BÖLÜM 2

BASİT REGRESYON MODELİ

KISIM 1
YATAY-KESİT VERİLER İLE REGRESYON ANALİZİ

İÇİNDEKİLER

BÖLÜM 2: BASİT REGRESYON MODELİ

1. BASİT REGRESYON MODELİNİN TANIMI

Basit regresyon modeli iki değişken arasındaki ilişkiyi incelemek için kullanılabilir.

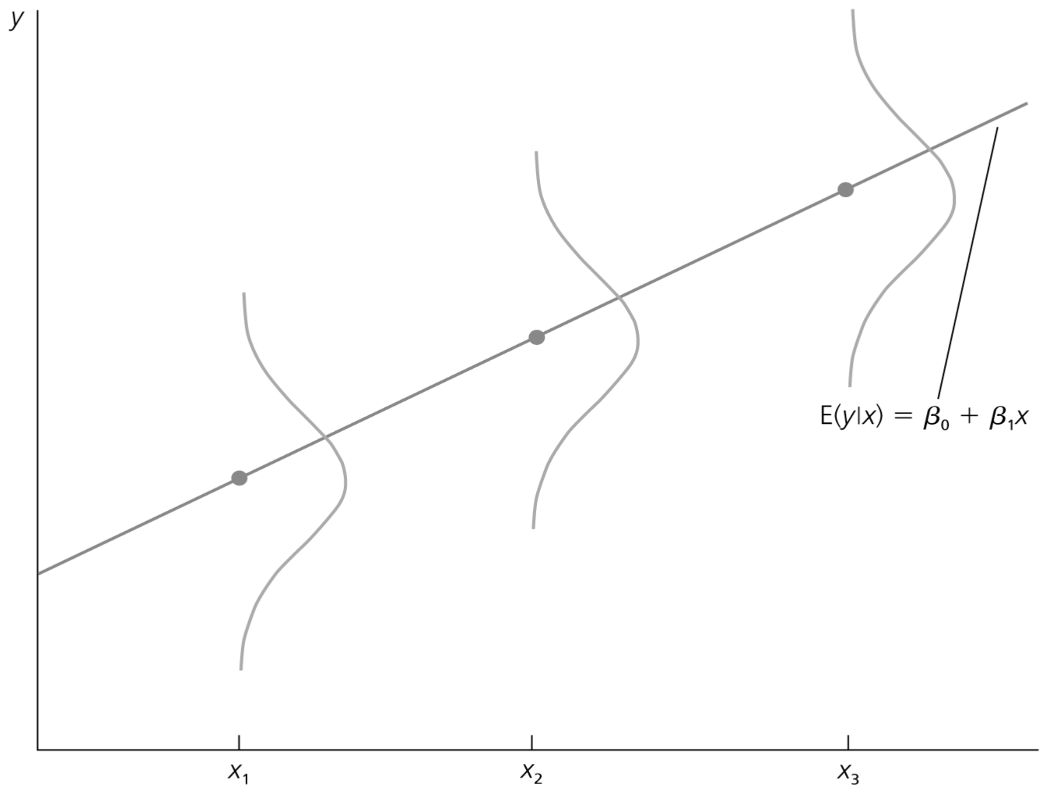
Göreceğimiz nedenlerden, ampirik analiz için basit regresyon modeli genel bir araç olarak sınırlamalara sahiptir. Buna rağmen, bazen bu ampirik bir araç olarak uygundur.

Basit Regresyon Terminolojisi

y	x
Bağımlı değişken	Bağımsız değişken
Açıklanan değişken	Açıklayıcı değişken
Tepki değişkeni	Kontrol değişkeni
Öngörülen değişken	Öngören değişken
Bağlanan	Açıklayıcı

