

DSGE
Modellerine
Giriş

DSGE Model
I: Standart
Neo-Klasik
Büyüme
Modeli

28 Ağustos 2019

Dinamik Stokastik Genel Denge (DSGE) Modelleri

DSGE
Modellerine
Giriş

DSGE Model
I: Standart
Neo-Klasik
Büyüme
Modeli

1 DSGE Modellerine Giriş

2 DSGE Model I: Standart Neo-Klasik Büyüme Modeli

DSGE Modellerine Giriş

DSGE
Modellerine
Giriş

DSGE Model
I: Standart
Neo-Klasik
Büyüme
Modeli

- Dinamik Genel Denge Modelleri (**D**ynamic **G**eneral **E**quilibrium Models (**DGE**))
- Dinamik Stokastik Genel Denge Modelleri (**D**ynamic **S**tochastic **G**eneral **E**quilibrium Models (**DSGE**))

DSGE Modellerine Giriş

DSGE
Modellerine
Giriş

DSGE Model
I: Standart
Neo-Klasik
Büyüme
Modeli

Dinamik Stokastik Genel Denge Modelleri (**D**ynamic **S**tochastic **G**eneral **E**quilibrium Models (**DSGE**))

- **Dinamik (Dynamic):** Zaman boyutu içeren modellerdir. Statik yani zaman boyutu içermeyen modellerin yerine tercih edilir.
- **Genel Denge (General Equilibrium):** Ekonomideki tüm ajanların ve piyasaların birlikte ele alındığı ve dolayısıyla ekonomik ajanların kararlarının birbirleriyle ve piyasalarla ilişkili olduğu kabul edilen modellerdir. Kısmi denge (partial equilibrium) modellerinin yerine tercih edilir. Kısmi dengede ekonomik ajanların kararları ayrı ayrı incelenir yani etkileşim halinde değildir.
- **Stokastik (Stochastic):** Ekonomide belirsizlik unsurunun bulunduğu modellerdir. Deterministik yani belirsizliğin olmadığı modellere rassal bir sürecin/süreçlerin eklenmesiyle elde edilir.

DSGE Modellerine Giriş

DSGE
Modellerine
Giriş

DSGE Model
I: Standart
Neo-Klasik
Büyüme
Modeli

- Lucas Kritiği: Birçok ekonomik analiz ve tahmin yöntemi ekonomiye bir şok geldiğinde ya da yeni bir ekonomi politikası uygulamaya sokulduğunda bu politikanın etkilerini geçerli ekonomik yapının devam edeceği varsayımına dayanarak ölçmeye çalışır. Oysa bu yeni ekonomi politikası, ekonomik ajanların kararlarını etkileyebilir ve mevcut yapıda değişikliğe yol açabilir. Bu durumda eski yapıya dayalı analizlerin/tahminlerin geçerli olmamasına Lucas eleştirisi adı verilir.
- Şok ya da yeni politikanın sonuçlarını doğru tahmin edebilmek için bu politikanın karar alıcıları ne yönde etkileyeceğini göz önüne almak gerekir. DGE ya da DSGE modelleri Lucas Kritiğini gidermiştir.
- DGE ya da DSGE modelleri ile ekonomiye bir şok geldiğinde ya da politika değişikliği yaşandığında makroekonomik değişkenlerin denge değerlerinden ne kadar saptıklarını yani şokun ya da politika değişikliklerinin etkilerini analiz edeceğiz.

Dinamik Stokastik Genel Denge (DSGE) Modelleri

DSGE
Modellerine
Giriş

DSGE Model
I: Standart
Neo-Klasik
Büyüme
Modeli

1 DSGE Modellerine Giriş

2 DSGE Model I: Standart Neo-Klasik Büyüme Modeli

DSGE Model I: Standart Neo-Klasik Büyüme Modeli (DGE)

Ekonomik Ortam (Modelin Varsayımları):

- Sonsuz ve kesikli zaman: $t = 0, 1, 2, \dots$ (**Dinamik**).
- Tam rekabet piyasası.
- Temsili 1 hanehalkı ve 1 firma. Piyasa temizlenme koşulu (mal piyasası denge koşulu, Arz=Talep eşitliği). (**Genel Denge**).
- Dolayısıyla genel denge tüketici fayda maksimizasyonu, firma kâr maksimizasyonu ve piyasa temizleme koşullarının eş anlı olarak beraber çözülmesi ile elde edilir. Yani ekonomik ajanlar ve piyasalar birbirleriyle etkileşim halindedir.

Hanehalkı Problemi: Fayda Maksimizasyonu

Hanehalkı (HH) Fayda fonksiyonu (Bugüne İndirgenmiş Ömür Boyu Toplam Faydayı Yansıtır):

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \log c_t$$

- c_t ifadesi t anındaki tüketim miktarını göstermektedir.
- Bu fayda fonksiyonu kesin artan ($U'(c_t) > 0 \quad \forall t$) ve kesin konkav ($U''(c_t) < 0 \quad \forall t$) özelliklerini taşır.
- Bir başka deyişle, tüketimin artmasıyla fayda azalan bir oranda artmaktadır.
- (Subjektif) İndirgeme faktörü: $0 < \beta < 1$.
- Not: Literatürü takiben "log" fonksiyonuna matematiksel bir işlem sırasında (örneğin türev alırken) "ln" fonksiyonu olarak ele alacağız.

