# 3 VARLIK VE TEKLİK TEOREMLERİ

Bu bölümde kesirli basamaktan diferensiyel denklemlerin başlangıç değer problemlerinin çözümlerinin varlık ve tekliği ele alınacak.

## 3.1 Lineer Kesirli Diferensiyel Denklemler

Bu kısımda lineer kesirli diferensiyel denklemlerin ardışık türevleri için başlangıç değer problemlerinin çözümlerinin varlık ve tekliğini incelenecek. Aşağıdaki başlangıç değer problemini ele alalım:

$$ {}_0D_t^{\sigma_n} y(t) + \sum_{j=0}^{n} p_j(t)_0 D_t^{\sigma_{n-j}} y(t) + p_n(t) y(t) = f(t), \quad (0 < t < T < \infty) $$

$$ \left[{}_0D_t^{\sigma_{k-1}} y(t)\right]_{t=0} = b_k, ...(k = 1, 2, ..., n). $$

Burada

$$ D_t^{\sigma_k} \equiv_a D_t^{\alpha_k} ._a D_t^{\alpha_{k-1}} ...._a D_t^{\alpha_1} $$

$$ {}_a D_t^{\sigma_k - 1} \equiv_a D_t^{\alpha_k - 1} ._a D_t^{\alpha_{k-1}} ...._a D_t^{\alpha_1} $$

$$ \sigma_k = \sum_{j=0}^{n} \alpha_j \ , \quad (k = 1, 2, ...., n), \quad 0 < \alpha_j \leq 1 \qquad (j = 1, 2, ..., n) $$

ve $f(t) \in L_1(0, T)$ dir, yani

$$ \int_0^T |f(t)| \, dt < \infty $$

dir.

Teorem 3.1: $f(t) \in L_1(0, T)$ ise

$$ {}_0D_t^{\sigma_n} y(t) = f(t) $$

denklemi ,(3.2) başlangıç koşulunu sağlayan $y(t) \in L_1(0, T)$ tek çözümüne sahiptir.

Teorem 3.2: Eğer $f(t) \in L_1(0, T)$ ve $p_j(t)$ $(j = 1, 2, ..., n)$ ler $[0, T]$ aralığında sürekli fonksiyonlar ise, (3.1)ve (3.2) başlangıç değer problemi bir tek $y(t) \in L_1(0, T)$ çözüme sahiptir.