ŞEKİL 2.1

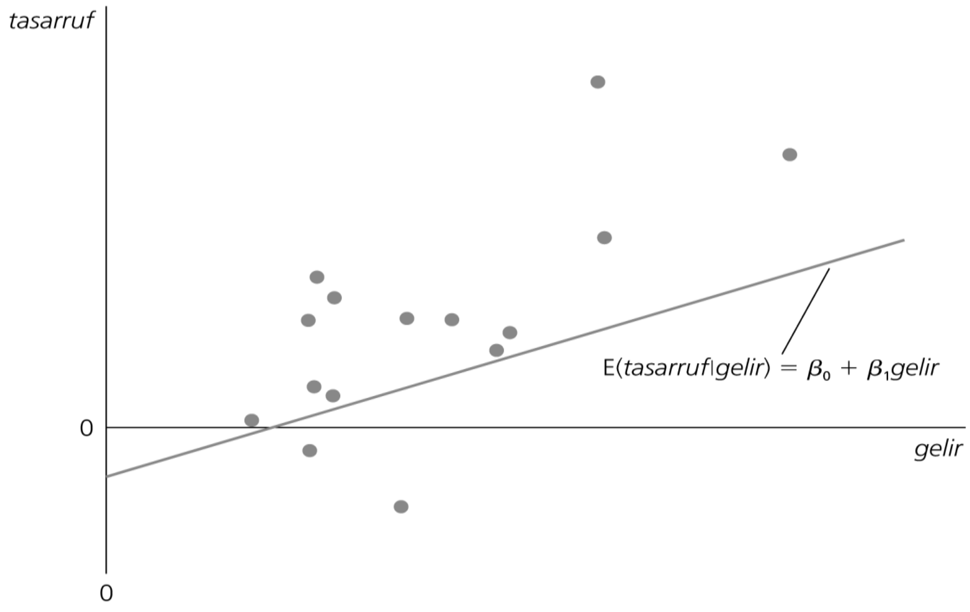
x'in doğrusal fonksiyonu olarak $E(y|x)$



