Kuyruk Teorisi

Bölüm 2
Bekleme Hattı Modelleri

KONU 8

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

M / M / k kuyruk Sistemi

Özellikler

Gelişler Poison dağılımdadır

Hizmet süresi Üssel dağılım sergiler

"k" tane sunucu vardır ve bunların müşteri hizmet hızı "μ " 'dır

Kuyruk potansiyel olarak sonsuz uzunluktadır

Gelen müşteri sayısı sonsuzdur

Performans Ölçütleri

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{1}{n!}\left(\lambda/\mu\right)^n + \frac{1}{k!}\left(\lambda/\mu\right)^k \left(\frac{k\mu}{k\mu-\lambda}\right)}$$

$$P_n = \frac{\left(\lambda/\mu\right)^n}{n!} P_0 \qquad n \leq k.$$

$$P_n = \frac{\left(\lambda/\mu\right)^n}{k!k^{n-k}} P_0 \qquad n > k.$$

Performans Ölçütleri

$$W = \frac{\left(\lambda/\mu\right)^k \mu}{(k-1)!(k\mu-\lambda)^2} P_0 + \frac{1}{\mu}$$

Little Formülünden; diğer performans ölçütleri olan L, L_q, W_q, hesaplanabilmektedir.

$$P_w = \frac{1}{k!}\left(\lambda/\mu\right)^k \left(\frac{k\mu}{k\mu-\lambda}\right) P_0 \qquad \rho = \frac{\lambda}{k\mu}$$

Örnek – Posta Ofisi

Postane cumartesileri 9:00 ile 13:00 saatleri arasında açık kalmaktadır.

Veriler

- *Bu sürede, sisteme ortalama olarak 100 müşteri gelmekte ve bu kişilere 3 adet personel hizmet vermektedir.*
- *Varışlar Poison dağılımına, hizmet süreleri ise Üssel dağılıma uygun olmaktadır.*

Postane Yöneticisi aşağıdaki hususları öğrenmek istemektedir ;

- *Mevcut hizmetin seviyesinin değerlendirilmesi*
- *Tek personele düşüldüğü takdirde bu durumun hiztmete olan etkileri*

Örnek – Posta Ofisi - Çözüm

Problemdeki veriler incelendiğinde sistemin **M / M / 3 kuyruk sistemi** olduğu anlaşılmatadır.

Veriler

$\lambda =$ 100 müşteri / saat

$\mu =$ 40 müşteri / saat (60 / 1.5)

Durağan durum var mıdır ? **($\lambda < k\mu$)**

$\lambda = 100 < k\mu = 3(40) = 120$

"Durağanlık söz konusudur"

M / G / 1 kuyruk Sistemi

Özellikler

Müşteriler Poisson dağılıma uygun olarak ve λ ortalama debisinde varış yapmaktadır.

Hizmet süresi ortalama hizmet hızı μ olan genel dağılım sergilemektedir.

Tekli hizmet sunucu mevcuttur.

Kuyruk potansiyel olarak sonsuz uzunluktadır

Gelen müşteri sayısı sonsuzdur

L için Pollaczek – Khintchine Formülü

$$L = \frac{(\lambda \sigma)^2 + \left(\lambda / \mu\right)^2}{2\left(1 - \lambda / \mu\right)} + \frac{\lambda}{\mu}$$

Dağılımın yalnızca **ortalaması ve standart sapması belirli** ise yukarıdaki formül kuyruk uzunluğunun tespitinde kullanılabilmektedir.

Örnek – TV Tamir Şirketi

Veriler

- Bir Tv veya setin tamiri ortalama 2.25 saattir.
- Tamir süresinin standart sapması 45 dk.'dır.
- Müşteriler Poison dağılım ile varış yaparlar, ortalama varış hızı 2.5 müşteri / saat'tir.
- Tek çalışan günde 9 saat çalışmaktadır.
- Yeni alınacak tamir ekipmanı ile; yeni tamir süresinin 2 saat, standart sapmasının ise 40 dk.'ya düşmesi beklenmektedir.

Örnek – TV Tamir Şirketi

İstenenler:

1) Tamirat için bekleyen ortalama set miktarı

2) Bir müşterinin ortalama bekleme süresi

Örnek – TV Tamir Şirketi - Çözüm

Bu verilerden sistemin M / G / 1 olduğu anlaşılmaktadır.

Veriler

Mevcut sistem (yeni ekipman olmadan)

λ = 1/ 2.5 = 0.4 müşteri / saat

μ = 1/ 2.25 = 0.4444 müşteri / saat

σ = 45/ 60 = 0.75 saat

Yeni sistem (yeni ekipman oluduğu takdirde)

μ = 1/2 = 0.5 müşteri / saat

σ = 40/ 60 = 0.6667 saat