Yüksek Basamaktan Lineer Fark Denklemlerinin Teorisi

Ankara Üniversitesi

$a_1(n), a_2(n), \ldots, a_k(n)$ katsayıları ile $g(n)$, $n \geq n_0$ için tanımlı reel değerli fonksiyonlar olsun. $a_k(n) \neq 0$ olmak üzere

$$x(n+k) + a_1(n)x(n+k-1) + \ldots + a_k(n)x(n) = g(n) \qquad (1)$$

lineer k yıncı basamaktan fark denklemini ele alalım.

(1) denklemine ait olan homogen denklem

$$x(n+k) + a_1(n)x(n+k-1) + \ldots + a_k(n)x(n) = 0 \tag{2}$$

şeklindedir.

Teorem

Her $n \geq n_0$ *için* $a_k(n) \neq 0$ *ise, bu durumda (2) lineer homogen fark denklemi* $[n_0, \infty)$ *üzerinde bir temel cümleye sahiptir.*

Teorem

(2) homogen denkleminin k tane lineer bağımsız çözümü $x_1(n), x_2(n), ..., x_k(n)$ olsun. Bu durumda (2) nin genel çözümü

$$x(n) = c_1 x_1(n) + c_2 x_2(n) + ... + c_k x_k(n)$$

dir. Burada $i = 1, 2, ..., k$ olmak üzere c_i keyfi reel sabitlerdir..

Teorem

(2) homogen denkleminin genel çözümü $x_h(n)$ ve homogen olmayan (1) denkleminin nir özel çözümü $x_p(n)$ olmak üzere, (1) denkleminin genel çözümü

$$x(n) = x_h(n) + x_p(n)$$

dir.