2. SIRADAN EN KÜÇÜK KARELER TAHMİNLERİNİ ELDE ETME

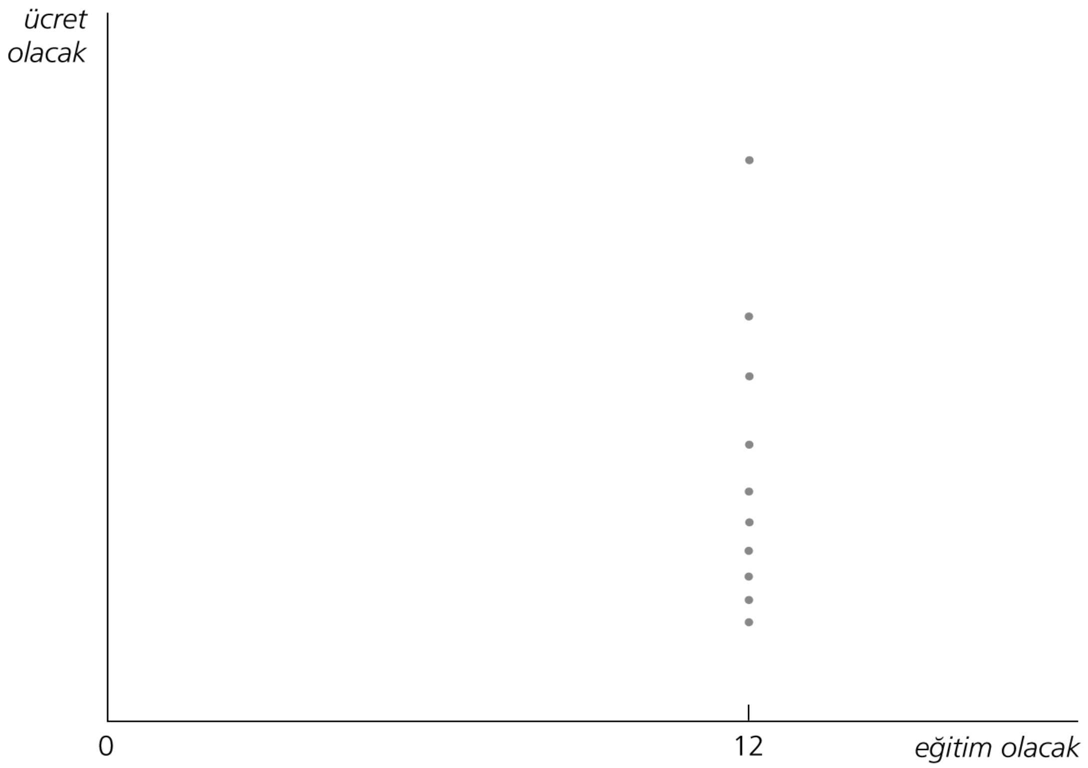
ŞEKİL 2.2

15 ailenin tasarruf ve gelir serpilme diyagramı ve anakütle regresyonu $E(savings|income) = \beta_0 + \beta_1$



