

HİPOTEZ TESTLERİ

2. Bölüm

Prof.Dr. Fazıl GÖKGÖZ

1

HİPOTEZ TESTİ 2

- Şimdiye kadar yaptığımız incelemelerde bir tek popülasyonun parametrelerine ilişkin hipotezleri test ettik.
- Fakat her zaman bizden tek bir popülasyonda inceleme yapmamız istenmeyebilir. Bazı durumlarda iki farklı popülasyonun parametreleri üzerinden hipotezleri test etmemiz gerekebilir. Böyle bir durumda yapılması gerekenleri gösterelim:

Prof.Dr. Fazıl GÖKGÖZ

2

İKİ POPÜLASYONA AİT HİPOTEZ TESTİ

- Burada amaç verilen iki örnek ortalamasının aynı ortalamalı iki popülasyondan gelip gelmediğini araştırmaktır.
- Tek popülasyon için hipotez testi sırasında izlenen adımlar (5adım) aynen takip edilir. Fakat bunu farklı kılan özellik z değerinin hesaplanış şeklidir.

Prof.Dr. Fazıl GÖKGÖZ

3

.....

- Formüldeki gösterimler aynı olmakla birlikte indis olarak yazılan sayı parametrenin ait olduğu popülasyonu gösterir.(1. veya 2. popülasyon) burada z değeri ise şu şekilde hesaplanır:

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

Prof.Dr. Fazıl GÖKGÖZ

4

ÖRNEK

- 2 farklı hastanenin acil servisine gelen hastalara müdahale süresi tablo ile verilmiştir. Buna göre %1 risk ile A hastanesinin acil servisi B hastanesinin acil servisinden daha mı hızlı olarak hastalara müdahale etmektedir?

Hastane	Ortalama süre (Dakika)	Örnek standart Sapması (Dakika)	Örnek sayısı
A	5.5	0.4	50
B	5.3	0.3	100

Prof.Dr. Fazıl GÖKGÖZ

5

Çözüm

$$H_0:\mu_1=\mu_2 \quad \text{VE} \quad H_A:\mu_1>\mu_2$$

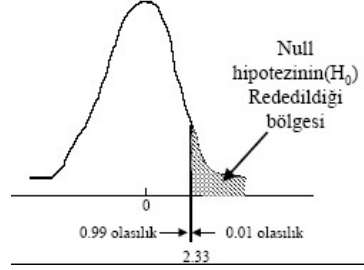
$$z = \frac{5.5 - 5.3}{\sqrt{\frac{0.4^2}{50} + \frac{0.3^2}{100}}} = 3.12$$

$\alpha=0.01$ için $0.5-0.01=0.49$ değerine karşılık gelen $z^*=2.33$ bulunur. O halde z ile z^* karşılaştırılırsa H_0 hipotezi reddedilmelidir. (alternatif hipotez %1 risk altında kabul edilir). Başka ifadeyle, numune hastanesi sigorta hastanesinden daha hızlı acil müdahale yapabilmektedir.

Prof.Dr. Fazıl GÖKGÖZ

6

.....
 $p=P(z>3.12)=0.5-0.499=0.001$ olmak üzere p değeri risk derecesinden küçük olduğu için null hipotezinin doğru olmama ihtimali çok yüksektir.



Prof.Dr. Fazıl GÖKGÖZ

7

z Testi Ve t Testi Karşılaştırması

z testi

- Standart normal dağılıma bağlı olarak yapılır.
- Popülasyon varyansı bilindiği zaman veya $n>30$ olduğu durumlarda hipotez testi z testi ile yapılır.

t testi

- Örneklemdeki veri sayısına göre şekil olarak farklılık gösterir. n büyüdükçe normal dağılıma yaklaşır.
- t testi için serbestlik derecesi $df:n-1$ önemlidir.
- Popülasyonun varyansı bilinmediğinde ya da $n<30$ olduğunda t testi ile hipotez testleri yapılır.

Prof.Dr. Fazıl GÖKGÖZ

8

t DAĞILIMLARI

Varyans tahmini olarak belirlendiği kesin olmadığı durumlarda t testi için ;

