

C programında Sayısal İntegral Hesabı

$[a, b]$ aralığı $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < b = x_n$ özelliğini sağlayan x_1, x_2, \dots, x_{n-1} noktaları yardımıyla n tane alt-aralığa bölünsün. $P = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n\}$ kümesine $[a, b]$ aralığının bir parçalanması denir.

$$\Delta x_k = x_k - x_{k-1}$$

sayısına $[x_{k-1}, x_k]$ aralığının boyu denir. Alt-aralıkların boylarının en büyüğüne P parçalanmasının normu denir ve $\|P\|$ ile gösterilir. Eğer tüm alt-aralıkların boyları birbirine eşit ise bu parçalanmaya bir düzgün parçalanma adı verilir. Bu tanımdan da anlaşılacağı gibi, bir $[a, b]$ aralığının sonsuz çoklukta parçalanması mevcuttur.

Tanım. $\xi_k \in [x_{k-1}, x_k]$ ve $\Delta x_k = x_k - x_{k-1}$ olmak üzere,

$$R(f, P) = \sum_{k=1}^n f(\xi_k) \Delta x_k$$

toplamına f fonksiyonunun P parçalanmasına karşılık gelen Riemann Toplamı denir.

Tanım. Her $\xi_k \in [x_{k-1}, x_k]$ için

$$\lim_{\|P\| \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n f(\xi_k) \Delta x_k$$

sayısına f fonksiyonunun Riemann integrali denir ve $\int_a^b f(x) dx$ ile gösterilir.

Teorem. $f: [a, b] \rightarrow R$ sürekli bir fonksiyon ise;

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^n f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) = \int_a^b f(x) dx$$

dır. Özel olarak $a = 0$, $b = 1$ alınırsa,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 f(x) dx$$

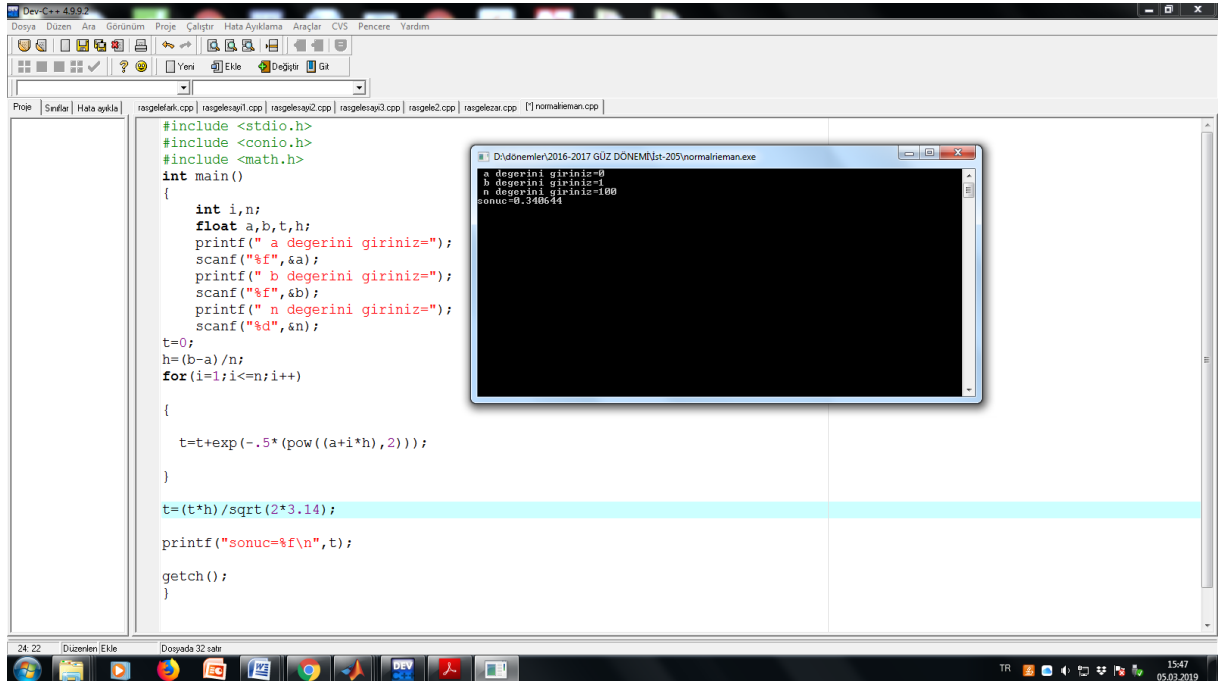
elde edilir. Örneğin bu teorem yardımıyla, $X \sim N(0,1)$ olmak üzere

$$P(a < X < b) = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

integrali kolaylıkla hesaplanabilir. Bu integrali hesaplayacak C programı aşağıdaki gibidir.

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <math.h>
int main()
{
    int i,n;
    float a,b,t,h;
    printf(" a degerini giriniz=");
    scanf("%f",&a);
    printf(" b degerini giriniz=");
    scanf("%f",&b);
    printf(" n degerini giriniz=");
    scanf("%d",&n);
    t=0;
    h=(b-a)/n;
    for(i=1;i<=n;i++)
    {
        t=t+exp(-.5*(pow((a+i*h),2)));
    }
    t=(t*h)/sqrt(2*3.14);
    printf("sonuc=%f\n",t);
    getch();
}
```

Program a=1, b=1 ve n=100 için çalıştırıldığında aşağıdaki sonuç elde edilir.



The screenshot shows a C++ IDE with the following code in the editor:

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <math.h>
int main ()
{
    int i,n;
    float a,b,t,h;
    printf(" a degerini giriniz=");
    scanf("%f",&a);
    printf(" b degerini giriniz=");
    scanf("%f",&b);
    printf(" n degerini giriniz=");
    scanf("%d",&n);

    t=0;
    h=(b-a)/n;
    for(i=1;i<=n;i++)
    {
        t=t+exp(-.5*(pow((a+i*h),2)));
    }

    t=(t*h)/sqrt(2*3.14);
    printf("sonuc=%f\n",t);
    getch();
}
```

The output window shows the following execution results:

```
a degerini giriniz=0
b degerini giriniz=1
n degerini giriniz=100
sonuc=0.240544
```