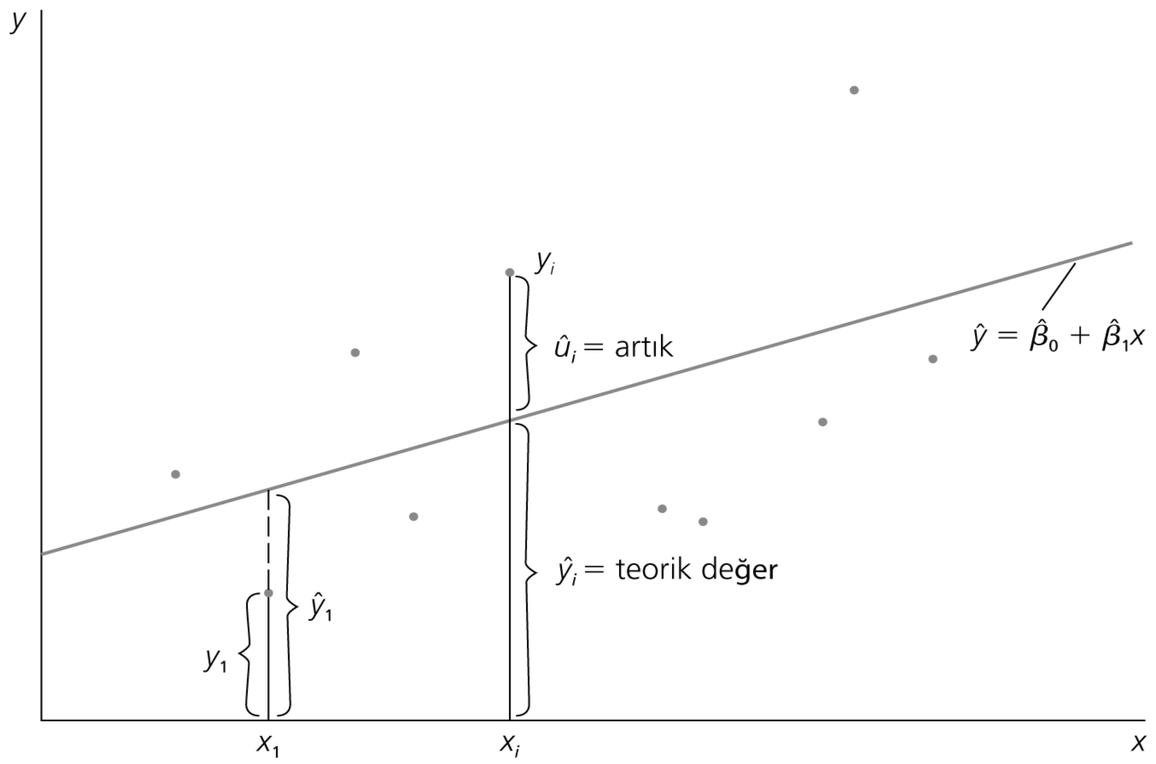
ŞEKİL 2.3

Tüm *i*'ler için $educ_i = 12$ olduğunda ücret ile eğitimin serpilme diyagramı



ŞEKİL 2.4

Teorik değerler ve artıklar



3. HERHANGİ BİR VERİ ÖRNEKLEMİNİN SEKK ÖZELLİKLERİ

- TEORİK DEĞERLER VE ARTIKLAR
- SEKK İSTATİSTİKLERİNİN CEBİRSEL ÖZELLİKLERİ
- UYUM İYİLİĞİ

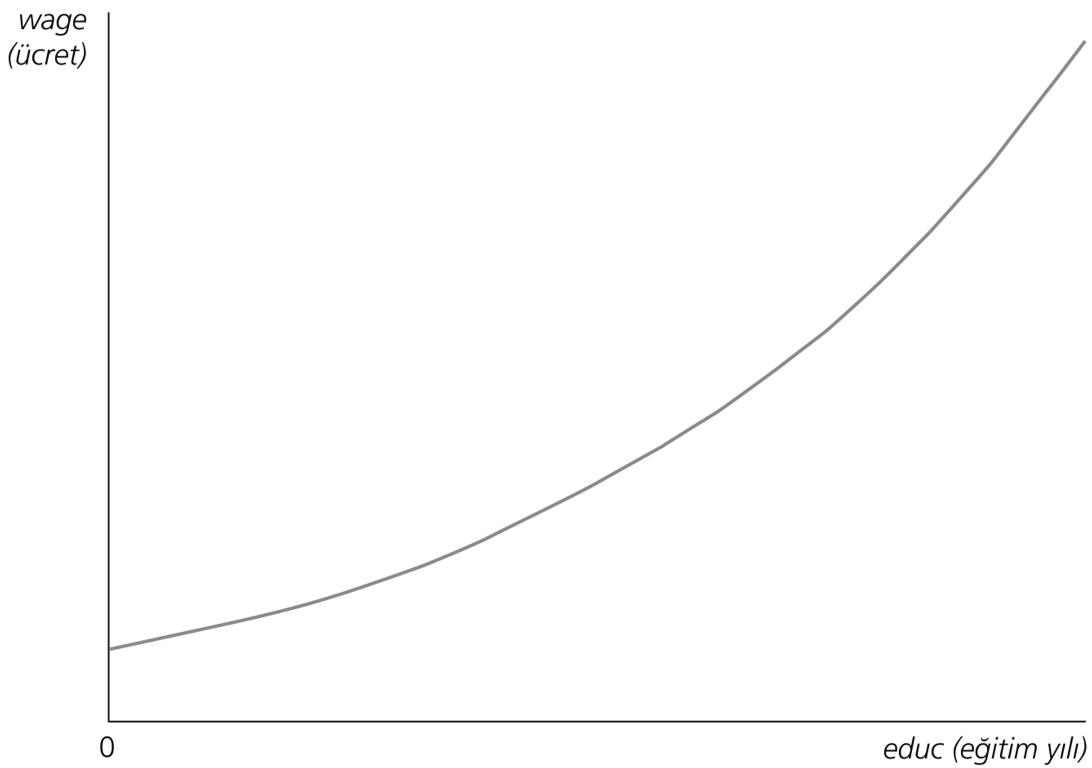
4. ÖLÇÜ BİRİMLERİ VE FONKSİYONEL FORM

Uygulamalı iktisatta iki önemli sorun, (1) bağımlı ve/veya bağımsız değişkenlerin ölçü birimlerini değiştirmenin SEKK tahminlerini nasıl etkilediğini anlamak ve (2) regresyon analizine iktisatta kullanılan popüler fonksiyonel formların nasıl dâhil edileceğini bilmektir.

- ÖLÇME BİRİMLERİNİ DEĞİŞTİRMENİN SEKK İSTATİSTİKLERİ ÜZERİNDEKİ ETKİLERİ
- BASİT REGRESYONA DOĞRUSAL OLMAMAYI DÂHİL ETME
- “DOĞRUSAL” REGRESYONUN ANLAMI

ŞEKİL 2.6

$$wage = \exp(\beta_0 + \beta_1 educ),\ \beta_1 > 0.$$



TABLO 2.3

Logaritmaları İçeren Fonksiyonel Formların Özeti

Model	Bağımlı Değişken	Bağımsız Değişken	β_1'in Yorumu
Düzey-düzey	y	x	$\Delta y = \beta_1 \Delta x$
Düzey-log	y	$\log(x)$	$\Delta y = (\beta_1/100)\%\Delta x$
Log-düzey	$\log(y)$	x	$\%\Delta y = (100\beta_1)\Delta x$
Log-log	$\log(y)$	$\log(x)$	$\%\Delta y = \beta_1 \%\Delta x$

