Sabitlerin Değişimi Yöntemi

Ankara Üniversitesi

$$a_0(n)x(n+2) + a_1(n)x(n+1) + a_2(n)x(n) = g(n)$$

denklemini ele alalım. Burada, $a_0(n)$ ve $a_2(n)$, $\forall n \geq n_0$ için sıfırdan farklı olsun; ayrıca $a_0(n)$, $a_1(n)$, $a_2(n)$ ve $g(n)$, $\forall n \geq n_0$ için tanımlı olsun.

$$a_0(n)x(n+2) + a_1(n)x(n+1) + a_2(n)x(n) = 0$$

$$x_h(n) = c_1 x_1(n) + c_2 x_2(n)$$

$$x_p(n) = c_1(n)x_1(n) + c_2(n)x_2(n)$$

olmak üzere $c_1(n), \; c_2(n)$ aşağıdaki şekilde hesaplanırlar:

$$
\begin{aligned}
x_1(n+1)\Delta c_1(n) + x_2(n+1)\Delta c_2(n) &= 0 \\
x_1(n+2)\Delta c_1(n) + x_2(n+2)\Delta c_2(n) &= \frac{g(n)}{a_0(n)}
\end{aligned}
$$

olup,

$$
\begin{aligned}
\Delta c_1(n) &= \frac{\begin{vmatrix} 0 & x_2(n+1) \\ \frac{g(n)}{a_0(n)} & x_2(n+2) \end{vmatrix}}{W(n+1)} = F_1(n) \\
\Delta c_2(n) &= \frac{\begin{vmatrix} x_1(n+1) & 0 \\ x_1(n+2) & \frac{g(n)}{a_0(n)} \end{vmatrix}}{W(n+1)} = F_2(n)
\end{aligned}
$$

dir.

Böylece,

$$c_1(n) = \sum_{i=n_0}^{n-1} F_1(n) \text{ ve } c_2(n) = \sum_{i=n_0}^{n-1} F_2(i)$$

bulunur.

Örnek

$x(n+2) - 7x(n+1) + 6x(n) = n$ fark denklemine karşılık gelen homogen denklem

$$x(n+2) - 7x(n+1) + 6x(n) = 0$$

olup, homogen denklemin çözümü

$$x_h(n) = c_1 + c_2 6^n$$

dir.

$$x_p(n) = c_1(n) + c_2(n)6^n$$

olmak üzere

Örnek

$\begin{cases} \Delta c_1(n) + 6^{n+1}\Delta c_2(n) = 0 \\ \Delta c_1(n) + 6^{n+2}\Delta c_2(n) = n \end{cases}$ yazılır. Buradan,

$$c_1(n) = \frac{-n(n-1)}{10} \text{ ve } c_2(n) = \frac{-6^{-n}}{25}(n + \frac{1}{5})$$

bulunur. Böylece denklemin bir özel çözümü

$$x_p(n) = \frac{-n^2}{10} + \frac{3n}{50} - \frac{1}{125}$$

dir.