μ =test edilen popülasyonun ortalaması

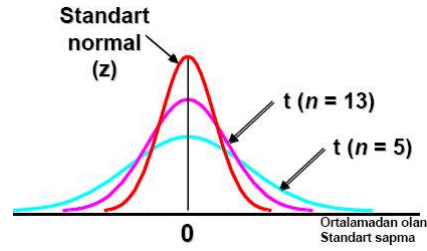
s=örnek standart sapması

n=örnekteki veri sayısı

\bar{X} =örnek ortalaması

olmak üzere

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$



Prof.Dr. Fazıl GÖKGÖZ

9

ÖRNEK

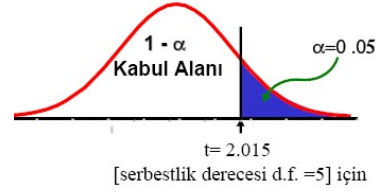
Yüksek lisans dersindeki öğrencilerin araştırma metotları hakkında iyi bir bilgiye sahip olup olmadıklarını ölçmek istiyoruz.6 sınıftan rasgele alınan öğrencileri yaptığımız sınav sonucunda sınıfın en az 70 alması gerekmektedir. Test sonucunda öğrencilerin notları sırasıyla 62,92,75,68,83,95 ise ilgili hipotez testini yapınız (risk derecesini 0.05 alınız).

Prof.Dr. Fazıl GÖKGÖZ

10

Çözüm

- $H_0: \mu \leq 70$ VE $H_A: \mu > 70$
- Tek yönlü hipotez testi söz konusudur ve $\alpha=0.05$ ve $df=n-1=5$ serbestlik derecesi için ilgili kritik değer t tablosundan belirlenir ise $t^*=2.015$ bulunur.
- Diğer yandan formül kullanılarak t değeri hesaplanır ise $s=13.17$ $\bar{X}=79.17$ $\mu=70$ $n=6$ olmak üzere $t=1.71$ bulunur.
- $t^* > t$ olduğu için (t değeri kabul bölgesinde) null hipotezi kabul edilir.



Prof.Dr. Fazıl GÖKGÖZ

11

ÖRNEK

Bir işletmede üretim biriminin iş istasyonlarında rastgele 36 noktadaki ürünlerin ortalama ağırlığı 372.5 gr. ve standart sapma 12 gr. olarak belirlenmiştir. 0.05 önem derecesi ile üretim merkezlerinin her birinde 368 gr.'dan daha az veya daha fazla ağırlığa sahip ürün bulunma durumunu istatistiksel olarak test ediniz.

ÇÖZÜM:

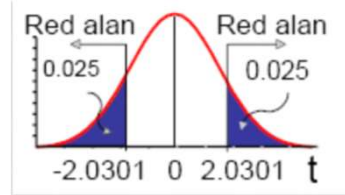
Soruda; $n=36$, $\bar{X}=372.5$, $s=12$, $\alpha=0.05$, $\mu=368$ olarak verilmiştir.

Prof.Dr. Fazıl GÖKGÖZ

12

.....

- $H_0:\mu=368$ ve $H_0:\mu\neq 368$ olmak üzere çift yönlü t testi söz konusudur.
- $df:n-1=35$ serbestlik derecesi ve $\alpha/2=0.025$ anlamlılık düzeyi için t tablosundan kritik değer $t^*=2.0301$ olarak belirlenir.
- Diğer taraftan ilgili hesaplamalar ile formülden aranan $t=2.25$ olarak bulunur.
- t ve t^* değerleri karşılaştırıldığında t değerinin red bölgesi içinde olduğu görülür. Bu sebeple sıfır hipotezi kabul edilemez.
- Sonuç olarak popülasyonun ortalamasının 368 olmadığına dair kanıt mevcuttur denilebilir.



Prof.Dr. Fazıl GÖKGÖZ

13

ÖDEV

Yukarıdaki örneğe dair veriyi kullanarak anılan işletmenin üretim birimindeki iş istasyonlarının her birinde 368 gr'dan daha fazla ağırlığa sahip ürün bulunması durumunu istatistiksel olarak test ediniz.

Prof.Dr. Fazıl GÖKGÖZ

14

Bağımsız İki Popülasyon İçin t Testi Uygulanması

- Birbirinden bağımsız fakat benzer standart sapmalara sahip iki popülasyon incelenebilir.
- Popülasyonlar normal ya da normale yakın dağılım sergilemelidir. Yani $n > 30$ ya da 30'a yakın değerler olmalıdır.

Prof.Dr. Fazıl GÖKGÖZ

15

İki Popülasyonun Karşılaştırılması

Uygun şartları sağlayan iki popülasyonun istatistiksel olarak karşılaştırırken kullanılan değişkenler ile formülasyon şöyle özetlenebilir:

n_i : i. örnekteki veri sayısı ($i=1,2$)

\bar{X}_i : i. örnek ortalaması ($i=1,2$)

s_i^2 : i. örneğin varyansı ($i=1,2$)

df: serbestlik derecesi= n_1+n_2-2

s_p^2 : popülasyon varyansının birleştirilmiş tahmini

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 1}$$

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

Prof.Dr. Fazıl GÖKGÖZ

16