

DENKLEMLER:

Değişken içeren ve değişkenlerin belli değerleri için doğru olan cebirsel eşitliklere “denklem” denir.

Bir denklemde eşitliği sağlayan(doğrulayan) değerlere; verilen denklemin “kökleri” veya “çözümü” denir.

Tek bilinmeyen içeren denklemlere “bir bilinmeyenli denklem”, iki bilinmeyen içeren denklemlere “iki bilinmeyenli denklem” ve genel olarak n- bilinmeyen içeren denklemlere “n-bilinmeyenli denklem” denir. Örneğin;

$3x-2=5$ denklemi bir bilinmeyenli denklem,

$2xy-x^3y+y^2=3$ denklemi iki bilinmeyenli denklem,

$x+y+z=1$ denklemi üç bilinmeyenli denklemdir.

A) Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler:

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere $ax+b=0$ şeklindeki denkleme “bilinmeyeni x olan birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem” denir. Denklemi sağlayan x sayısına “denklemin kökü(çözümü)”, x bilinmeyenini bulma işlemine “denklemin çözümü”, denklemin köklerinin oluşturduğu küme de “denklemin çözüm kümesi” denir.

$ax+b=0$ denkleminde:

* $a \neq 0 \Rightarrow ax+b=0$ denkleminin tek çözümü(kökü) vardır. Bu çözüm değeri;

$$ax+b=0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

şeklinde olup, denklemin çözüm kümesi, $\mathbb{C}.K = \left\{ -\frac{b}{a} \right\}$ ’dir.

Örnek: $3x+12+x-8=10-3x+8$ denklemini çözünüz.

çözüm: $3x+12+x-8=10-3x+8 \Rightarrow 4x+4=18-3x$

$$\Rightarrow 4x+3x=18-4$$

$$\Rightarrow 7x=14$$

$$\Rightarrow x = \frac{14}{7} = 2$$

$$\Rightarrow \mathbb{C}.K = \{2\}$$

Örnek: $\frac{x-1}{3} + \frac{2x}{5} = 10$ denklemini çözünüz.

çözüm: $\frac{x-1}{3} + \frac{2x}{5} = 10 \Rightarrow \frac{5x-5}{15} + \frac{6x}{15} = 10$

$$(5) \quad (3)$$

$$\frac{11x-5}{15}=10$$

$$11x-5=150$$

$$11x=155 \quad \Rightarrow \quad x=\frac{155}{11}$$

Örnek: $\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-2} = 1$ denkleminin köklerinden biri 5 olduğuna göre a kaçtır?

çözüm: Denklemin bir kökü 5 ise, denklemde x yerine 5 yazdığımızda denklem sağlanıyordur. Dolayısıyla denklemde x gördüğümüz yere 5 yazarsak:

$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-2} = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{5-a} + \frac{1}{5-3} + \frac{1}{5-2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5-a} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5-a} = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5-a} = \frac{6-3-2}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5-a} = \frac{1}{6}$$

bulunur. Burada, içler çarpımı daima dışlar çarpımına eşit olacağından;

$$\Rightarrow 5-a = 6$$

$$\Rightarrow -a = 6-5$$

$$\Rightarrow -a = 1$$

$$\Rightarrow a = -1 \text{ olarak elde edilir.}$$

B) Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler:

$a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0, b \neq 0$ ve x ile y bilinmeyenler olmak üzere,

$$ax+by+c=0$$

şeklindeki denkleme “birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem” denir. Bu denklemi sağlayan x ve y değerlerinin oluşturduğu (x, y) ikilileri bu denklemin bir çözümü olup, denklemin çözüm kümesinin elemanlarıdır.

İki bilinmeyenli birinci dereceden bir denklemin tek çözümünün olabilmesi için, en az iki tane denkleme ihtiyaç vardır.

Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemleri:

$a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$ax+by+c=0$$

$$dx+ey+f=0$$

şeklindeki iki denkleme “birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemi” denir.

Bu sistemdeki her bir denklemin x ve y bilinmeyenlerinin katsayılarından en az biri sıfırdan farklı olmalıdır.

Sistemin çözümü demek, her iki eşitliği de sağlayan bir (x, y) sıralı ikilisi bulmak demektir.

Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemlerinin Yok Etme Metodu ile Çözümü:

Denklem sisteminin çözüm kümesini bulmak için her iki denklemde yer alan değişkenlerden biri yok edilmeye çalışılır. Yok etme işlemi ancak bu iki değişkenden birinin her iki denklemde de katsayılarının zıt işaretli olarak eşitlenip toplanmasıyla mümkündür. Böylelikle, bilinmeyenlerin biri bulunmuş olur.

Diğer bilinmeyi bulmak için de, bulduğumuz ilk değişken değerini verilen denklem sisteminde yer alan iki denklemden birinde yerine yazılır. Böylece elde ettiğimiz iki bilinmeyene karşılık gelen değerler, (x, y) çözümünü ve (x, y) çözümü de denklem sisteminin çözüm kümesini oluşturur.

Örnek: $\left. \begin{array}{l} 2x-y= -1 \\ x-2y= 4 \end{array} \right\}$ denklem sisteminin çözümü nedir?

çözüm:

1.yol: Birinci denklemin her iki tarafını -2 ile çarpıp, elde ettiğimiz denklemi ikinci denklem ile toplarsak:

$$2x-y= -1 \Rightarrow -4x+2y= 2$$

$$\begin{array}{r} -4x+2y=2 \\ + \quad x-2y=4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} -3x &= 6 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

bulunur. Bulduğumuz $x=-2$ değerini soruda verilen iki denklemden birinde yerine yazarsak:

$$\begin{aligned} x-2y = 4 &\Rightarrow -2 - 2y = 4 \\ &\Rightarrow -2y = 6 \\ &\Rightarrow y = -3 \end{aligned}$$

elde ederiz. Böylece, verilen denklem sisteminin çözümü $(x, y) = (-2, -3)$ noktasıdır.

2.yol: İkinci denklemin her iki tarafını -2 ile çarpıp, elde ettiğimiz denklemi birinci denklem ile toplarsak:

$$\begin{array}{r} x-2y=4 \Rightarrow -2x+4y = -8 \\ 2x-y=-1 \\ + \quad -2x+4y=-8 \\ \hline 3y=-9 \\ y=-3 \end{array}$$

bulunur. Bulduğumuz $y=-3$ değerini verilen denklem sistemindeki denklemlerden birinde yerine yazarsak:

$$\begin{aligned} 2x-y = -1 &\Rightarrow 2x-(-3) = -1 \\ &\Rightarrow 2x+3 = -1 \\ &\Rightarrow 2x = -4 \\ &\Rightarrow x = -2 \end{aligned}$$

bulunur. O halde, verilen denklem sisteminin çözümü bu yolla da $(x, y) = (-2, -3)$ olarak bulunmuş olur.