

KONU 10: ÇOK ÖLÇÜTLÜ KARAR VERME YÖNTEMLERİ - II

TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity) Yöntemi

Hwang ve Yoon tarafından 1980 yılında geliştirilmiş ve bir çok alanda uygulama imkanı bulmuş bir ÇÖKV yöntemidir. Alternatiflerin (karar seçeneklerinin) değerlendirilmesi pozitif ideal çözüm ve negatif ideal çözüm olmak üzere iki temel noktaya dayanır. TOPSIS yönteminde, pozitif ideal çözüme en kısa mesafedeki ve negatif ideal çözüme en uzak mesafedeki karar seçeneğinin belirlenmesi hedeflenir. Pozitif ideal çözüm, maliyet ölçütünü minimum yapan ve fayda ölçütünü maksimum yapan çözümdür. Negatif ideal çözüm ise, maliyet ölçütünü maksimum yapan ve fayda ölçütünü minimum yapan çözüm olarak değerlendirilir. TOPSIS yöntemi, pozitif ve negatif ideal çözümlere uzaklıkları ortaya koyarak, ideal ve ideal olmayan çözümleri de ortaya çıkarır. Yöntemin uygulanabilmesi için en az iki karar seçeneğinin olması gerekir. Karışık algoritmalar ve matematiksel modeller içermeyen bir analiz sürecine sahip TOPSIS yöntemi, kullanım kolaylığı ve sonuçların kolay anlaşılıp, yorumlanması gibi nedenlerden dolayı bir çok alanda uygulama imkanı bulmaktadır. Personel seçimi, tedarikçi değerlendirmesi ve seçimi, kuruluş yeri seçimi, maden yatakları araştırmalarında maden potansiyellerinin haritalanması, robot seçimi, endüstri gibi uygulama alanları bulunmaktadır.

TOPSIS yönteminin algoritmik adımları aşağıda verilmiştir.

Adım 1: Karar matrisi oluşturulur.

Karar matrisi, karar seçenekleri ve değerlendirme ölçütleri belirlendikten sonra karar verici tarafından oluşturulan $n \times m$ boyutlu bir matristir. Burada, n ve m sırasıyla karar seçenekleri ve değerlendirme kriterleri sayısıdır.

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1m} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nm} \end{bmatrix}$$

Yukarıda (1) ifadesi ile tanımlı D karar matrisinin satırları karar seçenekleri ve sütunları ölçütleri göstermektedir. d_{ij} , i seçeneğinin j ölçütüne göre $i=1,2,\dots,n$, $j=1,2,\dots,m$ mevcut performansını göstermektedir.

Adım 2: Standart karar matrisi (normalize matris) oluşturulur.

Karar matrisinin her bir ölçütüne ait değerlerin kareleri toplamının (sütun değerlerinin kareleri toplamının) karekökü alınarak, sütunun ilgili elemanının bu çıkan değere bölünmesi ile standart karar matrisi elde edilir. Karar matrisinin herhangi bir elemanının değeri 0 ise standart karar matrisinde ilgili elemanının değeri de 0 olur. Normalize edilmiş karar matrisi aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nm} \end{bmatrix} \quad (2)$$

R standart karar matrisinin elemanları

$$r_{ij} = \begin{cases} \frac{d_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^n d_{kj}}}, & i=1,2,\dots,n, \quad j=1,2,\dots,m \\ 0, & d.y. \end{cases} \quad (3)$$

biçiminde hesaplanır.

Adım 3: Ağırlıklı standart karar matrisi oluşturulur.

Öncelikli olarak değerlendirme ölçütlerine ilişkin ağırlık değerleri ($w_i, i=1,2,\dots,m$) belirlenir.

Burada, $\sum_{i=1}^m w_i = 1$ dir. Bu ağırlıklandırma yaklaşımı TOPSIS yönteminin karar verme

aşamasında subjektif yönünü ortaya koyar. Çünkü, ağırlıklandırma işlemi kriterlerin önem derecesine göre yapılmaktadır. R matrisinin elemanları ilgili ağırlık değerleri ile çarpılarak, ağırlıklı standart karar matrisi, V , oluşturulur.

$$V = \begin{bmatrix} w_1 r_{11} & w_2 r_{12} & \dots & w_m r_{1m} \\ w_1 r_{21} & w_2 r_{22} & \dots & w_m r_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ w_1 r_{n1} & w_2 r_{n2} & \dots & w_m r_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1m} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ v_{n1} & v_{n2} & \dots & v_{nm} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Adım 4: Pozitif ideal ve negatif ideal çözüm değerleri elde edilir.

V matrisi kullanılarak, ilgilenilen değerlendirme ölçütünün amacına göre her bir ölçüt için pozitif ideal ve negatif ideal çözüm kümeleri elde edilir. Değerlendirme ölçütleri fayda cinsinden ise, pozitif ideal çözüm V matrisinin sütunlarının en büyük değerleri olup negatif ideal çözüm V matrisinin sütunlarının en küçük değerleridir. Değerlendirme ölçütleri maliyet cinsinden ise, pozitif ideal çözüm V matrisinin sütunlarının en küçük değerleri olup negatif ideal çözüm V matrisinin sütunlarının en büyük değerleridir.

Burada, pozitif ideal çözüm kümesi $V^* = \{v_1^*, v_2^*, \dots, v_m^*\}$ ve negatif ideal çözüm kümesi $V^- = \{v_1^-, v_2^-, \dots, v_m^-\}$ biçiminde tanımlıdır.