Hanehalkı Problemi: Fayda Maksimizasyonu

Fayda maksimizasyon probleminin kısıtları:

i) Bütçe kısıtı

$$\sum_{t=0}^{\infty} \hat{p}_t (c_t + x_t) = \sum_{t=0}^{\infty} \hat{p}_t \hat{r}_t k_t \quad (\text{Bütçe kısıtı})$$

ii) Sermaye birikim denklemi (law of motion) (HH tarafından yapılmaktadır):

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + x_t \quad \forall t \quad (0 < \delta < 1 \text{ aşınma oranı})$$

iii) $k_0 > 0$ veri.

- c_t tüketim mali ve x_t yatırım mali.
- Bu iki mali tam ikame olarak varsayalım. Bu varsayım dengede her iki malın fiyatının eşit olmasını sağlar: \hat{p}_t .
- LHS: Ömür boyu bugüne indirilmiş toplam harcama: tüketim + tasarruf (yatırım mali cinsinden)
- Sermayeyi kiralamanın reel fiyatı \hat{r}_t ve t dönemindeki sermaye miktarı k_t ile gösterilmektedir.
- RHS: Ömür boyu bugüne indirgenmiş toplam gelir: Hanehalkının elindeki sermayeyi firmaya kiralaması ile elde ettiği gelir.

Firma problemi: Kâr maksimizasyonu

$$\max_{c_t, x_t, k_t} \hat{p}_t(c_t + x_t) - \hat{p}_t \hat{r}_t k_t$$

s.t.

$$c_t + x_t = Ak_t^\alpha \quad \forall t$$

- Temsili firma her dönem tüketim c_t ve yatırım malı x_t üretmekte ve bu malları \hat{p}_t fiyatı üzerinden HH'ye satmaktadır.
- Üretim fonksiyonu: Ak_t^α . Firma tek girdi olarak k_t yani sermaye kullanmakta ve bu girdiyi her dönem HH'den kiralamaktadır. $A > 0$ teknoloji ya da verimlilik parametresi olarak adlandırılmaktadır. Ayrıca $0 < \alpha < 1$.
- Üretim fonksiyonu fonksiyonu k 'da kesin artan $F_k > 0$ ve kesin konkavdır: $F_{kk} < 0$. k arttıkça üretim azalan oranda artar.
- Kısıt: Toplam üretim miktarı, ilgili dönemdeki teknoloji ile yani üretim fonksiyonu ile kısıtlıdır.

Piyasa temizleme koşulu

DSGE
Modellerine
Giriş

DSGE Model
I: Standart
Neo-Klasik
Büyüme
Modeli

Piyasa temizleme koşulu: Arz=Talep.

$$\hat{c}_t + \hat{x}_t = A\hat{k}_t^\alpha \quad \forall t$$

- LHS: HH tarafından yapılan toplam talep.
- RHS: Firma tarafından yapılan toplam arz.

Neo-Klasik Büyüme Modeli

Fiyatlar veri iken HH fayda maksimizasyonu:

■

$$\max_{c_t, x_t, k_{t+1}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \log(c_t)$$

■ s.t.

$$\sum_{t=0}^{\infty} \hat{p}_t (c_t + x_t) = \sum_{t=0}^{\infty} \hat{p}_t \hat{r}_t k_t \quad (\text{Bütçe kısıtı})$$

■

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + x_t \quad \forall t \quad (\text{law of motion})$$

$$k_0 > 0 \text{ veri}$$

Neo-Klasik Büyüme Modeli

DSGE
Modellerine
Giriş

DSGE Model
I: Standart
Neo-Klasik
Büyüme
Modeli

Firma problemi (fiyatlar veri iken kâr maksimizasyonu):



$$\max_{c_t, x_t, k_t} \hat{p}_t(c_t + x_t) - \hat{p}_t \hat{r}_t k_t$$

■ s.t.

$$c_t + x_t = Ak_t^\alpha \quad \forall t$$

Neo-Klasik Büyüme Modeli

DSGE
Modellerine
Giriş

DSGE Model
I: Standart
Neo-Klasik
Büyüme
Modeli

Piyasa temizleme koşulu (Talep=Arz):



$$\hat{c}_t + \hat{x}_t = Ak_t^\alpha \quad \forall t$$

Neo-Klasik Büyüme Modeli

Neo-Klasik Büyüme Modeli şu şekilde basitleştirilmiş formda yazılabilir:

- HH problemi (fiyatlar veri iken fayda maksimizasyonu):

$$\max_{c_t, k_{t+1}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \log(c_t)$$

- s.t.

$$\sum_{t=0}^{\infty} \hat{p}_t (c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t) = \sum_{t=0}^{\infty} \hat{p}_t \hat{r}_t k_t$$