5. BEKLENEN DEĞERLER VE SEKK TAHMİNCİLERİNİN VARYANSLARI

- **SEKK'NİN SAPMASIZLIĞI**

Varsayım BDR.1 **(Parametrelerde Doğrusal)**

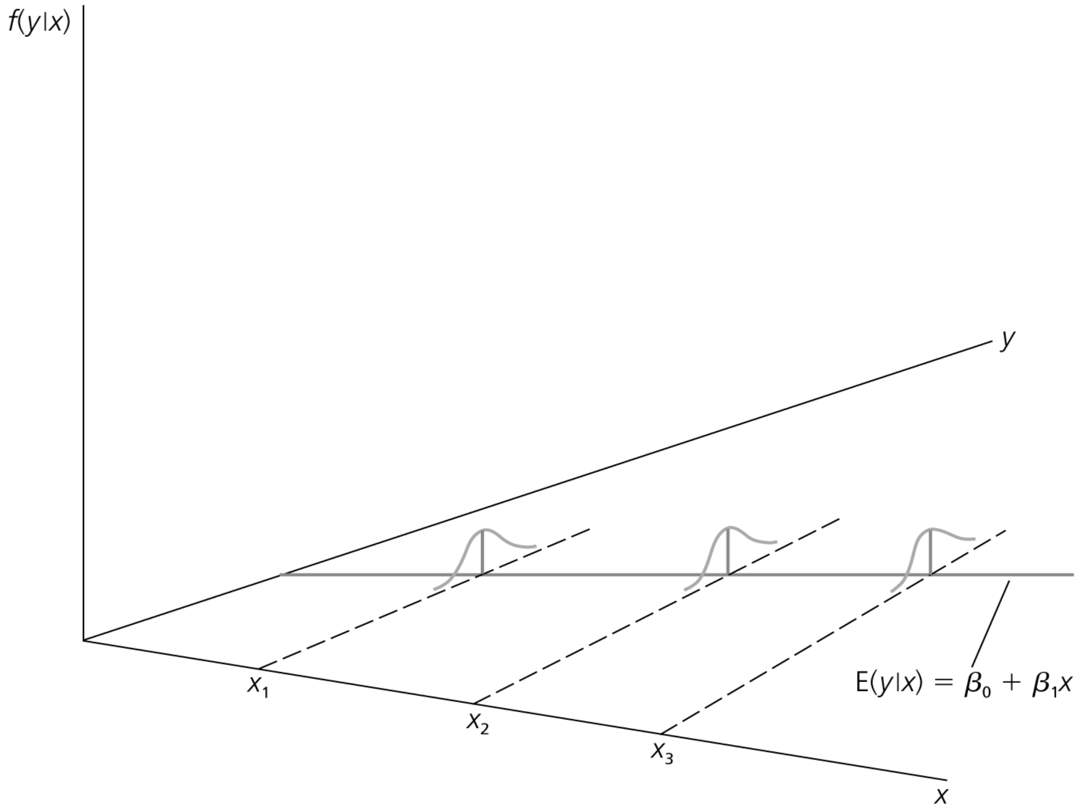
Bağımlı değişken y, bağımsız değişken x ve hata (veya bozulma) terimi u'ya bağlı olan regresyon modeli:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + u \tag{2.47}$$

olacaktır. Burada, β_0 ve β_1 sırasıyla anakütle kesim ve eğim parametreleridir.