Adım 5: Pozitif ideal ve negatif ideal çözüm değerlerine olan uzaklık değerleri elde edilir.

Her bir karar seçeneğine ilişkin değerlendirme ölçütlerinin pozitif ideal ve negatif ideal çözüm değerlerinden sapmalarının bulunabilmesi için Öklid yaklaşımından yararlanılır. Uzaklık değerleri

$$S_i^* = \sqrt{\sum_{j=1}^m (v_{ij} - v_j^*)^2}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

$$S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^m (v_{ij} - v_j^-)^2}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

biçiminde elde edilir. Buna göre, karar seçeneği sayısı kadar uzaklık değerleri hesaplanır.

Adım 6: İdeal çözüme göreli yakınlık katsayıları hesaplanır.

Her bir karar seçeneğinin ideal çözüme göreli yakınlık katsayılarının hesaplanmasında pozitif ideal ve negatif ideal çözüm değerlerinden uzaklıklar kullanılır.

$$C_i^* = \frac{S_i^-}{S_i^* + S_i^-}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

eşitliği ile her bir karar seçeneği için göreli yakınlık değerleri hesaplanır. Burada, $0 \leq C_i^* \leq 1$, $i = 1, 2, \dots, n$ dir. Eşitlik (7), negatif ideal çözüme uzaklığın toplam uzaklık içindeki payıdır. Buna göre, 1'e yakın C_i^* , $i = 1, 2, \dots, n$ karar seçenekleri öncelikli olarak tercih edilir.

Örnek:

Bir karar verme probleminde 3 karar seçeneği (I, II ve III) ve 4 değerlendirme ölçütü bulunmaktadır. Karar verici karar matrisini aşağıdaki gibi oluşturmuştur.

$$D = \begin{bmatrix} 25 & 20 & 15 & 30 \\ 10 & 30 & 20 & 30 \\ 30 & 10 & 30 & 10 \end{bmatrix}$$

Değerlendirme ölçütlerine ilişkin ağırlıklar, $w_1=0.20, w_2=0.15, w_3=0.40, w_4=0.25$ biçiminde tanımlanmıştır. Burada, karar verici için maksimum getiriye sağlamak temel hedeftir. Buna göre, TOPSIS yöntemini kullanarak, karar seçeneklerinin önem sırasını oluşturarak karar vericinin hangi seçeneği tercih etmesi gerektiğini belirleyiniz.

Çözüm:

$$D = \begin{bmatrix} 25 & 20 & 15 & 30 \\ 10 & 30 & 20 & 30 \\ 30 & 10 & 30 & 10 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.6202 & 0.5345 & 0.3841 & 0.6883 \\ 0.2481 & 0.8018 & 0.5122 & 0.6883 \\ 0.7442 & 0.2673 & 0.7682 & 0.2294 \end{bmatrix}, \quad r_{11} = \frac{25}{\sqrt{25^2 + 10^2 + 30^2}} = 0.6202$$

$$V = \begin{bmatrix} 0.1241 & 0.0802 & 0.1537 & 0.1721 \\ 0.0496 & 0.1203 & 0.2049 & 0.1721 \\ 0.1489 & 0.04013 & 0.3073 & 0.0574 \end{bmatrix}, \quad v_{11} = 0.6202 \times 0.20 = 0.1241$$

$$V^* = \{0.1489, 0.1203, 0.3037, 0.1721\}$$

$$V^- = \{0.0496, 0.0401, 0.1537, 0.0574\}$$

$$S_I^* = \sqrt{(0.1241 - 0.1489)^2 + (0.0802 - 0.1203)^2 + (0.1537 - 0.3073)^2 + (0.1721 - 0.1721)^2} = 0.1606$$

$$S_{II}^* = \sqrt{(0.0496 - 0.1489)^2 + (0.1203 - 0.1203)^2 + (0.2049 - 0.3073)^2 + (0.1721 - 0.1721)^2} = 0.1428$$

$$S_{III}^* = \sqrt{(0.1489 - 0.1489)^2 + (0.0401 - 0.1203)^2 + (0.3073 - 0.3073)^2 + (0.0574 - 0.1721)^2} = 0.14$$

$$S_I^- = \sqrt{(0.1241 - 0.0496)^2 + (0.0802 - 0.0401)^2 + (0.1537 - 0.1537)^2 + (0.1721 - 0.0574)^2} = 0.1428$$

$$S_{II}^- = \sqrt{(0.0496 - 0.0496)^2 + (0.1203 - 0.0401)^2 + (0.2049 - 0.1537)^2 + (0.1721 - 0.0574)^2} = 0.149$$

$$S_{III}^- = \sqrt{(0.1489 - 0.0496)^2 + (0.0401 - 0.0401)^2 + (0.3073 - 0.1537)^2 + (0.0574 - 0.0574)^2} = 0.183$$

$$C_I^* = \frac{0.1428}{0.1606 + 0.1428} = 0.4707$$

$$C_{II}^* = \frac{0.149}{0.1428 + 0.149} = 0.5106$$

$$C_{III}^* = \frac{0.183}{0.14 + 0.183} = 0.5666$$

İdeal çözüme görelî yakınlık katsayılarına göre,

$$III \gg II \gg I$$

sıralaması dikkate alınarak karar seçenekleri değerlendirilir.