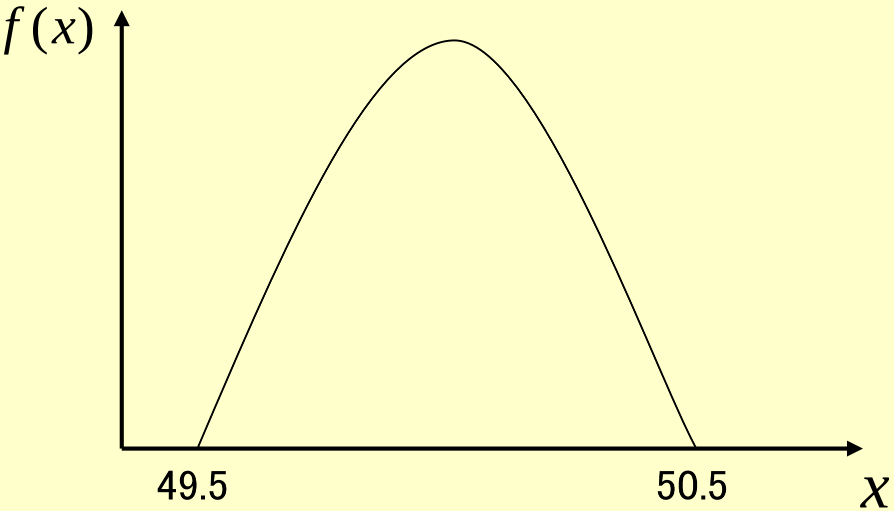
$$\int_{statespace} f(x)dx = 1$$

2.2.2 Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu (2/4)

- Örnek
  - Metal silindir çapının olasılık yoğunluk fonksiyonunun aşağıdaki gibi olduğunu varsayalım:

$$f(x) = 1.5 - 6(x - 50.2)^2 \quad \text{for} \quad 49.5 \le x \le 50.5$$

$$f(x) = 0, \quad \text{elsewhere}$$



2.2.2 Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu (3/4)

- Geçerli olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$\int_{49.5}^{50.5} (1.5 - 6(x - 50.0)^2)dx = [1.5x - 2(x - 50.0)^3]_{49.5}^{50.5}$$

$$= [1.5 \times 50.5 - 2(50.5 - 50.0)^3]$$

$$-[1.5 \times 49.5 - 2(49.5 - 50.0)^3]$$

$$= 75.5 - 74.5 = 1.0$$

2.2.2 Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu (4/4)

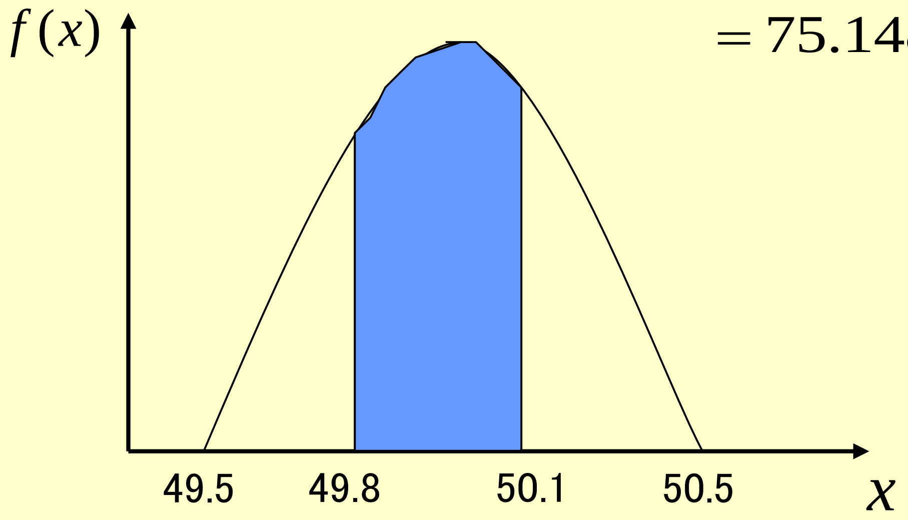
- Bir metal silindirin 49,8 ila 50,1 mm arasında bir çapa sahip olma olasılığı aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\int_{49.8}^{50.1} (1.5 - 6(x-50.0)^2)dx = [1.5x - 2(x-50.0)^3]_{49.8}^{50.1}$$

$$= [1.5 \times 50.1 - 2(50.1 - 50.0)^3]$$

$$-[1.5 \times 49.8 - 2(49.8 - 50.0)^3]$$

$$= 75.148 - 74.716 = 0.432$$



2.2.3 Dağılım Fonksiyonu (1/3)

- Kümülatif Dağılım Fonksiyonu
  - $F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(y)dy$
  - $f(x) = \dfrac{dF(x)}{dx}$
  - $$P(a < X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a)$$
    $$= F(b) - F(a)$$
  - $P(a \leq X \leq b) = P(a < X \leq b)$

2.2.2 Dağılım Fonksiyonu (2/3)

- Örnek

$$F(x) = P(X \le x) = \int_{49.5}^{x} (1.5 - 6(y - 50.0)^2)\,dy$$

$$= [1.5y - 2(y - 50.0)^3]_{49.5}^{x}$$

$$= [1.5x - 2(x - 50.0)^3] - [1.5 \times 49.5 - 2(49.5 - 50.0)^3]$$

$$= 1.5x - 2(x - 50.0)^3 - 74.5$$

$$P(49.7 \le X \le 50.0) = F(50.0) - F(49.7)$$

$$= (1.5 \times 50.0 - 2(50.0 - 50.0)^3 - 74.5)$$

$$-(1.5 \times 49.7 - 2(49.7 - 50.0)^3 - 74.5)$$

$$= 0.5 - 0.104 = 0.396$$

2.2.2 Dağılım Fonksiyonu (3/3)