ŞEKİL 2.8

Sabit Varyanslı Basit Regresyon Modeli



Teorem 2.2 (SEKK Tahmincilerinin Örnekleme Varyansları)

BDR.1-BDR.5 Varsayımları altında,

$$\mathrm{Var}(\hat{b}_1) \; 5 \; \frac{s^2}{\sum_{i51}^{n}(x_i \, 2 \, \bar{x})^2} \; 5 \; s^2/\mathrm{SST}_x, \qquad \boxed{2.57}$$

ve

$$\mathrm{Var}(\hat{b}_0) \; 5 \; \frac{s^2 n^{21} \sum_{i51}^{n} x_i^2}{\sum_{i51}^{n}(x_i \, 2 \, \bar{x})^2} \qquad \boxed{2.58}$$

bunlar, örneklem değerleri $\{x_1, \ldots, x_n\}$ üzerindeki koşuldur.

• HATA VARYANSININ TAHMİN EDİLMESİ

Teorem 2.3 (S^2'nin Sapmasız Tahmini)

BDR.1-BDR.5 Varsayımları Altında,

$$E(\hat{s}^2) \; 5 \; s^2$$

İSPAT: Denklem (2.59)'u tüm i boyunca ortalama olarak alırsak ve SEKK artıklarının sıfır ortalamaya sahip olduğu gerçeğini kullanırsak $0 \; 5 \; \bar{u} \; 2 \; (\hat{b}_0 \; 2 \; b_0) \; 2 \; (\hat{b}_1 \; 2 \; b_1)\bar{x}$ olur. (2.59)'dan bunu çıkarma ile $\hat{u}_i \; 5 \; (u_i \; 2 \; \bar{u}) \; 2 \; (\hat{b}_1 \; 2 \; b_1)(x_i \; 2 \; \bar{x})$ elde edilir. Bu nedenle, $\hat{u}_i^2 \; 5 \; (u_i \; 2 \; \bar{u})^2 \; 1 \; (\hat{b}_1 \; 2 \; b_1)^2 (x_i \; 2 \; \bar{x})^2 \; 2 \; 2(u_i \; 2 \; \bar{u})(\hat{b}_1 \; 2 \; b_1)(x_i \; 2 \; \bar{x})$'dir. Tüm i boyunca toplam $\sum_{i51}^{n} \hat{u}_i^2 \; 5 \; \sum_{i51}^{n} (u_i \; 2 \; \bar{u})^2 \; 1 \; (\hat{b}_1 \; 2 \; b_1)^2 \sum_{i51}^{n} (x_i \; 2 \; \bar{x})^2 \; 2 \; 2(\hat{b}_1 \; 2 \; b_1) \sum_{i51}^{n} u_i(x_i \; 2 \; \bar{x})$ olmaktadır. Burada, birinci terimin beklenen değeri Ek C'de gösterilen $(n \; 2 \; 1)s^2$'dir. $E[(\hat{b}_1 \; 2 \; b_1)^2] \; 5 \; Var(\hat{b}_1) \; 5 \; s^2/s_x^2$ olduğundan ikinci terimin beklenen değeri basit olarak s^2'dir. Son olarak, üçüncü terim $2(\hat{b}_1 \; 2 \; b_1)^2 s_x^2$ olarak yazılabilmektedir; beklenen değerini almak $2s^2$'yi vermektedir. Bu üç terimi hep birlikte yerine koyarsak $E \; \_\sum_{i51}^{n} \hat{u}_i^2 + \; 5 \; (n \; 2 \; 1)s^2 \; 1 \; s^2 \; 2 \; 2s^2 \; 5 \; (n \; 2 \; 2)s^2$'yi vermektedir. Bu nedenle $E[SSR/(n \; 2 \; 2)] \; 5 \; s^2$'dir.

6. ORİJİNDEN GEÇEN REGRESYON

Nadiren, x= 0 olduğunda y'nin beklenen değerinin sıfır olduğu kısıtlamasını uygulamak isteriz. Bu akla uygun olduğu için belirli ilişkiler vardır.

Örneğin, gelir (x) sıfır olursa gelir vergisi gelirleri (y) de sıfır olmalıdır. Ek olarak, orijinal şekilde değeri sıfır olmayan bir kesim parametresine sahip olan bir modelin, bir kesim parametresi olmaksızın bir modele dönüştürüldüğü durumlar vardır.