BÖLÜM 2
BİLEŞİK FAIZ

Bileşik Faiz

Faiz ödenen her dönemden sonra tahakkuk eden (elde edilen) faizin anaparaya eklenmesiyle hesaplanan faiz türüne **Bileşik Faiz** denir. Bileşik faiz işlemlerinde faiz işleyen periyot: yıl, yarıyıl (6 ayda bir), çeyrek yıl (3 ayda bir), ay, hafta, gün veya sürekli olabilir.

P: Anapara, S'nin şimdiki değeri, S'nin iskontolu değeri,

S: Toplam değer, birikmiş değer, P'nin bileşik değeri,

t: Yıl cinsinden zaman,

m: Bir yılda faiz ödenen dönem sayısı,

n: Toplam faiz ödenen dönem sayısı, $n = m.t$ ile hesaplanır,

j_m: Yılda m kez işleyecek olan yıllık faiz oranı,

i: Dönem başına işleyen faiz oranı, $i = \frac{j_m}{m}$ ile hesaplanır.

Bileşik Faiz

Örnek 1.12. $j_{12} = \%24 \Rightarrow i = ?$

$m = 12$ *dönem (ay) var, aylık (dönemlik) faiz oranı:* $i = \frac{j_{12}}{12} = \frac{0,24}{12} = 0,02 = \%2$

Bir P anaparası, 1.dönemin başında dönem başına i faiz oranı ile yatırıldığında n.dönemin sonunda S birikmiş değeri aşağıdaki gibi hesaplanır:

1. dönem sonunda faiz: $I = P.i$ ve birikmiş değer: $S = P + P.i = P(1+i)$,

2. dönem sonunda faiz: $I = P(1+i).i$ ve birikmiş değer: $S = P(1+i) + P(1+i).i = P(1+i)(1+i) = P(1+i)^2$,

3. dönem sonunda faiz: $I = P(1+i)^2.i$ ve birikmiş değer: $S = P(1+i)^2 + P(1+i)^2.i = P(1+i)^2(1+i) = P(1+i)^3$,

.

n. dönem sonunda tümevarım ile birikmiş değer: $\boxed{S = P(1+i)^n}$ ya da daha açık bir

Bileşik Faiz

$$\boxed{S = P\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{m.t}}$$

Böylece S birikmiş değerinin şimdiki değeri $P = S(1+i)^{-n}$ ya da daha açık bir ifade ile

$$\boxed{P = S\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{-m.t}}$$

fomülü ile bulunur.

$m \to \infty$ halinde faiz ödenen dönem kesikli olmaktan çıkıp sürekli hale geldiğinden bu durumda kullanılan bileşik faiz oranı sürekli bileşik faiz oranı olarak adlandırılır ve j_∞ ile ifade edilir. Sürekli bileşik faizde S birikmiş değeri $\lim_{m\to\infty}\left(1 + \frac{x}{m}\right)^m = e^x$ bilgisi yardımıyla aşağıdaki biçimde hesaplanır:

$$\boxed{S = P.e^{j_\infty .t}}$$

Bileşik Faiz

Örnek 1.13. *a) 1000 TL'nin %12'den 2 yıllık basit faizini bulunuz.*

b) 1000 TL'nin 6 aylık faiz ödemeli %12'den 2 yıllık faizini bulunuz.

a) $P = 1000,\ r = 0,12,\ t = 2 \Rightarrow I = 1000.0,12.2 = 240$ TL

b) Periyot 6 ay olduğundan 1 yıldaki dönem sayısı $m = 2$ ve $t = 2$ olduğundan toplam dönem sayısı $n = m.t = 2.2 = 4$'tür.

$P = 1000,\ j_2 = 0,12\ ,\ i = \frac{0,12}{2} = 0,06 \Rightarrow S = P(1+i)^n = 1000(1+0,06)^4 = 1262,48$ TL bulunur. Bu durumda faiz de $I = S - P = 1262,48 - 1000 = 262,48$ TL olur.

Örnek 1.14. *Bir kimse emekliliği için tasarruf yapmak üzere Şubat 2010'da bankaya 100000 TL yatırırsa, aylık faiz ödemeli %12 yıllık bileşik faiz oranından Şubat 2030'da kaç parası olur?*

$P = 100000,\ t = 20,\ m = 12,\ n = 20.12 = 240,\ j_m = 0,24,\ i = \frac{0,12}{12} = 0,01$

$\Rightarrow S = P(1+i)^n = 100000\left(1 + \frac{0,12}{12}\right)^{240} = 1089255,37$ TL.

Eşdeğer Oranlar

Verilen bir P anaparası ve j_m oranı için m değeri arttıkça S birikmiş değeri de artar. Farklı m değerlerine sahip iki j_m oranına, aynı zaman sürecinde aynı S değerini veri-yorlarsa **eşdeğer oranlar** denir.

Örnek 1.15. *10000 TL'nin $j_m = 0,12$ oranından $m = 1, 2, 4, 12, 52, 365$ için ayrı ayrı 10 yıl sonra ne kadar olacağını hesaplayınız.*

m	t	n	i	P	$S = P(1+i)^n$
1	10	10	0,12	10000	31058,48
2	10	20	$\frac{0,12}{2}$	10000	32071,36
4	10	40	$\frac{0,12}{4}$	10000	32620,38
12	10	120	$\frac{0,12}{12}$	10000	33003,87
52	10	520	$\frac{0,12}{52}$	10000	33155,30
365	10	3650	$\frac{0,12}{365}$	10000	33194,62