-

$$k_0 > 0 \text{ veri}$$

Neo-Klasik Büyüme Modeli

DSGE
Modellerine
Giriş

DSGE Model
I: Standart
Neo-Klasik
Büyüme
Modeli

Firma problemi (fiyatlar veri iken kâr maksimizasyonu):



$$\max_{k_t} \hat{p}_t A k_t^\alpha - \hat{p}_t \hat{r}_t k_t$$

Neo-Klasik Büyüme Modeli

DSGE
Modellerine
Giriş

DSGE Model
I: Standart
Neo-Klasik
Büyüme
Modeli

Piyasa temizleme koşulu (Talep=Arz):



$$\hat{c}_t + \hat{k}_{t+1} - (1 - \delta)\hat{k}_t = Ak_t^\alpha \quad \forall t$$

Neo-Klasik Büyüme Modeli

HH problemi için Lagrange fonksiyonunu yazarsak:

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \log(c_t) + \lambda \left(\sum_{t=0}^{\infty} (\hat{p}_t \hat{r}_t k_t) - \hat{p}_t (c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t) \right)$$

■ *F.O.C.* c_t ve k_{t+1} için:

$$\text{■ } c_t : \beta^t \frac{1}{c_t} - \hat{\lambda} \hat{p}_t = 0 \Rightarrow \beta^t \frac{1}{c_t} = \hat{\lambda} \hat{p}_t \Rightarrow \frac{\beta c_t}{c_{t+1}} = \frac{\hat{p}_{t+1}}{\hat{p}_t}$$

■

$$k_{t+1} : \hat{\lambda} \hat{p}_{t+1} \hat{r}_{t+1} - \hat{\lambda} \hat{p}_t + \hat{\lambda} \hat{p}_{t+1} (1 - \delta) = 0 \Rightarrow \hat{\lambda} \hat{p}_t = \hat{\lambda} \hat{p}_{t+1} (1 - \delta + \hat{r}_{t+1})$$

■ Yukarıdaki iki sonucu birleştirirsek:

$$\frac{\beta c_t}{c_{t+1}} = \frac{\hat{p}_{t+1}}{\hat{p}_t} = \frac{1}{1 - \delta + \hat{r}_{t+1}} \Rightarrow (1 - \delta + \hat{r}_{t+1})\beta = \frac{c_{t+1}}{c_t}$$

■ Böylece dönemler arası optimal (tüketim) ilişkisini veren *Euler denklemini* elde etmiş olduk.

Neo-Klasik Büyüme Modeli

DSGE
Modellerine
Giriş

DSGE Model
I: Standart
Neo-Klasik
Büyüme
Modeli

Firma için kısıtsız optimizasyon problemini çözersek:



$$\max_{k_t} \hat{p}_t A k_t^\alpha - \hat{p}_t \hat{r}_t k_t$$

■ F.O.C. k_t için:

$$k_t : \alpha A k_t^{\alpha-1} = \hat{r}_t \quad \forall t$$

Neo-Klasik Büyüme Modeli

Deterministik Neo-Klasik Büyüme Modelini karakterize eden denklemler:

- Euler ve firma probleminden gelen çözümü birleştirelim:

$$\hat{c}_t = \frac{\hat{c}_{t+1}}{\beta(A_t \alpha \hat{k}_{t+1}^{\alpha-1} + 1 - \delta)} \quad \forall t$$

- Piyasa Temizleme Koşulu (Mal piyasası denge koşulu):

$$\hat{c}_t = A_t \hat{k}_t^\alpha - \hat{k}_{t+1} + (1 - \delta) \hat{k}_t \quad \forall t$$

- Yukarıdaki 2 denklemi MATLAB/DYNARE ile çözeceğiz. A_t değişkenine şoklar vereceğimiz için A_t notasyonu ile gösterdik.

Neo-Klasik Büyüme Modeli

DSGE
Modellerine
Giriş

DSGE Model
I: Standart
Neo-Klasik
Büyüme
Modeli

- Durağan durum ekonomideki tüm değişkenlerin sabit kaldığı uzun dönem dengesini ifade eder.
- Biz analizlerimizde bir durağan durum dengesindeyken ekonomiye bir şok geldiğinde ya da politika değişikliği yaşandığında makroekonomik değişkenlerin denge değerlerinden ne kadar saptıklarını yani şokun ya da politika değişikliklerin etkilerini analiz edeceğiz.

Neo-Klasik Büyüme Modeli

Stokastik Neo-Klasik Büyüme Modelini karakterize eden denklemler:



$$\hat{c}_t = \frac{\hat{c}_{t+1}}{\beta(A_t \alpha \hat{k}_{t+1}^{\alpha-1} + 1 - \delta)} \quad \forall t$$



$$\hat{c}_t = A_t \hat{k}_t^\alpha - \hat{k}_{t+1} + (1 - \delta) \hat{k}_t \quad \forall t$$

- Modele stokastik bir süreç ilave ediyoruz ($AR(1)$):

$$\ln(A_t) = \rho \ln(A_{t-1}) + \epsilon_t \quad \forall t$$

- Burada $\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$.
- Yukarıdaki 3 denklemi MATLAB/DYNARE ile çözeceğiz.